

高等学校教材

微分几何讲义

(修订版)

吴大任 编

高等教育出版社

高等学校教材

微分几何讲义

(修订版)

吴大任 编

高等教育出版社·北京

内容提要

这本《微分几何讲义》是由编者在南开大学讲授微分几何课程的讲义改写而成的。第一版一度曾用《微分几何》的名称印行,本版(修订版)恢复了原来的名称。

除增添了五个附录以外,本版基本上与第一版相同。内容是三维欧氏空间微分几何学。第一章简单叙述了本书所需用的有关矢函数的知识;第二章到第四章是曲线理论;第五章初步介绍可展曲面,作为曲线理论与曲面理论的桥梁;第六章到第八章是曲面理论。附录内容大部分是正文某些内容的补充,小部分是由第一版正文内容改辑而成的。

本书可作为综合大学,高等师范院校数学专业微分几何课程的教材,也可供高等工业学校相近专业选用,还便于自学。

本书原由高等教育出版社出版,自1960年4月至1964年12月改由人民教育出版社出版。1965年1月1日高等教育出版社成立后,本书仍用高等教育出版社名义继续印行。今恰逢高等教育出版社建社60周年,甲午重印,以飨读者。

图书在版编目(CIP)数据

微分几何讲义 / 吴大任编. -- 2版(修订版). --
北京:高等教育出版社,2014.11
ISBN 978-7-04-040952-9

I. ①微… II. ①吴… III. ①微分几何-高等学校-
教材 IV. ①O186.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 196176 号

策划编辑 田玲 责任编辑 田玲 封面设计 杨立新 版式设计 于婕
插图绘制 尹文军 责任校对 陈旭颖 责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.landracom.com
印 刷	北京中科印刷有限公司		http://www.landracom.com.cn
开 本	850mm × 1168mm 1/32		
印 张	12	版 次	1959年12月第1版
字 数	300千字		2014年11月第2版
购书热线	010-58581118	印 次	2014年11月第1次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	25.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 40952-00

出版说明

1954年5月,高等教育出版社正式成立。60年来,在教育部领导的关怀下,在数学教育工作者的支持下,高教社出版了众多数学教材,可谓群贤毕至,精品迭出,伴随着青年学子们度过了难忘的大学时光。

由于各种原因,部分优秀教材没有机会再版或重印。这其中有我国第一部高等数学教学大纲的制定者朱公谨先生编写的《高等数学(初稿)》;教材编审委员会主任赵访熊先生主编的《高等数学》;西安交通大学陆庆乐先生主编的《高等数学(基础部分)》;清华大学程紫明主编的《高等数学(基础部分)》;还有项武义先生的《微积分大意》,谷超豪、李大潜、沈玮熙的《应用偏微分方程》,吴大任先生的《微分几何讲义》(修订版),北京大学的《数学分析》及其习题集……这些教材,不仅是数学专家、广大数学教师的教学经验的积累,也是历届数学教材编审委员会的集体智慧的结晶,更是各个时期数学教学改革成果的代表,它们呈现了数学教材建设的真实历史,深深影响了几代人。

虽然这些教材出版时间较早,但从数学学科的发展和教学改革趋势来看,它们对现在的数学课程教学仍然有一定的借鉴意义。为了使广大读者能够对比各时期高校数学教学要求、教学内容体系的变迁,更好地传承数学的教学思想、教学方法,促进当前数学教学改革,提高教学质量,我们遴选了60年来具有代表性的经典数学教材进行重新印刷。

这套教材的重版,牵动各方专家的关注,凝结了很多前辈的厚

爱和支持。在联系原作著作权人的过程中,西安交通大学马知恩教授、上海交通大学乐经良教授、清华大学盛祥耀教授都给予了我们帮助。已故作者的子女也积极地配合我们工作。高等教育出版社的郭思旭编审从选题到提供样书给予了很大帮助,胡乃同、徐刚编审提供了部分资料和样书,王睢老师为这套书的封面从选纸到配色做了精美的设计,使得这套教材不仅保持了原有的风貌,更融入了现代元素。

在本套教材的重版编辑过程中,我们克服了重重困难,本着古建筑修复中“整旧如旧”的原则,尽管这套书中提及的有些算法已经不再用了,我们仍然保留了这些部分,以求保持经典教材的原汁原味,仅做了规范方面的微小改动。重温经典,不仅让老专家、老前辈们抚今追昔,也让我们倍感自豪和使命感,我们还会进一步增加重版的品种,奉献给读者更多优秀教材。

由于本套教材的重版在较短时间内完成,虽竭尽全力,疏漏之处在所难免,恳请各位专家和广大读者批评指正。

高等教育出版社

2014年4月

序

本书原是 1957 年编者在南开大学讲授微分几何课程时所编讲义,出版前略有增订。内容大体依据 1956 年高等教育部审定的综合大学数学专业四年制用微分几何教学大纲,在增订时曾经考虑到五年制的要求。带有 * 号的各节一般是补充的,次要的或较繁难的内容和证明,阅读时都可以略去,不影响或基本不影响以后的学习。

考虑到目前微分几何课程在教学计划里的安排,本书所用的数学知识和工具限于解析几何(包括矢量运算),数学分析和微分方程里的一般基础知识和工具,没有用到复变函数,变分法和偏微分方程等。

本书企图以较小的篇幅阐述三维欧氏空间里曲线和曲面的理论。

第一章除 §6 和 §7 外,完全是复习矢代数和介绍有关矢函数的微分和积分等最简单的事实。熟悉这一章的内容,是阅读以后各章所必需的;已经熟悉矢代数和矢函数的微积分方法的读者,可以只读 §6 和 §7。

第二至第四章构成空间曲线论,其中第四章兼讨论了平面曲线。在那里,平面曲线既作为空间曲线的特款,又有其特殊的处理方法。

第五至第八章构成曲面论,其中以第五章可展曲面初论作为曲线论和曲面论的桥梁,称为“初论”是因为还有许多关于可展曲面的事实散见以下各章。第六章和第八章后半论述曲面的内在性质。第七章全章以法曲率为基础,可以称为曲面的曲率理论。第八章前半主要是导出基本公式和基本方程,并证明基本定理。在

第八章,采用了正交参数曲线网。

显然,在曲面论里,这样的安排就不免有逻辑结构不够严密,理论系统不够完整的缺点;例如曲面的内在性质被割裂,而且在引进某些内在性质的时候用到了非内在性质,又如第八章里的一些公式缺乏普遍性,因而缩小了应用范围等。但是,考虑到本书的初等性质,从教学效果出发,编者认为这样的安排有其现实的意义。

除第一章外,在各章末都附有或长或短的“结束语”,概括本章的主要内容,指出它们彼此间的联系,有时也指出本章与其他章的联系。这是编者的一种尝试,希望它们对于读者有所帮助。在阅读全章之前先看看结束语也可能有好处。

在大多数节后附有习题,它们应当看成是本书的有机组成部分。因为只有通过适当的练习,才能较具体地因而也更深刻地掌握理论,学会运用它们去解决实际问题。少数习题还是正文内容的补充。它们都不繁难,适应一般学生水平,个别的附有提示。习题一般是按其所需要的数学工具安排的;因此,有些习题按其性质或内容,是和以后某些章节相联系的,它们的份量也不代表各阶段应做练习的份量。

本书所用数学专门名词,基本上依照中国科学院编译出版委员会名词室编订的“数学名词”(1956)*,只有个别的更动。人名译名基本上根据高等教育出版社所编的“著译者参考资料”里的译名表,但已经普遍采用的不再更动。

本书因系讲义性质,编写时曾大量采用已有各书的内容和方法;这些书名,就不再一一列举。至于书中的谬误和缺点,一定很多,真诚地希望读者指正,欢迎和出版社或和编者本人联系。

吴大任

1959年建国十周年前夕于南开大学

* 本次重印,全书已按“数学名词”(1993)进行修订。编辑注。

再版说明

和第一版比较,再版的主要变动是增加了附录。

再版正文和第一版基本相同;在这里,只有三处较大变动值得一提。第一是把本书所需用的关于一阶线性微分方程组存在定理的证明从正文中抽出,略加修改,辑成一个附录(附录 V);这样,可以节省一般读者的时间,而希望了解这些定理证明的读者,也可以无需查阅其他参考书。第二是把第五章里关于单参数曲面族的部分抽出,也作为一个附录(附录 I),而在第五章里只讨论单参数平面族;这样可能更适合多数读者的需要。第三是在第八章 §13 里增添了关于闭曲面总曲率的内容;其目的是为了显示曲面的局部性质和整体性质的一种联系,以及本学科和拓扑学的一种联系。

再版一共增加了五个附录;除上面已经提到的两个外,其余三个都是正文的补充。它们表明,引进新的数学工具,某些原有内容就可以处理得比较完善,还可以扩充或深化本学科的内容,并提出新的命题。

附录 II 论述了关于小积曲面的若干主要事实,附带补证了关于等角变换的某些结果。由于只假定读者具有复变函数论的最基本知识,不假定读者对于复空间的几何有任何了解,也由于企图较严格地处理复曲面和实曲面的关系,这个附录写得较长。

由于在第八章里采用了曲面上的正交参数曲线网,其中某些公式就缺乏普遍性。为了弥补这个缺陷,在附录 III 里引进了张量记法来论述曲面理论。阅读这个附录还可能有助于学习黎曼几何学。

附录 IV 论证了小积曲面和短程线的极小性质。虽然采用了变

分法的方法,但没有采用变分法的专门术语和符号,不假定读者对于变分法有任何了解。

总之,除了附录 II 里假定读者对于复变函数论有初步了解外,再版正文和附录都不假定读者已掌握更多的数学工具。除了附录 IV 采用了附录 III 里所引进的张量记法之外,各个附录是彼此独立的。没有把附录的内容编入正文,是为了不增加正文篇幅,保持本书的初等性质,保持使用上较大的灵活性,以适应不同读者和不同学校的需要。

作为一本教材,本书应如何使用的问题,在第一版序中已有说明。编者认为,进行教学的根本依据,应当是教学大纲而不是教材;前者规定课程的基本内容而后者则总是比较系统,丰富,以便于教师发挥自己的主观能动性,根据情况,进行剪裁组织,以至于加工,改造,也便于因材施教。例如在讲授曲面论时,是否从头或从一定地方起引用张量记法,教师完全可以根据条件自行抉择;如果引用,附录 III 就提供了必要的加工素材。不过,一般说来,附录的材料都不必进行讲授。除了带 * 号各节和附录以外,如果仍感内容过多,还可以删去许多其他章节。个人意见,下列章节可能体现本课程一个最低限度的要求:

第一章, § 3—§ 8;

第二章, § 1—§ 5(删去弧长公式的推导);

第三章, § 1—§ 4, § 6;

第四章, § 4;

第五章, § 1—§ 5;

第六章, § 1—§ 5;

第七章, § 1—§ 5, § 7, § 8, § 11—§ 14(删去 11.3);

第八章, § 1—§ 3, § 5, § 6。

但只讲这些部分,内容又可能过于贫乏。因此,在每一次具体教学过程中,一般地还需要根据情况,从其余部分中,作恰当的选择,补充进去。至于因精简了一些章节所引起的不衔接问题,并不严重,

有一定经验的教师,都不难处理。

本书第一版印行后,陆续发现了不少错误和不够周密的地方,在若干次重印和这次再版前都有所订正。但限于编者的业务水平和工作时间,遗留下的错误一定很多,还可能有不少新的错误,恳切希望读者指正。

编 者

1964 年建国十五周年前夕

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第一章 矢函数	(1)
§ 1 矢代数复习	(1)
§ 2 直线和平面复习	(5)
§ 3 纯量变数的矢函数与曲线的参数表示	(7)
§ 4 矢函数的极限. 连续性	(9)
§ 5 矢函数的微导. 曲线的切线	(11)
§ 6 几种具有特殊性质的矢函数	(14)
§ 7 关于矢函数的泰勒公式	(16)
§ 8 矢函数的积分	(18)
第二章 曲线的基本三棱形	(20)
§ 1 切线和法面. 寻常点	(20)
§ 2 密切面与副法线	(22)
§ 3 主法线和从切面. 基本三棱形	(25)
§ 4 弧长	(26)
§ 5 自然参数. 基本矢	(30)
§ 6 曲线间的切触阶	(32)
§ 7 曲线和平面间的切触阶	(34)
结束语	(36)
第三章 空间曲线论的基本公式	(38)
§ 1 基本公式的推导	(38)
§ 2 曲率	(44)
§ 3 挠率	(46)

§ 4	曲线在一点邻近的结构	(48)
§ 5	基本公式在运动学里的意义	(53)
§ 6	密切圆	(56)
* § 7	密切球面	(57)
§ 8	微分几何的任务. 有关曲线的不变量	(62)
	结束语	(66)
第四章	曲线论的基本定理	(68)
§ 1	平面曲线论的基本公式	(68)
§ 2	平面曲线的相对曲率	(70)
§ 3	平面曲线论的基本定理	(72)
§ 4	空间曲线论的基本定理	(77)
* § 5	空间曲线论的唯一存在定理	(79)
* § 6	一般柱面螺线	(83)
* § 7	贝特朗曲线	(87)
	结束语	(95)
第五章	可展曲面初论	(97)
§ 1	曲面的参数表示	(97)
§ 2	曲面的寻常点	(100)
§ 3	切面与法线	(102)
§ 4	直纹面与可展曲面	(104)
§ 5	可展曲面的分类	(108)
§ 6	曲线的法线所构成的可展曲面	(110)
§ 7	曲线的渐伸线与渐缩线	(114)
7.1	求一条曲线的渐伸线	(114)
7.2	求一条曲线的渐缩线	(115)
§ 8	可展曲面作为单参数平面族的包络面	(117)
8.1	特征线与包络面	(118)
8.2	特征点与脊线	(120)
* § 9	曲线的法面族	(123)

* § 10 曲线的从切面族	(124)
结束语	(126)
第六章 曲面的第一基本齐式	(128)
§ 1 第一基本齐式, 曲面上曲线弧长	(128)
§ 2 曲面上曲线的交角	(130)
§ 3 曲面的面积	(136)
§ 4 曲面的等距变换, 曲面的内在性质	(139)
§ 5 可展曲面在平面上的贴合	(145)
* § 6 等角变换, 等面变换	(147)
结束语	(151)
第七章 曲面上曲线的曲率, 一些重要的曲线	(153)
§ 1 第二基本齐式	(153)
§ 2 法曲率	(159)
2.1 曲面上曲线的曲率	(159)
2.2 法曲率	(160)
2.3 默尼耶(Meusnier)定理	(161)
§ 3 平面和球面的特征	(162)
§ 4 主方向与主曲率	(165)
§ 5 曲率线	(169)
* § 6 关于三重正交曲面系的迪潘定理	(171)
§ 7 欧拉公式	(173)
§ 8 全曲率和中曲率, 曲面在一点邻近形状 的分析	(175)
* § 9 中曲率为零的点, 小积曲面举例	(180)
* § 10 密切抛物面, 迪潘标线	(183)
§ 11 曲率线的特征	(187)
11.1 罗德里格斯(Rodrigues, 1816)方程	(187)
11.2 曲率线的几何特征	(188)
* 11.3 约阿希姆斯塔尔(Joachimsthal, 1846)定理	(189)

§ 12	渐近曲线	(193)
§ 13	可展曲面作为全曲率恒等于零的曲面	(196)
§ 14	全曲率作为等距不变量, 可展曲面作为 可与平面贴合的曲面	(198)
* § 15	共轭方向和共轭曲线网	(201)
* § 16	曲面的球面表示, 第三基本齐式	(204)
	结束语	(209)
第八章	曲面论的基本定理, 曲面的内在几何	(212)
§ 1	曲面论的基本公式	(212)
§ 2	曲面论的基本方程	(215)
§ 3	曲面论的基本定理	(217)
* § 4	曲面论的唯一存在定理	(220)
§ 5	短程曲率	(223)
5.1	短程曲率的定义	(223)
5.2	短程曲率的一个几何意义	(224)
5.3	短程曲率公式	(225)
5.4	曲面上一条曲线在平面上的伸展	(226)
§ 6	短程线	(228)
6.1	短程线的一些最简单的性质和有关短程线的 一些最直接的结论	(228)
6.2	短程线的微分方程	(230)
6.3	短程平行坐标	(231)
6.4	短程线作为曲面上两点的最短连线	(233)
§ 7	短程挠率	(235)
7.1	短程线的挠率	(235)
7.2	短程挠率	(236)
7.3	曲面上曲线的一种动标三棱形	(238)
§ 8	具有常数全曲率的曲面	(239)
§ 9	具有常数全曲率的回转曲面	(243)

§ 10	伪球面与伪球率曲面在平面上的等角表示	… (248)
10.1	伪球面在平面上的表示	… (248)
10.2	伪球率曲面在平面上的表示	… (250)
10.3	伪球率曲面上的短程线	… (252)
10.4	伪球率曲面上的短程圆	… (256)
* § 11	曲面上矢量的平移	… (259)
* § 12	可展曲面的又一特征. 全曲率的一项几何意义	… (262)
* § 13	高斯 - 博内公式	… (267)
	结束语	… (272)
附录 I	单参数曲面族	… (276)
§ 1	用方程 $F(x, y, z) = 0$ 表示的曲面	… (276)
§ 2	单参数曲面族的包络面. 特征线	… (278)
§ 3	单参数曲面族的脊线. 特征点	… (281)
附录 II	复数的引进. 从迷向矢到小积曲面	… (284)
§ 1	迷向矢	… (284)
1.1	三维复空间	… (284)
1.2	迷向矢. 迷向直线. 迷向平面	… (285)
1.3	迷向锥面	… (286)
1.4	迷向矢与全等变换	… (287)
1.5	迷向矢与垂直概念	… (288)
1.6	迷向矢的参数表示	… (289)
§ 2	迷向曲线	… (291)
§ 3	曲面上的迷向曲线	… (293)
§ 4	正方参数. 等角变换	… (298)
§ 5	小积曲面	… (303)
5.1	实小积曲面的显式表示	… (303)
5.2	小积曲面作为平移曲面	… (305)
5.3	复小积曲面的显式表示	… (307)

5.4	复小积曲面里嵌有实小积曲面的条件	(309)
5.5	实小积曲面上的渐近曲线和曲率线	(311)
5.6	连带小积曲面和伴随小积曲面	(313)
附录 III	张量记法在曲面论中的运用	(317)
§ 1	曲面论的基本公式	(317)
1.1	新记号的引进	(317)
1.2	高斯公式	(319)
1.3	魏因加滕公式	(321)
§ 2	曲面论的基本方程	(322)
2.1	基本方程的推导	(322)
2.2	马伊纳尔迪 - 科达齐方程	(323)
2.3	高斯方程	(324)
§ 3	曲面论的唯一存在定理	(326)
§ 4	短程曲率与短程线	(330)
§ 5	曲面上矢量的平移	(331)
§ 6	曲面上的矢量和张量	(332)
附录 IV	变分法中的两个命题	(338)
§ 1	小积曲面的极小性质	(338)
§ 2	短程线的极小性质	(340)
附录 V	关于微分方程组的几个定理	(345)
§ 1	一阶线性齐次常微分方程组	(345)
§ 2	含一个参变数的一阶线性齐次常微分方程组	(348)
§ 3	一阶线性齐次偏微分方程组	(351)
人名和译名索引		(357)
内容索引		(358)