

相 對 性 原 理

東方文庫第四十八種

相 對 性 原 理

周昌鄭 貞文李潤章 著

東方雜誌二十
週年紀念刊物

Theory of Relativity
Commercial Press, Limited
All rights reserved

中華民國十二年十二月初版
四七



回(東方
文庫)相對性原理一册

(每册定價大洋壹角)

(外埠酌加運費匯費)

編纂者 東方雜誌社
發行者 商務印書館
印刷所 上海北河南路北首寶山路
商務印書館
總發行所 上海棋盤街中市
商務印書館

分售處

商務印書館分館
北京天津保定奉天吉林龍江
濟南太原開封鄭州西安南京
杭州蘭谿安慶蕪湖南昌漢口

長沙常德衡州成都重慶瀘縣
福州廣州潮州香港梧州雲南
貴陽張家口新嘉坡

目次

相對性原理概觀……………一

一、相對性原理的起源 二、特殊相對性原理 三、普遍相對性原理 四、愛因斯坦的
宇宙觀 五、愛因斯坦的能媒觀 六、外爾相對論的新擴張

能媒萬有引力和相對性原理……………三九

一、能媒的疑問 二、邁克爾遜和莫勒的實驗 三、空間中二點的距離 四、羅倫徹收
縮 五、能媒的否定 六、時間空間的判斷 七、光速度不變 八、時間空間的相對性
九、動律的疑問 十、一般相對性和他的證明 十一、愛因斯坦的宇宙論

相對性原理及其產生前後之科學狀況……………六五

相對性原理概觀

周昌壽著

一 相對性原理的起源

研究自然科學的方法，是要將由種種自然現象得來的經驗，統括起來，抽出各種概念，然後纔能具有客觀的性質；這些概念又要徵諸各種實驗，如其能符合，然後纔有實在的性質。所以要判斷各種觀念以及用論理的方法由觀念演繹出來的結論，究竟是否合理，除了實驗而外，實在沒有別樣方法。現在專就電磁學一部分而言，歷來對於運動物體得出來的理論上的結果，和實驗固然不符，就是那

結果自身，也有自相衝突的地方。試引一個例來說：設如有一個磁石向着一個固定的導體，作一直線的運動，這個時候得出來的理論上的結果，是一樣。又如有一個導體，向着一個固定着的磁石，作一直線的運動，這個時候得出來的理論上的結果，又是一樣。兩者截然不同。但是一方面用實驗精密觀測起來，結果完全一樣，絲毫的區別也沒有。換句話說：只要一個磁石和一個導體之間，有了相對的直線運動，不問誰動誰靜，都是完全一樣的。從前的理論既不能解釋這個實驗的結果。當然是從前的理論的謬誤，非得改造一番不可。

不但如此，自從惠根司 (Huygens) 創出光的波動說以來，爲便於想像起見，於是遂假定真空中有一種傳達光波作用的媒質存在，這種媒質名之曰『能媒』 (Ether)。這種能媒由種種方面推究起來，真要算得是一種奇妙不可名狀的東西。據一八〇四年楊 (Young) 的星行差 (Aberration) 的理論推起來，望遠鏡裏面的能媒，和望遠鏡的運動，似乎完全沒有關係。要不然就和星行差的實驗結果，

不能相符。但是據傅勒涅爾 (Fresnel) 推想起來，非將物質內的能媒分作兩部分來看不可。一部分和物質同時以同一的速度運動，一部分却絲毫也不受物質的運動的影響。要不然，那費左 (Fizeau) 的水管實驗，就不能設說明。再由一方面說起來，還有邁克爾遜和莫勒 (Michelson and Morley) 的實驗，羅季 (Lodge) 的實驗，羅蘭 (Rowland) 的實驗，呂勒和白拉斯 (Rayleigh and Brace) 的實驗，屠羅頓和諾白爾 (Trouton and Noble) 的實驗等，又都非假定能媒和地球完全以同一的速度運動不可。這三種假定同是由實驗得來，而又彼此決不相容，孰是孰非？直是無從判斷。能媒的奇妙地方還不止此，還有他的構成，彈性的性質，能媒的縱波，能媒速度和極化面 (Plane of polarization) 的關係，對於這種種的問題，莫不疑雲四起，簡直無從解決。蒲朗克 (Planck) 批評說：要想解決這些問題的勞力，和要造永久機關 (Perpetual mobile) 是在同一的階級。(見一九一

〇年九月二十三日蒲朗克在闊尼西堡

Königsburg 開的德意志自然科學

者及醫學者大會中的講演錄。

由上所述，舊電磁學對於運動物體的理論，和能媒的性質，都和實驗絕對不能相容，大約可以明白的了。我們所信爲正當的一切議論，都是用論理學的方法，推導出來的。論理學的系統裏面，絕對不能含有互相矛盾的要素。現在既然發生了這種矛盾出來，非有相當的說明將他除去不可。要不然，我們的全論理系統都要動搖起來了。提出這種相當的說明，同時有兩個人，一個是愛爾蘭的費志結拉爾 (Fitzgerald 見 Nature, June 16, 1892) 一個是荷蘭的羅倫徹 (Lorentz 見他著的 Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern; Leiden, E. J. Brill, 1895) 他們是假定一切物體在運動方向的長度，應當起相當的收縮，其收縮的比例爲

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

這個假說喚做收縮說 (Contraction Hypotheses) 若果承認

了這個假說，能媒的自相矛盾的性質，就不至於發生了。一方面羅倫徹又由種種複雜的電磁理論，求得一種座標軸的變換，來處理各種電磁現象。這種變換方法喚做羅倫徹變換 (Lorentz Transformation)，其式如下：

$$\left. \begin{aligned} x' &= \beta(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \beta\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

用這種座標系的變換來處理前面所舉的例，就沒有絲毫和實驗結果不符的地方。

這些研究要算是相對性原理的端緒，沒有這些經過，相對性原理也不會發生的。試看一九一六年愛因斯坦追悼馬哈 (Mach) 的演說裏面，就說過『馬哈在

幼年時代，業已悟及牛頓的絕對空間時間爲不合理。只可惜當時一般學者對於這一方面的研究太少，不足以供給他的參考。要不然，他早已達到我們現在的相對性原理，也說不定呢。』由此可知相對性原理，決非一朝一夕所能成就，也決非愛因斯坦一人之力所能辦到。他的真正價值是在能彀將前人所得的種種結果，綜合起來，自成一系統。不特能彀將許多歷來所不能解決的問題，一一解釋出來，並且還由這裏面，用論理的方法，推出許多夢想所不到的結論，這就是現在所謂的相對性原理了。

二 特殊相對性原理

愛因斯坦的相對性原理，共分兩步：第一步名叫特殊相對性原理 (Special theory of relativity)，是一九〇五年發表的，專論有相對等速運動的座標系間的關係。第二步名叫普遍相對性原理 (General theory of relativity)，是後來

在一九一六年發表的。一般有相對變速運動的體系，都包含進內，比較第一步的性質，尤其普遍。現在我們先將他那特殊相對性原理的內容，敘述一下。

凡是對於地球靜止不動的體系上的一切電磁現象，都可以完全用馬克斯威爾 (Maxwell) 的基礎方程式來處理。但是若果體系對於地球，有相對的等速運動，就非另外想法來處理不可。愛因斯坦於是遂立了兩個假說：

(1) 相對性原理假說 凡在有相對等速運動的體系上面表同一物理學定律，其式恆不變；

(2) 光速不變假說 光在真空中進行的速度，其值恆不變，與光源和觀測者間的相對等速運動，毫無關係。

由這兩個假定，遂得出種種的結果，其最重要的，共有三種：即力學方面的影響，電磁學方面的影響和電子力學方面的影響。以下逐條略述如下。

力學方面的影響 如有 S 、 S' 兩個體系，彼此的座標軸各各平行，沿着 Ox 和 Ox'

方向，彼此作相對的等速運動，其速度爲 v 。這個時候，在兩個體系上的觀測者，觀測時間和空間的標準須得要滿足下列的條件：

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

能穀滿足這個條件的座標，就是前節所述的羅倫徹轉換，即是(1)式。在這兩個體系上面的觀測者，既受了這個條件，就覺得：

(1) 我這體系上面沿着 Ox (或 Ox') 方向測出來的長度 l ，在他那體系上面，就變成了 βl ，所以他的空間比我的空間縮短了 β 倍。

(2) 我這體系上面測出來的時間 t ，在他那個體系上面，就變成 $t - \beta$ ，所以他的時間比我的時間延長了 β 倍。

(3) 他那個體系上面以爲是同一時刻發生的事件，在我這體系上，並不同時。這是兩系上的觀測者，彼此不能一致的地方。

再由(1)式即羅倫徹轉換，可以求得

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}}$$

由此可知若是有一個沿着 Ox 或 Ox' 方向運動着的物體，他的速度在 S 系的觀測者看去是 V ，在 S' 系的觀測者看去是 V' 那麼，

$$V = \frac{V' + v}{1 + \frac{vV'}{c^2}}$$

這個計算，和前面說過的費左的水管實驗，完全一致，又和後來馬約拉那 (Majorana) 的動鏡實驗相符。

再由這個式子，可以知道速度相加的結果，具有一種特別的性質。譬如 V' 和 v 都比 c 小，那麼，我們可以將他寫作

$$V' = c - \epsilon, \quad v = c - \eta$$

代入上面的式子，結果成爲

$$V = \frac{1}{1 + \frac{\epsilon\eta}{2c(1 - \frac{\epsilon + \eta}{2c})}}$$

因爲 ϵ, η 都比 c 小，所以 $(1 - \frac{\epsilon + \eta}{2c})$ 是正數，故 V 應該比 c 小。即是說：凡比 c 小的速度相加起來，結果仍然還是小於 c 。並且到了極限，若果 ϵ 成爲零， V 就等於 c 。這是愛因斯坦第二個假說當然的結果。又若同時 η 也成了零，那個時候的 v 等於 c ，結果 V 也和 c 相等。即是兩個和 c 相等的速度，相加起來仍然還是和 c 相等。這種性質和尋常數學裏面的無限大的性質完全一樣，無論加些東西進去，或是減些出來，仍不損其絲毫，真要算是一種很特別的量了。

電磁學方面的影響 設有一個電子，沿着 Ox 方向，以速度 V 在自由空間裏面運動，將愛因斯坦的第一假說和 (1) 式，代入馬克斯威爾的方程式裏去，結果即

得

$$\mathcal{E}'_x = \mathcal{E}_x$$

$$\mathcal{H}'_x = \mathcal{H}_x$$

$$\mathcal{E}'_y = \beta \left(\mathcal{E}_y - \frac{v}{c} \mathcal{H}_z \right) \quad \mathcal{H}'_y = \beta \left(\mathcal{H}_y + \frac{v}{c} \mathcal{E}_z \right)$$

$$\mathcal{E}'_z = \beta \left(\mathcal{E}_z + \frac{v}{c} \mathcal{H}_y \right) \quad \mathcal{H}'_z = \beta \left(\mathcal{H}_z - \frac{v}{c} \mathcal{E}_y \right)$$

$$p' = \beta p \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

(2)

由這個式子看去，可以知道電子上的荷電，在有相對等速運動的體系上觀測起去，都是完全同一的。由這些計算，更可以推出下列的各種結論：

(1) 都卜勒效應 (Doppler's effect) 如以 f 表兩系中所測得的周數 (Frequency) 都卜勒定律的一般形式應當改造過成爲

$$f' = f \left(\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

方爲適當。

(2) 星行差公式 如以地球運動的方向爲 x 軸， S' 系固定於地球，由星發來之光與 x 所作之角命爲 θ 。由 S' 系觀測光線與 x' 軸所作之角，命爲 ϕ' ，則星行差公式應當改造成爲

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \phi'} = \beta \left(\cos \theta - \frac{v}{c} \right) - \cos \theta$$

方屬合理。式中的 α ，表行差角，其值等於 $\theta - \phi'$ 。

(3) 動鏡上作用之光壓 (Light pressure) 如以 P 表鏡面單位面積在單位時間內所受之光壓， A 表電磁力的振幅則得

$$P = 2 \frac{A^2}{8\pi} \frac{(\cos \phi - \frac{v}{c})^2}{1 - (\frac{v}{c})^2}$$

此外尚有反射定律，運動荷電所生之電磁場公式等，也都非改造過不可。不過改

造的結果，和舊力學不同的地方，都很微小，所以要想用實驗去證明，是很不容易的。

電子力學方面的影響 愛因斯坦在這裏又添加了一個假定，說是一切的電子都具有一個常數，這個常數如用 m 來表，那麼，只有電子對於座標系是相對的靜止那一瞬間，纔能滿足

$$\text{力} = m \times \text{加速度}$$

這個條件。在一般的時候，却不能再用這個式子。至於對於其他的體系，這運動方程式當用

$$m\beta \frac{d^2x}{dt^2} = e\mathcal{E}_x,$$

$$m\beta \frac{d^2y}{dt^2} = e \left(\mathcal{E}_y - \frac{v}{c} \mathcal{H}_z \right)$$

$$m\beta \frac{d^2z}{dt^2} = e \left(\mathcal{E}_z - \frac{v}{c} \mathcal{H}_y \right)$$