高等学校教材

大学物理学习指导书

主　编　张晓燕
副主编　哈斯花　林　琳
关玉琴　李维雅

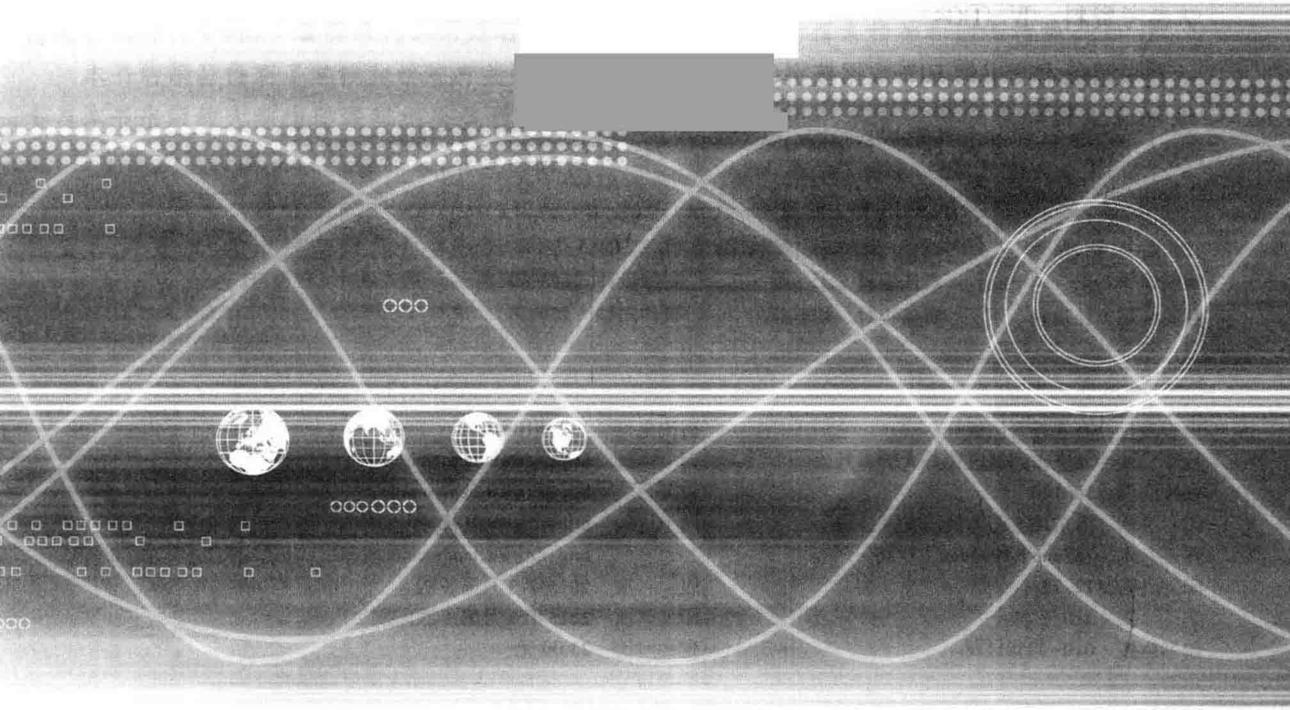
高等教育出版社

高等学校教材

大学物理学习指导书

Daxue Wuli Xuexi Zhidaoshu

主　编　张晓燕
副主编　哈斯花　林　琳　关玉琴　李维雅



高等教育出版社·北京

内容提要

本书主要是为配合内蒙古工业大学编写的《大学物理》教材而编写的。全书涵盖了大学物理力学、光学、热学、电磁学以及狭义相对论和量子物理的内容。各部分均包含内容提要、典型例题和习题解答，本书最后附有自测题及答案。本书题量大，题型丰富，概括全面。

本书可作为高等学校理工科非物理类专业学生的学习指导和教师的教学参考用书，既可与主教材配套使用，也可作为独立的参考书使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导书/张晓燕主编.--北京：高等教育出版社，2015.3

ISBN 978-7-04-042117-0

Ⅰ.①大… Ⅱ.①张… Ⅲ.①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 028911 号

策划编辑 王 硕　　责任编辑 王 硕　　封面设计 赵 阳　　版式设计 杜微言
插图绘制 杜晓丹　　责任校对 刘春萍　　责任印制 刘思涵

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	山东鸿杰印务集团有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×1092mm　1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	12.75	版　　次	2015年3月第1版
字　　数	310 千字	印　　次	2015年3月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	23.00 元

物 料 号　42117-00

前　　言

物理学作为一门基础理论科学,是现代科学发展的重要源泉,现代高新技术的每一步发展都离不开物理学基础,物理学也不断地完善并丰富着自己的理论体系。可以说,没有物理学的发展,就没有人类社会和文明的巨大进步。

目前,大学物理内容多、课时少的矛盾日显突出,如何为学生开发一个自主学习的平台显得尤为重要。为了使学生从依靠教师学习转变为自主学习,充分发挥学生、教材、教师三方面的积极性,我们针对理工科学校各专业的特点编写了这本配套学习指导书。编写本书的目的是:配合主教材,帮助学生更深入理解课程内容,理清思路,注重应用。本书以教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010 年版)及高等学校工科大学物理课程教学指导小组编写的《重点高等学校工科大学物理课程教学改革指南》为依据,编写内容包括大学物理力、热、电、光以及狭义相对论和量子物理的基础知识,全书共 12 章,本书对每章给出了内容提要,总结了基本内容,对各章节内容的重点和难点给予了详细的解说,并提供了经典例题分析讲解、每章后还附有相应教材习题的详细解答,最后附有综合自测题,以便学生自我检测知识掌握情况。书中例题和习题都是针对教学中的各个知识点而收集、设计和编写的,而且所有习题都配备答案或解答过程。书中许多富有启发性的例题和习题可以促进学生进行探究性学习,少量探索性应用题目可以进一步培养学生的探索精神和创新精神。

本书的编写得到了学校和学院有关领导的大力支持,在此表示由衷的感谢,同时感谢支持和参与本书出版的大学物理课程组全体教师。在本书的编写过程中参考了若干现有教材和参考书,在许多方面得到了启发和教益,在此特致谢意。

本书的编写人员有张晓燕、哈斯花、林琳、关玉琴、李维雅老师,由张晓燕老师统稿,赵巨东、刘全龙、牛志成、温淑敏老师负责全书的审校工作。由于编者水平有限,书中难免有遗漏甚至错误,恳请读者批评指正。

编　者

2014 年 10 月

目　录

第一章　质点的运动规律

【内容提要】

一、描述质点运动的物理量

1. 位置矢量

位置矢量是描写质点的空间位置的物理量,是矢量.当质点运动时,在不同时刻,其位置矢量不同.在直角坐标系中可以写为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

x,y 与 z 为质点的坐标.

2. 位移

位移是描写质点位置变化的物理量,是矢量.质点在 Δt 时间内,从点 A 运动到点 B 的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(x_B-x_A)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j}+(z_B-z_A)\boldsymbol{k}$$

注意位移与路程的区别,路程是质点在空间运动轨迹的长度,用 Δs 表示.位移是矢量,路程是标量,且路程恒为正.

3. 速度

速度是描写质点位置变化快慢和方向的物理量,是矢量.

速率是描写质点运动路程随时间变化快慢的物理量,是标量,恒为正.

瞬时速度(简称速度)的大小等于瞬时速率(简称速率),但平均速度的大小不等于平均速率,平均速度 $\overline{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$,而平均速率 $\overline{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$.

在直角坐标系中,有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$$

式中　v_x,v_y 和 v_z 是速度 $\boldsymbol{v}$ 在 Ox 轴,Oy 轴和 Oz 上的分量,是标量.

4. 加速度

加速度是描写质点速度变化快慢和方向的物理量,是矢量,方向与速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向一致.

在直角坐标系中,有

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$$

式中 a_x,a_y 和 a_z 是加速度 $\boldsymbol{a}$ 在 Ox 轴,Oy 轴和 Oz 轴上的分量,是标量.

二、 运动方程

质点的位置矢量随时间变化的函数关系式 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$,称为质点的运动方程.

质点运动时在空间所经历的路程,称为轨迹,轨迹的数学表达式称为轨迹方程.在直角坐标系中,从运动方程分量式 $x=x(t)$,$y=y(t)$ 和 $z=z(t)$ 中消去时间 t,即可得到轨迹方程.

三、 圆周运动

质点做圆周运动时,由于它离开圆心的距离始终不变,因此以圆心为坐标原点,选定 Ox 轴的正方向后,以位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴间的夹角 θ 就能完全确定质点在空间的位置,θ 称为角位置,θ 随时间变化的函数式 $\theta(t)$,也称为运动方程.需注意 θ 也是有正负的,若选定沿逆时针方向转动的 θ 为正,顺时针方向则为负.

角位置随时间的变化率,称为角速度,用 ω 表示

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}$$

角速度与线速度的关系是 $v=r\omega$,r 是圆的半径.

角速度随时间的变化率,称为角加速度,用 β 表示

$$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

质点做圆周运动的加速度常用自然坐标系表示

$$\boldsymbol{a}=a_t\boldsymbol{e}_t+a_n\boldsymbol{e}_n$$

式中 $\boldsymbol{e}_t$ 和 $\boldsymbol{e}_n$ 分别是自然坐标系中的切向单位矢量和法向单位矢量.切向加速度 a_t 是由速度大小的变化而产生的加速度,其值为

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=r\beta$$

法向加速度 a_n 是由速度方向的变化而产生的加速度,其值为

$$a_n=\frac{v^2}{r}=r\omega^2$$

一般曲线运动的加速度也可用自然坐标系表示

$$\boldsymbol{a}=a_t\boldsymbol{e}_t+a_n\boldsymbol{e}_n=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n$$

式中 ρ 是质点运动轨迹上某点的曲率半径.$\boldsymbol{a}$ 的方向总是指向轨迹曲线的凹侧.

四、 相对运动

不同坐标系对同一个物体的运动的描述是不同的.如 $O'x'y'$ 坐标系(简称 S′系)相对于 Oxy

坐标系(简称S系)沿 Ox 轴以速度 $\boldsymbol{u}$ 运动,在 Δt 时间内,质点相对于S系的位移是 $\Delta\boldsymbol{r}$,相对于S′系的位移是 $\Delta\boldsymbol{r}'$,S′系相对S系的位移是 $\Delta\boldsymbol{r}_0$,则它们之间的关系是

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta\boldsymbol{r}'+\Delta\boldsymbol{r}_0$$

显然 $\Delta\boldsymbol{r}\neq\Delta\boldsymbol{r}'$.

在不同坐标系中,速度也有类似的关系,即伽利略速度变换式

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+u$$

式中 $\boldsymbol{v}$ 是质点相对于静止坐标系S的速度,称为绝对速度,$\boldsymbol{v}'$ 是质点相对于运动坐标系S′的速度,称为相对速度;$\boldsymbol{u}$ 是S′系相对于S系的速度,称为牵连速度.

五、 牛顿运动定律

1. 牛顿第一定律

任何物体都保持静止或做匀速直线运动的状态,除非作用在它上面的力迫使它改变这种状态.

力是改变物体运动状态的原因,而并非维持物体运动状态的原因.

2. 牛顿第二定律

在某一瞬时,物体的动量对时间的变化率等于这一瞬时作用在物体上的力,而且动量的时间变化率的方向与力的方向相同.

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\boldsymbol{v})$$

若 m 为常量,则有 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$,其中 $\boldsymbol{F}$ 为物体所受的合外力;$\boldsymbol{a}$ 为物体的加速度;m 为质量,它是物体惯性大小的量度,也称惯性质量.

3. 牛顿第三定律

作用力与反作用力在同一直线上,大小相等而方向相反.

六、 常见的三种力

1. 重力

重力来源于地球对物体的万有引力,在量值上为 $G=mg$,m 为质量,g 为重力加速度.

2. 弹性力

弹性力来源于相互作用的物体之间产生的弹性形变.发生弹性形变的物体产生的欲恢复原来形状的力,称为弹性力.

弹簧形变产生的力,称为弹簧弹性力,在量值上为 $F=-kx$.

3. 摩擦力

摩擦力是相互作用的物体之间,接触面上有相对滑动或相对滑动趋势而产生的一种阻碍相对滑动的力,它们分别是滑动摩擦力和静摩擦力.其方向总是与相对滑动或相对滑动趋势的方向相反.

滑动摩擦力的大小等于 $F_f=\mu F_N$,μ 为滑动摩擦因数.

七、 非惯性系中牛顿运动定律的运用和惯性力

牛顿运动定律仅适用于惯性系,在非惯性系中不适用.

而在实际问题中,常常遇到相对于惯性系有加速度的非惯性系,如加速前进的车厢,旋转的圆盘等.为了在非惯性系中也能运用牛顿运动定律,引入惯性力的概念.

惯性力不是一物体对另一物体的作用,因此它不存在反作用力,即不满足牛顿第三定律.惯性力的大小等于物体质量与非惯性系加速度的乘积,它的方向与非惯性系加速度的方向相反.

在非惯性系中运用牛顿运动定律时,只要在分析物体的受力情况时,把惯性力也计入即可,这时牛顿第二定律的表达式为

$$\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{i}}=m\boldsymbol{a}$$

式中 $\boldsymbol{F}$ 为物体所受外力,$\boldsymbol{F}_{\mathrm{i}}=-m\boldsymbol{a}_0$ 为惯性力,$\boldsymbol{a}_0$ 是非惯性系相对于惯性系的加速度,$\boldsymbol{a}$ 是物体相对于非惯性系的加速率,m 是物体质量.

【典型例题】

例 1-1. 一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=(4+3t)\boldsymbol{i}+(2+5t+t^2)\boldsymbol{j}$(SI 单位).求:

(1) $t=2$ s 时的位置矢量;

(2) $t=3$ s 时的速度;

(3) $t=3$ s 时的加速度;

(4) 质点运动的轨迹方程.

分析:本题属于运动学第一类问题,从已知的运动方程出发,根据速度及加速度的定义,通过对 $\boldsymbol{r}$ 求导数运算解得速度和加速度.

解:(1) 将 $t=2$ s 代入运动方程,得 $t=2$ s 时的位置矢量为

$$\boldsymbol{r}_2=[(4+3\times2)\boldsymbol{i}+(2+5\times2+2^2)\boldsymbol{j}]\ \mathrm{m}=(10\boldsymbol{i}+16\boldsymbol{j})\ \mathrm{m}$$

(2) 根据速度的定义

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=3\boldsymbol{i}+(5+2t)\boldsymbol{j}$$

因此,$t=3$ s 时的速度为 $\boldsymbol{v}_3=(3\boldsymbol{i}+11\boldsymbol{j})$ m/s

(3) 根据加速度的定义

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=(0\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j})\ \mathrm{m/s^2}$$

因此,加速度恒为 $a=2\ \mathrm{m/s^2}$,且方向沿 y 轴正方向.

(4) 写出运动方程的分量式

$$x=4+3t \tag{1-1}$$

$$y=2+5t+t^2 \tag{1-2}$$

消去参量 t,由式(1-1)知 $t=(x-4)/3$,代入式(1-2),即得轨迹方程

$$9y=x^2+7x-26$$

例 1-2. 一质点由静止开始做直线运动,初始加速度为 a_0,以后加速度均匀增加,每经过时间 τ 增加 a_0,试求经过时间 t 后质点的速度和位置.

分析: 本题属于运动学第二类问题,从已知的加速度或速度出发,根据速度及加速度的定义式,进行积分运算并代入初始条件,解得运动方程.

解: 由题意可知,加速度和时间的关系为

$$a=a_0+\frac{a_0}{\tau}t$$

根据直线运动加速度的定义 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$,对上式积分,并应用初始条件得

$$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t=\int_0^t\left(a_0+\frac{a_0}{\tau}t\right)\mathrm{d}t=a_0t+\frac{a_0}{2\tau}t^2$$

即质点的速度为 $v=a_0t+\frac{a_0}{2\tau}t^2$.根据直线运动速度的定义 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$,对上式积分,并应用初始条件得

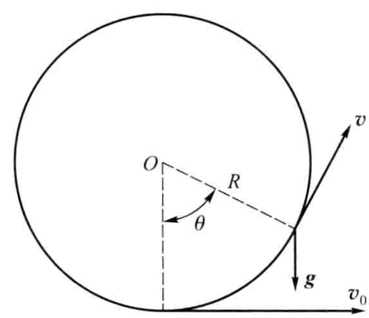
$$\int_0^x \mathrm{d}x=\int_0^t v\mathrm{d}t=\int_0^t\left(a_0t+\frac{a_0}{2\tau}t^2\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}a_0t^2+\frac{a_0}{6\tau}t^3$$

即质点的位置为

$$x=\frac{1}{2}a_0t^2+\frac{a_0}{6\tau}t^3$$

例 1-3. 如例 1-3 图所示,一个小球沿着竖直平面内的圆环运动,圆环半径为 R,空气阻力和摩擦力均忽略不计.设在 $t=0$ 时刻,小球在环的底部以 v_0 运动,求小球的速度与位置的关系.

分析: 本题在学过机械能守恒定律后解起来非常容易,但在这里可以加强对自然坐标系的理解.求解过程中关键的步骤是变换 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}v=\frac{\mathrm{d}v}{R\mathrm{d}\theta}v$,这样积分变量化为 θ,很容易进行变量分离求出结果.



例 1-3 图

解: 首先可以肯定,小球是做变速圆周运动,所以切向加速度 $a_t\neq0$,根据切向加速度的概念找出速度 v 的变化规律,显然有 $a_t=-g\sin\theta$.

根据切向加速度的概念,有

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}v=-g\sin\theta$$

因 $ds=Rd\theta$,代入后整理即得

$$v\mathrm{d}v=-Rg\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

当 $t=0$ 时,小球在环底部,即当 $\theta=0$ 时,$v=v_0$.对上式积分并将初始条件代入得

$$\int_{v_0}^{v}v\mathrm{d}v=-Rg\int_{0}^{\theta}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

即

$$v^2=v_0^2-2Rg(1-\cos\theta)$$

例 1-4. 质点沿 x 轴做直线运动,其速度与坐标的关系为 $v=1+2x$(SI 单位),初始时刻质点位于坐标原点,试求该质点的位置、速度和加速度随时间的变化规律.

解: 依题意,在直线运动中有 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=1+2x$,改写为$\dfrac{\mathrm{d}x}{1+2x}=\mathrm{d}t$.应用初始条件对等式两端积分,有

$$\int_0^x\frac{\mathrm{d}x}{1+2x}=\int_0^t\mathrm{d}t$$

得

$$\frac{1}{2}\ln(1+2x)=t$$

即

$$1+2x=\mathrm{e}^{2t}$$

质点的位置为

$$x=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{2t}-1)$$

质点的速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\mathrm{e}^{2t}$$

质点的加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=2\mathrm{e}^{2t}$$

例 1-5. 一质点在 $x-y$ 平面上运动,其运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(4-t^2)\boldsymbol{j}$(SI 单位).试求:在任何时刻质点的切向加速度和法向加速度.

分析: 通过本题注意区分总加速度、切向加速度与法向加速度的计算.

解: 根据速度及加速度的定义,由运动方程对 t 求导可得 $\boldsymbol{v}$ 及 $\boldsymbol{a}$,进而有 $a_t=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$,并可由 $a^2=a_t^2+a_n^2$ 求得 a_n.

由题意可知,$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(4-t^2)\boldsymbol{j}$,根据速度的定义,有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-2t\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s})$$

即
$$v_x=2\ \text{m/s},\ v_y=2t\ (\text{m/s})$$
由于瞬时速度的大小等于瞬时速率，因此 $v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=2\sqrt{1+t^2}\ (\text{m/s})$.根据切向加速度与速率的关系，可得

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}=\frac{2t\sqrt{1+t^2}}{1+t^2}\ (\text{m/s}^2)$$

根据加速度的定义

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-2\boldsymbol{j}\ \text{m/s}^2$$

即
$$|\boldsymbol{a}|=a=2\ \text{m/s}^2$$
由 $a^2=a_t^2+a_n^2$ 可知

$$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\frac{2\sqrt{1+t^2}}{1+t^2}\ (\text{m/s}^2)$$

例 1-6. 飞机自 A 城向北飞行到 B 城，然后又向南飞回 A 城.飞机相对于空气的速率为 v 且保持不变，而空气相对于地面的速率为 u，A 和 B 之间的距离为 L. 试证：

（1）当空气是静止的（即 $u=0$）时，来回飞行的时间为 $t_0=\dfrac{2L}{v}$；

（2）当空气的速度由南向北时，来回飞行的时间为 $t_1=\dfrac{t_0}{1-\dfrac{u^2}{v^2}}$；

（3）当空气的速度由东向西时，来回飞行的时间为 $t_2=\dfrac{t_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{v^2}}}$.

分析：由于三种情况中空气相对于地面的速度 $v_{空地}$ 不同，因此飞机相对地面的飞行速度 $v_{机地}$ 的大小也不同.根据相对运动速度关系式 $\boldsymbol{v}_{机地}=\boldsymbol{v}_{机空}+\boldsymbol{v}_{空地}$ 及其矢量图可求得结果.

解：（1）$v_{空地}=u=0$，所以

$$t_{往}=t_{返}=\frac{L}{v_{机空}}=\frac{L}{v}$$

即往返时间为
$$t_0=\frac{2L}{v}.$$

（2）由于 $v_{空地}=u$ 的方向由南向北，所以飞机往北飞行的速度的大小为 $v+u$，往南飞行的速度的大小则为 $v-u$，往返时间为

$$t_1=\frac{L}{v+u}+\frac{L}{v-u}=\frac{2L}{v}\ \frac{1}{1-\dfrac{u^2}{v^2}}=\frac{t_0}{1-\dfrac{u^2}{v^2}}$$

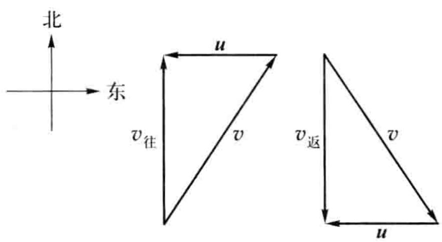
（3）由于 u 的方向由东向西，飞机相对地面的往返速度分别由例 1-6 图所示的矢量图表示.

$$v_{往}=\sqrt{v^2-u^2},\quad v_{返}=\sqrt{v^2-u^2}$$

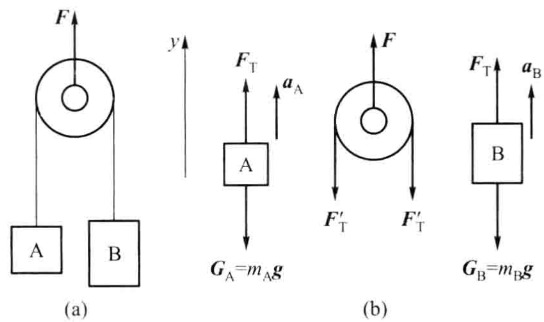
往返时间为

$$t_2=\frac{2L}{\sqrt{v^2-u^2}}=\frac{2L}{v\sqrt{1-\frac{u^2}{v^2}}}=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{v^2}}}$$

例 1-7. 如例 1-7 图(a)所示的轻滑轮上跨有一轻绳,绳的两端连接着质量分别为 1 kg 和 2 kg的物体 A 和 B,现以 50 N 的恒力 F 向上提升滑轮的轴,A 和 B 的加速度各为多少? 不计滑轮质量及滑轮与绳之间的摩擦.



例 1-6 图



例 1-7 图

分析: 由于滑轮质量不计,因此滑轮两边绳中的张力相等,并且两边绳中的张力之和就等于向上提升的恒力 F.运用牛顿运动方程可分别求得物体 A 和 B 的加速度.

解: 分别取物体 A 和 B 及滑轮作为隔离体,它们的受力情况如例 1-7 图(b)所示.取竖直向上为 y 轴方向,由牛顿第二定律,分别列出对物体 A 和 B 及轻滑轮的运动方程

轻滑轮: $F-2F_T=0$

物体 A: $F_T-m_Ag=m_Aa_A$

物体 B: $F_T-m_Bg=m_Ba_B$

联立以上三式求解得

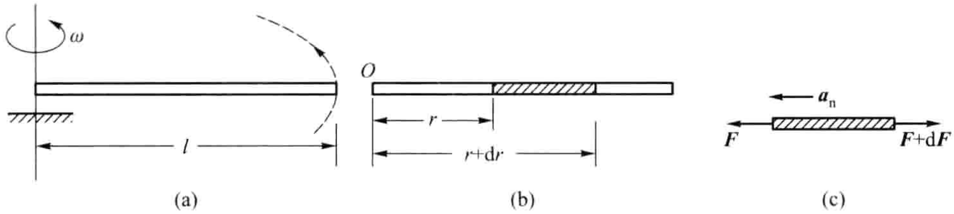
$$a_A=\frac{F}{2m_A}-g=15.2\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_B=\frac{F}{2m_B}-g=2.7\ \mathrm{m/s^2}$$

例 1-8. 如例 1-8 图(a)所示,一质量为 m 的均质细绳长为 l,将其一端固定,另一端绕固定端在光滑水平面上以匀角速度 ω 旋转.设绳子不可伸长,重力忽略不计.试求距离固定端为 r 处绳中的张力.

分析: 在本题中,绳子的不同位置处的质元受到的张力不同,因此选取距固定端 r 处的微小质元 $\mathrm{d}m$ 为研究对象是本题的关键点.

解: 如图(b)所示,以固定端 O 为原点,选取距原点 r,宽度为 $\mathrm{d}r$ 的微小质元 $\mathrm{d}m$ 为研究对



例 1-8 图

象,其受力情况如图(c)所示.设 r 处张力为 F,$r+\mathrm{d}r$ 处张力为 $F+\mathrm{d}F$,对这一微元 $\mathrm{d}m$ 建立牛顿第二定律方程为

$$F-(F+\mathrm{d}F)=\mathrm{d}m\cdot a_n \tag{1-3}$$

质元质量 $\mathrm{d}m=\lambda\mathrm{d}r=\frac{m}{l}\mathrm{d}r$,且 $a_n=\omega^2 r$,将上两式代入式(1-3),有

$$\mathrm{d}F=-\frac{m}{l}\omega^2 r\mathrm{d}r$$

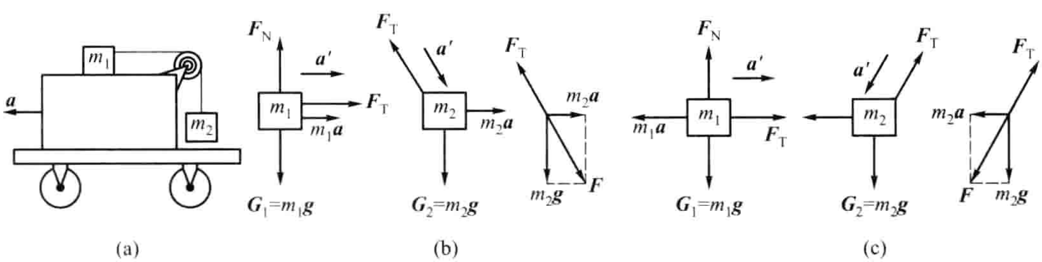
对上式积分,并利用条件 $r=l$ 时,$F(l)=0$,有

$$\int_{F(r)}^{0}\mathrm{d}F=-\frac{m}{l}\omega^2\int_{r}^{l}r\mathrm{d}r$$

积分可得距离固定端为 r 处绳中的张力为

$$F(r)=\frac{m}{2l}\omega^2(l^2-r^2)$$

例 1-9. 如例 1-9 图(a)所示,在光滑的桌面上放置一个质量为 m_1 的物体,用轻绳通过滑轮与桌面下的质量为 m_2 的物体相连.若将这套装置放在一小车中固定,求在下列两种情况下两物体相对于小车运动的加速度和绳中的张力.



例 1-9 图

(1) 小车以加速度 a 匀加速前进;

(2) 小车以负加速度 $-a$ 刹车.

分析: 小车有加速度,是一个非惯性参考系.若以小车为参考系来建立牛顿运动方程,必须考虑质量为 m_1 和 m_2 的两物体分别受到的惯性力的作用.

解: (1) 当小车以匀加速度 a 前进时,两物体的受力情况如图(b)所示,其中 m_1a 为质量为

m_1 的物体受到的惯性力，m_2a 为质量为 m_2 的物体受到的惯性力.设两物体相对于小车的加速度为 a'.根据牛顿第二定律，得方程

物体 m_1： $$F_T+m_1a=m_1a'$$

物体 m_2： $$F-F_T=m_2a'$$

上式中 $F=\sqrt{(m_2a)^2+(m_2g)^2}$，联立以上三式，解得两物体相对于小车运动的加速度

$$a'=\frac{m_2\sqrt{g^2+a^2}+m_1a}{m_1+m_2}$$

绳中张力为

$$F_T=\frac{m_1m_2(\sqrt{g^2+a^2}-a)}{m_1+m_2}$$

（2）同理，当车厢以负加速度 $-a$ 刹车时，取小车为非惯性参考系，两物体的受力情况如图(c)所示，对它们列方程

物体 m_1： $$F_T-m_1a=m_1a' \tag{1-4}$$

物体 m_2： $$F-F_T=m_2a' \tag{1-5}$$

上式中

$$F=\sqrt{(m_2a)^2+(m_2g)^2} \tag{1-6}$$

联立式(1-4)、式(1-5)和式(1-6)，解得两物体相对于小车运动的加速度

$$a'=\frac{m_2\sqrt{g^2+a^2}-m_1a}{m_1+m_2}$$

绳中张力为

$$F_T=\frac{m_1m_2(\sqrt{g^2+a^2}+a)}{m_1+m_2}$$

【习题解答】

1-1. 回答下列问题并举例：

（1）物体能否有一不变的速率而仍有一变化的速度？

（2）速度为零的时刻，加速度是否一定为零？加速度为零的时刻，速度是否一定为零？

（3）物体的加速度不断减小，而速度却不断增大，可以吗？

（4）当物体具有大小、方向不变的加速度时，物体的速度方向能否改变？

解：（1）有，速度是矢量，既有大小，又有方向，两者中有一个变化，速度就变化.例如做匀速圆周运动的物体，它的速度时刻在变化，但其速率不变.

（2）速度为零的时刻，加速度不一定为零；加速度为零的时刻，速度也不一定为零.因为加速度是速度对时间的变化率，速度为零的时刻其变化率不一定为零，速度不为零时不能保证其变化

率不为零.例如水平弹簧振子,相对平衡位置有最大位移时其速度为零,而加速度不为零;平衡位置处速度最大而其加速度为零.

(3) 可能.例如加速直线运动,物体的加速度可以不断减小,只要与速度的方向一致,物体仍然做加速运动,速度仍不断增大.

(4) 能改变.如空气阻力很小时的斜抛运动,重力加速度恒定不变,但物体的速度方向却一直在改变.

1-2. 一质点做曲线运动,$\boldsymbol{r}$ 表示位置矢量,s 表示路程,a_t 表示切向加速度,判断下列表达式的正误.

(1) 速度 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$

(2) 速率 $v=|\boldsymbol{v}|=\dfrac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$

(3) 速率 $v=|\boldsymbol{v}|=\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$

(4) 切向加速度 $a_t=\dfrac{|\mathrm{d}\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}$

解:(1) 正确;(2) 正确;(3) 错误;(4) 错误.

1-3. 一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=[(-10)t+30t^2]\boldsymbol{i}+[15t-20t^2]\boldsymbol{j}$(SI 单位).求:

(1) 初速度的大小和方向;

(2) 加速度的大小和方向.

解:(1) $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=(-10+60t)\boldsymbol{i}+(15-40t)\boldsymbol{j}$.初速度为 $\boldsymbol{v}_0=(-10\boldsymbol{i}+15\boldsymbol{j})$ m/s.其大小为 $v_0=\sqrt{10^2+15^2}$ m/s $=18.03$ m/s,沿与 x 轴夹角为 $\theta=123°41'$的方向.

(2) $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=(60\boldsymbol{i}-40\boldsymbol{j})$ m/s².其大小为 $a=\sqrt{60^2+40^2}$ m/s² $=72.11$ m/s²,沿与 x 轴夹角为 $\theta'=-33°41'$的方向.

1-4. 一质点在 xy 平面上运动,运动方程为 $x=2t$(SI 单位),$y=4t^2-8$(SI 单位).求:

(1) 质点运动的轨迹方程;

(2) 当 $t=1$ s 时和 $t=2$ s 时质点的位矢、速度和加速度.

解:(1) 联立运动方程消去时间 t,得轨迹方程 $y=x^2-8$.

(2) 位矢 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=2t\boldsymbol{i}+(4t^2-8)\boldsymbol{j}$;速度 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}+8t\boldsymbol{j}$;加速度 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=8\boldsymbol{j}$ m/s².

当 $t=1$ s 时:　$\boldsymbol{r}_1=(2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j})$ m,　$\boldsymbol{v}_1=(2\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j})$ m/s,　$\boldsymbol{a}_1=8\boldsymbol{j}$ m/s².

当 $t=2$ s 时:　$\boldsymbol{r}_2=(4\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j})$ m,　$\boldsymbol{v}_2=(2\boldsymbol{i}+16\boldsymbol{j})$ m/s,　$\boldsymbol{a}_2=8\boldsymbol{j}$ m/s².

1-5. 子弹以初速度 $v_0=200$ m/s 发射,初速度与水平方向的夹角为 60°.求:

(1) 子弹位于轨道最高点处时的速度和加速度;

(2) 轨道最高点处的曲率半径.

解:(1) 在轨道最高点处,子弹速度的方向沿轨道切线方向,即水平方向.速度的大小为

$$v=v_0\cos 60°=100\ \mathrm{m/s}$$

子弹在最高点处加速度的方向指向地心，加速度的大小为 $g=9.80\ \mathrm{m/s^2}$.

（2）在轨道最高点处，子弹加速度的方向就是轨道的法线方向.根据 $a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$，得最高点处轨道的曲率半径为

$$\rho=\frac{v^2}{a_n}\approx 1.02\times 10^3\ \mathrm{m}$$

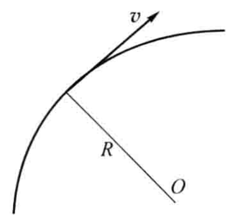
1-6. 一列火车由静止开始速率匀速增加，其轨道是半径为 $R=800$ m 的圆弧（如图所示）.已知启动后 $t=3$ min 时列车的速率为 $v=20$ m/s，求启动后 $t_1=2$ min 时，列车的切向加速度、法向加速度和总加速度.

解： 由 $a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$可得 $v-v_0=a_t t$，$v=a_t t$，从而有

$$v_3=a_t\times 3\times 60\ \mathrm{s}=20\ \mathrm{m/s},\ a_t=0.111\ \mathrm{m/s^2}$$

所以
$$v_2=a_t\times 2\times 60\ \mathrm{s},\ v_2=\frac{40}{3}\ \mathrm{m/s}$$

$$a_n=\frac{v_2^2}{R}=\frac{2}{9}\mathrm{m/s^2}=0.222\ \mathrm{m/s^2}$$



习题 1-6 图

总加速度为

$$a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=\frac{\sqrt{5}}{9}\mathrm{m/s^2}=0.248\ \mathrm{m/s^2}$$

1-7. 一半径为 0.50 m 的飞轮在启动时的短时间内，其角速度与时间的二次方成正比.在 $t=2.0$ s时测得轮缘一点的速度值为 4.0 m · s^{-1}.求：

（1）该轮在 $t'=0.5$ s 的角速度，轮缘一点的切向加速度和总加速度；

（2）该点在 2.0 s 内所转过的角度.

解：（1）因 $\omega R=v$，由题意 $\omega\propto t^2$ 得比例系数

$$k=\frac{\omega}{t^2}=\frac{v}{Rt^2}=2\ \mathrm{rad\cdot s^{-3}}$$

所以
$$\omega=\omega(t)=2t^2(\mathrm{rad\cdot s^{-1}})$$

则 $t'=0.5$ s 时的角速度、角加速度和切向加速度分别为

$$\omega=2t'^2=0.5(\mathrm{rad\cdot s^{-1}})$$

$$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=4t'=2.0(\mathrm{rad\cdot s^{-2}})$$

$$a_t=\beta R=1.0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

总加速度为

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n=\beta R\boldsymbol{e}_t+\omega^2 R\boldsymbol{e}_n$$

$$a=\sqrt{(\beta R)^2+(\omega^2 R)^2}=1.01\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$