ADVANCED MATHEMATICS

李本图　主编
夏德昌　副主编

国家示范性高职高专教改系列特色教材

高等数学

财经类

江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

Finance and Economics

模块结构配合教学计划

背景案例面向职业应用

知识选点服务专业发展

国家示范性高职高专教改系列特色教材

高等数学

财经类

李本图 主编 夏德昌 副主编

江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高等数学：财经类/李本图主编. —镇江：江苏大学出版社，2011.8
ISBN 978-7-81130-242-4

Ⅰ.①高… Ⅱ.①李… Ⅲ.①高等数学—高等职业教育—教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 168658 号

高等数学：财经类

主　　编/李本图
副 主 编/夏德昌
责任编辑/段学庆
出版发行/江苏大学出版社
地　　址/江苏省镇江市梦溪园巷 30 号(邮编：212003)
电　　话/0511-84443089
传　　真/0511-84446464
排　　版/镇江文苑制版印刷有限责任公司
印　　刷/丹阳市教育印刷厂
经　　销/江苏省新华书店
开　　本/787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张/12.5
字　　数/304 千字
版　　次/2011 年 8 月第 1 版　2011 年 8 月第 1 次印刷
书　　号/ISBN 978-7-81130-242-4
定　　价/29.00 元

如有印装质量问题请与本社发行部联系(电话：0511-84440882)

前　言

高等数学是高职高专的重要基础课，也是职业教育体系中服务于专业教育的必修课。编者基于国家级示范性高职院校的教学经验和教改成果，针对高职高专教学的基础性与应用性特点，组织编写了面向应用型高职高专院校的《高等数学》。

本书为其中的财经类分册，包括函数、极限及其应用，导数与微分，微分中值定理及导数的应用，不定积分，定积分及其应用五个基本知识模块。它以财经、工程、管理案例为切入点，本着够用为度、注重实效的原则，采用目标驱动的方式、模块化的知识结构和独特的编排体例，使学生通过学习可以具备与专业技能需求相适应的数学知识、与职业要求相适应的数学能力以及可持续发展的潜力，体现了编者不同于传统的数学教育思想。

目前，高职院校的学生学业水平参差不齐，教学课时及内容受到一定限制，这使高职院校的教学面临一定的困难。根据高职高专基础课程以应用为目的，以必需、够用为度的教学原则，我们在制定教学计划时，充分考虑高职高专学生的认知规律，根据不同层次、不同专业学生对数学知识的不同需求，循序渐进、由浅入深，适当增加学时，强化基础，解决知识衔接问题，提高学生概括问题能力、逻辑推理能力、自学能力、运算能力及综合运用能力。

本书内容体现了全新的“三书”教材模式，即：

(1) 课前指导书。明确每节课的学习内容、目的要求、重点难点，设置与课堂内容密切相关的课前问题，要求学生通过各种途径主动查阅资料，参与小组讨论，完成课前指导书的任务并进行评价，以达到课前预习的目的。

(2) 课堂任务书。合理组织每次课的教学内容，结合专业和实际生活相关问题进行案例设置，提高学生学习数学的兴趣和观察生活的能力；在例题后又设置相应的练习题，要求学生在教师的引导下当堂完成并进行评价，以达到课堂学习的要求。

(3) 课后作业书。根据学习内容选取难度适当、题量适宜、具有一定思考性的习题，要求学生独立完成并进行评价，以达到课后复习的目的。

“三书”创新模式突破了“一生、一师、一教材”的传统模式，也是编者建设精品课程教材的积极尝试。本书的第 1 模块由沙淑波、高玉静编写，第 2 模块由李本图编写，第 3 模块由施桂萍编写，第 4 模块由夏德昌编写，第 5 模块由王德华、王金平编写。

本教材在编写过程中得到了山东科技职业学院领导的关心、支持，在此深表谢意。

由于编者自身的水平有限，书中难免存在一些不足和缺点，诚恳期望广大读者提出宝贵的意见和建议，对此表示衷心的感谢！

编　者

2011 年 8 月

目录

第1模块　函数、极限及其应用

第2模块　导数与微分

第3模块 微分中值定理及导数的应用

第4模块 不定积分

第5模块 定积分及其应用

第1模块

函数、极限及其应用

【学习目标】

理解函数的概念、特性，掌握基本初等函数的图像性质；理解分段函数、反函数、复合函数等概念；了解经济学中的常见函数；理解无穷小和无穷大的概念；掌握极限思想、极限概念、极限法则和求极限方法；理解函数的连续性概念、性质；利用极限解决现实中的具体问题——复利与贴现.

函数是高等数学中最重要的概念之一. 在自然科学、经济学和管理科学的研究中，函数关系随处可见. 微积分学是以函数关系为研究对象的. 极限是研究函数和解决各种问题的一种基本方法.

本模块首先从函数概念入手，进而讨论函数的极限、函数的连续性等基本概念，以及它们的一些性质和在经济中的应用.

日期：________________　　　　教师：________________

1.1　函数的概念与性质

学习内容：函数的概念与性质.

目的要求：熟练掌握函数的定义、定义域、对应法则，了解分段函数、显函数、隐函数、反函数的概念，熟练掌握函数的单调性、有界性、奇偶性、周期性.

重点难点：函数定义域的求法，判断函数的四大特性.

课前探讨

1. 现实生活中的函数举例(至少 3 个).
2. 阐述邻域、半径、去心邻域、函数的定义.
3. 阐述定义域、值域、对应法则的概念.
4. 阐述分段函数定义，并举例(至少 2 个).
5. 阐述显函数定义，并举例(至少 2 个).
6. 阐述隐函数定义，并举例(至少 2 个).
7. 阐述反函数定义，并举例(至少 2 个).
8. 阐述单调性、单调区间定义，并举例(至少 2 个).
9. 阐述有界性定义，并举例(至少 2 个).
10. 阐述奇偶性定义，并举例(至少 2 个).
11. 阐述周期性定义，并举例(至少 2 个).

课堂讲习

案例　在自由落体运动中，物体下落的时间 t 与距离 s 之间存在下列依赖关系：$s=\frac{1}{2}gt^2$，其中 g 是重力加速度. 假定物体着地的时刻 $t=T$，则对每一个 $t\in[0,T]$，由上式可知，s 都有一个确定的数值与其对应.

在中学阶段已经学习过"函数"，本节仅就其中的一部分作简要叙述和必要补充.

1.1.1 数集、区间和邻域

1. 数集

本书中的常用数集及其符号如下：

(1) 实数集：$\mathbf{R}=\{$全体实数$\}$.

(2) 整数集：$\mathbf{Z}=\{0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots,\pm n,\cdots\}$.

(3) 自然数集：$\mathbf{N}=\{0,1,2,3,\cdots,n,\cdots\}$.

(4) 有理数集：$\mathbf{Q}=\left\{\dfrac{p}{q}\,\middle|\, p\in\mathbf{Z},q\in\mathbf{N}^{+},\text{且 } p,q \text{ 互质}\right\}$.

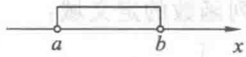
我们约定，在表示集合的字母右上角加上标“+”表示在该集合中取正数，加上标“−”表示在该集合中取负数. 例如 $\mathbf{R}^{+}=\{$全体正实数$\}$；$\mathbf{Z}^{-}=\{-1,-2,-3,\cdots,-n,\cdots\}$，即全体负整数.

2. 区间

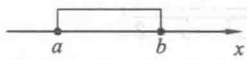
区间是表示实数集合的一种常用形式，区间根据长度可分为两大类：有限区间和无限区间（无穷区间）.

设 a,b 为两个实数，且 $a<b$，我们定义区间如下：

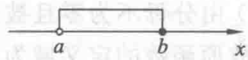
(1) $(a,b)=\{x\,|\,a<x<b\}$为开区间，其图像为：



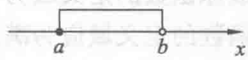
(2) $[a,b]=\{x\,|\,a\leqslant x\leqslant b\}$为闭区间，其图像为：



(3) $(a,b]=\{x\,|\,a<x\leqslant b\}$为左开右闭区间，其图像为：

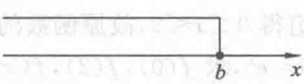


(4) $[a,b)=\{x\,|\,a\leqslant x<b\}$为左闭右开区间，其图像为：

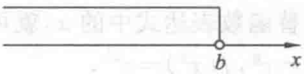


称 a,b 为区间的断点，$b-a$ 为区间的长度. 由此可知，以上区间的长度都为有限数，称它们为有限区间. 此外还可定义无穷区间：

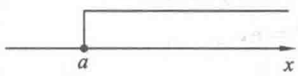
(1) $(-\infty,b]=\{x\,|\,x\leqslant b\}$，其图像为：



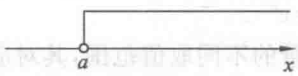
(2) $(-\infty,b)=\{x\,|\,x<b\}$，其图像为：



(3) $[a,+\infty)=\{x\,|\,x\geqslant a\}$，其图像为：



(4) $(a,+\infty)=\{x\,|\,x>a\}$，其图像为：



(5) $\mathbf{R}=(-\infty,+\infty)$.

3. 邻域

邻域也是一个重要概念，在以后的学习中会经常遇到.

定义 1 所谓**点 a 的 δ 邻域**，是指以 a 为中心的开区间$(a-\delta,a+\delta)$. 也就是说，设 a,δ 为两个实数，$\delta>0$，则称满足不等式$|x-a|<\delta$ 的实数的全体为点 a 的 δ 邻域. 记作

$$U(a,\delta)=(a-\delta,a+\delta)=\{x\,|\,a-\delta<x<a+\delta\}=\{x\,|\,|x-a|<\delta\}.$$

点 a 为该邻域的**中心**，δ 为该邻域的**半径**.

定义 2 若邻域$(a-\delta,a+\delta)$中去掉中心点 a，则它称为**点 a 的去心 δ 邻域**，可表示为

$(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)$或 $0<|x-a|<\delta$. 记作

$$\overset{\circ}{U}(a,\delta)=(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)=\{x\,|\,0<|x-a|<\delta\}.$$

为了使用方便，有时把开区间$(a-\delta,a)$称为点 a 的左 δ 邻域，把开区间$(a,a+\delta)$称为点 a 的右 δ 邻域.

1.1.2 函数的概念

定义 3 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的非空数集. 若对于每一个数 $x\in D$，按照某一确定的对应法则 f，变量 y 总有唯一确定的数值与之对应，则称 y 是 x 的**函数**，记作

$$y=f(x),\quad x\in D.$$

其中，x 称为自变量；y 称为因变量；数集 D 称为该函数的**定义域**，是 x 的取值范围.

自变量取定义域内某一值时，因变量的对应值叫做函数值. 对于给定的函数 $y=f(x)$，当函数的定义域 D 确定后，按照对应法则 f，因变量的变化范围也随之确定. 函数值的集合叫做函数的**值域**. 因此，定义域和对应法则就是确定一个函数的两个要素. 两个函数只有当它们的定义域和对应法则都相同时，才是相同的.

函数的 3 种表示方法：解析式、列表法、图像法.

例题 1 求下列函数的定义域：

(1) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x-2}}$； (2) $y=\ln(x+1)+\arccos(x-1)$.

解 (1) 由分母不为零且被开方数非负可知，自变量 x 应满足 $x^2-x-2>0$，解得 $x>2$ 或 $x<-1$，故原函数的定义域为：$(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$.

(2) 该函数的定义域应为满足不等式组

$$\begin{cases}x+1>0,\\ -1\leqslant x-1\leqslant 1\end{cases}$$

的 x 的全体，解不等式组得 $0\leqslant x\leqslant 2$，故原函数的定义域为：$[0,2]$.

例题 2 已知 $f(x)=e^x$，求 $f(0)$，$f(2)$，$f(x^2)$，$f[f(0)]$，$f[f(x^2)]$.

解 只需用变量代替函数表达式中的 x，就可以得到相应答案：

$f(0)=e^0=1$，$f(2)=e^2$，$f(x^2)=e^{x^2}$，

$f[f(0)]=e^{f(0)}=e^1=e$，

$f[f(x^2)]=e^{f(x^2)}=e^{e^{x^2}}$.

定义 4 对于自变量的不同取值范围，其对应法则也不同的函数，称为分段函数.

注意 (1) 分段函数是一个函数，而不是几个函数；

(2) 分段函数的定义域是各段定义域的并集.

例如，$y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$，$f(x)=\begin{cases}1, & 0<x\leqslant 5,\\ 0, & x=0,\\ -1, & -5<x<0,\end{cases}$

符号函数 $y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0\end{cases}$ 等，它们都是分段函数.

例题 3 设 $f(x)=\begin{cases}x-2, & 1\leqslant x<3,\\ x^2, & 3\leqslant x<5,\end{cases}$ 求 $f(x+1)$.

解 $f(x+1)=\begin{cases}(x+1)-2, & 1\leqslant x+1<3,\\ (x+1)^2, & 3\leqslant x+1<5\end{cases}=\begin{cases}x-1, & 0\leqslant x<2,\\ (x+1)^2, & 2\leqslant x<4.\end{cases}$

例题 4 对于 A,B 两地间的汽车运输，旅客携带行李按下列标准支付运费：不超过 10 公斤的不收行李费；超过 10 公斤而不超过 25 公斤的，每公斤收运费 0.50 元；超过 25 公斤而不超过 100 公斤的，每公斤收运费 0.80 元. 试列出运输行李的运费与行李的重量之间的函数关系式，写出定义域，并求出所带行李分别为 16 公斤和 65 公斤的甲、乙两旅客各应支付的运费.

解 设行李重量为 x 公斤，其运费为 y 元.

根据题意有

当 $0\leqslant x\leqslant 10$ 时，$y=0$；

当 $10<x\leqslant 25$ 时，$y=(x-10)\times 0.5=0.5x-5$；

当 $25<x\leqslant 100$ 时，$y=15\times 0.5+(x-25)\times 0.8=0.8x-12.5$.

故所求函数为

$$y=f(x)=\begin{cases}0, & 0\leqslant x\leqslant 10,\\ 0.5x-5, & 10<x\leqslant 25,\\ 0.8x-12.5, & 25<x\leqslant 100.\end{cases}$$

其定义域为 $[0,100]$.

又
$$f(16)=0.5\times 16-5=3,$$
$$f(65)=0.8\times 65-12.5=39.5,$$

即甲和乙两旅客应分别支付运费 3.00 元和 39.50 元.

定义 5 若函数中的因变量 y 由自变量 x 的表达式直接表示出来，这样的函数称为**显函数**.

有些函数的表达方式却不是这样. 例如方程 $x+y^3-1=0$ 表示一个函数，当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时，y 都有唯一确定的值与之对应.

定义 6 一般地，若两个变量 x,y 的函数关系用方程 $F(x,y)=0$ 的形式来表示，即 x,y 的函数关系隐藏在方程里，这样的函数叫做**隐函数**.

有的隐函数可以从方程 $F(x,y)=0$ 中解出 y 来化为显函数，但有的隐函数化为显函数比较困难，甚至是不可能的. 例如由方程 $xy-e^{x+y}=0$ 确定的隐函数就不能化为显函数.

定义 7 设函数 $y=f(x),x\in D,y\in Z$，若对于任意一个 $y\in Z$，D 中都有唯一的一个 x，使得 $f(x)=y$ 成立，这时 x 是以 Z 为定义域的 y 的函数，称它为 $y=f(x)$ 的**反函数**，记作 $x=f^{-1}(y),y\in Z$.

在函数 $x=f^{-1}(y)$ 中，y 是自变量，x 表示因变量. 但按照习惯仍需对调函数 $x=f^{-1}(y)$ 中的字母 x,y，把它改写成 $y=f^{-1}(x),x\in Z$.

今后凡不特别说明，函数 $y=f(x)$ 的反函数都是这种改写过的 $y=f^{-1}(x),x\in Z$ 形式.

函数 $y=f(x),x\in D$ 与 $y=f^{-1}(x),x\in Z$ 互为反函数，则它们的定义域与值域互换.

在同一直角坐标系下，$y=f(x),x\in D$ 与 $y=f^{-1}(x),x\in Z$ 互为反函数的图形关于直线 $y=x$ 对称.

例题 5 函数 $y=3x-2$ 与函数 $y=\frac{x+2}{3}$ 互为反函数，如图 1-1 所示；函数 $y=2^x$ 与函数 $y=\log_2 x$ 互为反函数，如图 1-2 所示. 它们的图形都是关于直线 $y=x$ 对称的.

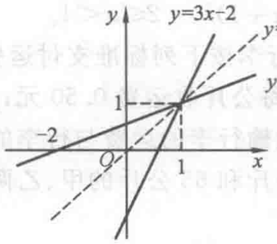


图 1-1

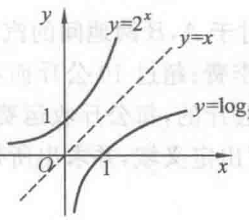


图 1-2

定理(反函数存在定理) 单调函数必有反函数，且单调增加(减少)的函数的反函数也是单调增加(减少)的.

求函数 $y=f(x)$ 的反函数可以按以下步骤进行：

(1) 从方程 $y=f(x)$ 中解出唯一的 x，并写成 $x=f^{-1}(y)$；

(2) 将 $x=f^{-1}(y)$ 中的字母 x,y 对调，得到函数 $y=f^{-1}(x)$，这就是所求的函数的反函数.

定义 8 假设有两个函数 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$，与 x 对应的 u 值能使 $y=f(u)$ 有定义，将 $u=\varphi(x)$ 代入 $y=f(u)$，得到函数 $y=f[\varphi(x)]$. 这个新函数 $y=f[\varphi(x)]$ 就是由 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 经过复合而成的复合函数，u 称为中间变量.

复合函数不仅可用两个函数复合而成，也可以有多个函数相继进行复合而成. 如由 $y=\sqrt{u}$，$u=\ln v$，$v=\sin x$ 可以复合成复合函数 $y=\sqrt{\ln\sin x}$；由 $y=f(u)=e^u$，$u=\varphi(x)=\cos x$ 可以复合成复合函数 $y=f[\varphi(x)]=e^{\cos x}$.

自由落体运动的动能 E 是速度 v 的函数：$E=\frac{1}{2}mv^2$，而速度 v 又是时间 t 的函数：$v=gt$，物体的动能 E 与 t 的关系 $E=\frac{1}{2}m(gt)^2$ 就是由函数 $E=\frac{1}{2}mv^2$ 与函数 $v=gt$ 复合而成的.

注意 不是任何两个函数都能复合成复合函数. 由定义易知，只有当 $u=\varphi(x)$ 的值域与 $y=f(u)$ 的定义域的交集非空时，这两个函数才能复合成复合函数. 例如函数 $y=\ln u$ 和 $u=-x^2$ 就不能复合成一个复合函数. 因为 $u=-x^2$ 的值域为 $(-\infty,0]$，而 $y=\ln u$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，显然 $(-\infty,0]\cap(0,+\infty)=\varnothing$，$y=\ln(-x^2)$ 无意义.

1.1.3 函数的性质

1. 单调性

设有函数 $y=f(x)$，$x\in(a,b)$，若对任意两点 $x_1,x_2\in(a,b)$，当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 上是**单调增加的**，区间 (a,b) 称为**单调增加区间**；如果恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 上是**单调减少的**，区间 (a,b) 称为**单调减少区间**.

单调增加的函数和单调减少的函数统称为**单调函数**，单调增加区间和单调减少区间统称为**单调区间**.

2. 有界性

设函数 $y=f(x)$，$x\in D$，如果存在 $M>0$，使得对任意 $x\in D$，均有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立，则

称函数 $f(x)$ 在 D 内是有界的；如果这样的 M 不存在，则称函数 $f(x)$ 在 D 内是无界的.

例如 $y=\sin x$ 是有界函数，其中对任意的 $x\in(-\infty,+\infty)$，均有 $|\sin x|\leqslant 1$；而 $y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是无界函数，因为 $y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上仅有下界.

3. 奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域关于原点对称，如果对于定义域内的 x 都有 $f(-x)=-f(x)$，则称函数 $f(x)$ 为**奇函数**；如果对于定义域内的 x 都有 $f(-x)=f(x)$，则称函数 $f(x)$ 为**偶函数**. 奇函数的图像关于原点对称；偶函数的图像关于 y 轴对称. 如果函数 $f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数，称为**非奇非偶函数**.

例如，$y=\sin x$，$y=x^3$，$x\in(-\infty,+\infty)$ 是奇函数；$y=\cos x$，$y=x^2$，$x\in(-\infty,+\infty)$ 是偶函数.

例题 6 判断函数 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$ 的奇偶性.

解 函数的定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，又因为

$$\begin{aligned}f(-x)&=\log_a\left[(-x)+\sqrt{(-x)^2+1}\right]=\log_a\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\\&=\log_a\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}=\log_a\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)^{-1}\\&=-\log_a\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=-f(x).\end{aligned}$$

所以函数 $f(x)=\log_a\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ 是奇函数.

4. 周期性

设函数 $y=f(x)$，$x\in D$，如果存在常数 $T\neq 0$，对任意 $x\in D$，$f(x+T)=f(x)$ 恒成立，则称函数 $y=f(x)$ 为周期函数；使上式成立的最小正数 T，称为函数 $y=f(x)$ 的**最小正周期**，简称**周期**. 例如，$y=\sin x$，$y=\cos x$ 的周期 $T=2\pi$；$y=\tan x$，$y=\cot x$ 的周期 $T=\pi$；正弦型曲线函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期为 $T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$.

日期：____________________ 教师：____________________

1.2 初等函数

学习内容：初等函数.
目的要求：熟练掌握 6 种基本初等函数的定义、性质、图像，掌握初等函数的定义.
重点难点：6 种基本初等函数的定义、性质、图像.

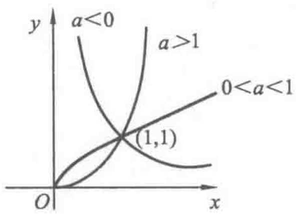
课前探讨

1. 阐述基本初等函数的定义.
2. 介绍常数函数的定义、性质、图像，并举例(至少 2 个).
3. 介绍幂函数的定义、性质、图像，并举例(至少 2 个).
4. 介绍指数函数的定义、性质、图像，并举例(至少 2 个).
5. 介绍对数函数的定义、性质、图像，并举例(至少 2 个).
6. 介绍三角函数的定义、性质、图像，并举例(4 个).
7. 介绍反三角函数的定义、性质、图像，并举例(4 个).
8. 阐述初等函数的定义，并举例(至少 3 个).

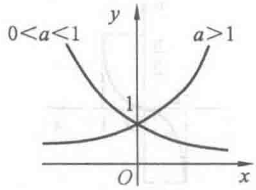
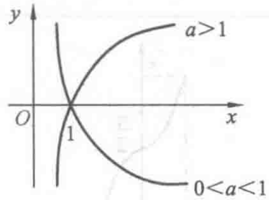
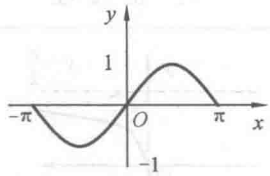
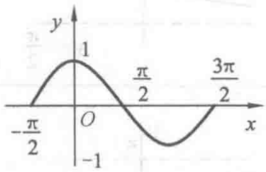
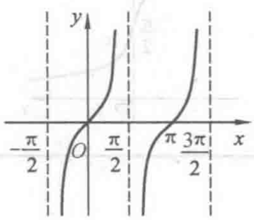
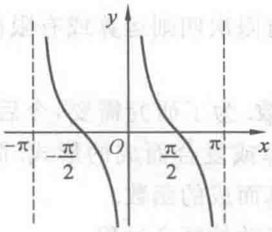
1.2.1 基本初等函数

常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数统称为基本初等函数，其图像如表 1-1 所示.

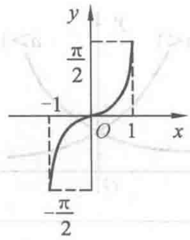
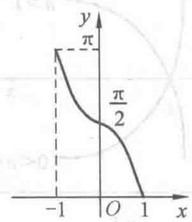
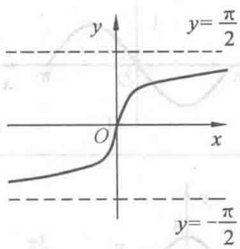
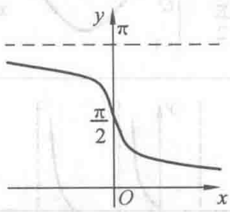
表 1-1 基本初等函数及其图像性质

序号	函　数	图　像	性　质
1	幂函数 $y=x^a, a\in\mathbf{R}$		在第一象限内，$a>0$ 时函数单调增加；$a<0$ 时函数单调减少. 共性：幂函数都过点(1,1)

续表

序号	函数		图像	性质
2	指数函数 $y=a^x$ ($a>0$ 且 $a\neq1$)			$a>1$ 时函数单调增加；$0<a<1$ 时函数单调减少. 共性：过$(0,1)$点，以 x 轴为渐近线
3	对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0$ 且 $a\neq1$)			$a>1$ 时函数单调增加；$0<a<1$ 时函数单调减少. 共性：过$(1,0)$点，以 y 轴为渐近线
4	三角函数	正弦函数 $y=\sin x$		奇函数，周期 $T=2\pi$，有界，$\lvert\sin x\rvert\leqslant1$
		余弦函数 $y=\cos x$		偶函数，周期 $T=2\pi$，有界，$\lvert\cos x\rvert\leqslant1$
		正切函数 $y=\tan x$		奇函数，周期 $T=\pi$，无界
		余切函数 $y=\cot x$		奇函数，周期 $T=\pi$，无界

续表

序号	函数		图像	性质
5	反三角函数	反正弦函数 $y=\arcsin x$		$x\in[-1,1]$，$y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，奇函数，单调增加，有界
		反余弦函数 $y=\arccos x$		$x\in[-1,1]$，$y\in[0,\pi]$，单调减少，有界
		反正切函数 $y=\arctan x$		$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，奇函数，单调增加，有界，$y=\pm\frac{\pi}{2}$为两条水平渐近线
		反余切函数 $y=\text{arccot}\, x$		$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in(0,\pi)$，单调减少，有界，$y=0$ 和 $y=\pi$ 为两条水平渐近线

1.2.2 初等函数

定义 由基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合所构成的，并能用一个式子表示的函数，统称为初等函数.

初等函数的本质就是一个函数. 为了研究需要，今后经常要将一个给定的初等函数看成由若干个简单函数经过四则运算或复合而成的形式. 简单函数是指基本初等函数，或由基本初等函数经过有限次四则运算而成的函数.

例题 试求下列函数由简单函数的复合过程.

(1) $y=\ln\sin x$；

(2) $y=\cos\sqrt{x+1}$；

(3) $y=e^{\sin 2x}$.

解 (1) 令 $u=\sin x$,则 $y=\ln u$. 于是 $y=\ln\sin x$ 是由 $y=\ln u$,$u=\sin x$ 复合而成的.

(2) 令 $v=x+1$,$u=\sqrt{v}$,则 $y=\cos u$.

所以 $y=\cos\sqrt{x+1}$是由 $y=\cos u$,$u=\sqrt{v}$,$v=x+1$ 复合而成的.

(3) 令 $v=2x$,$u=\sin v$,则 $y=e^u$. 所以 $y=e^{\sin 2x}$是由 $y=e^u$,$u=\sin v$,$v=2x$ 复合而成的.

本书研究的函数主要是初等函数. 凡不是初等函数的函数,皆称为非初等函数.

练习 某工厂生产计算机的日生产能力为 0～100 台,工厂维持生产的日固定费用为 4 万元,生产一台计算机的直接费用(含材料费和劳务费)是 4 250 元. 试建立该厂日生产计算机的总费用函数,并指出其定义域.

解