

华东师范大学数学教育丛书

数学教育研究方法论

主 编 李士錡

副主编 黄兴丰 吴颖康 袁智强



科学出版社

华东师范大学数学教育丛书

数学教育研究方法论

主 编 李士錡

副主编 黄兴丰 吴颖康



科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书是为数学教育专业的本科生、研究生以及从事数学教育研究的教师和研究者编写的一本教材,旨在帮助他们学会用科学的方法从事数学教育研究,撰写规范的学位、学术论文。本书根据作者多年教学和指导研究生的经验,精心挑选了大量中外文献,阐述编写者的观点,论据充分,观点鲜明。为了增强可读性和实用性,本书选用许多经典、规范的研究案例(包括国内外著名学者的优秀论文,也包括了国内该专业研究生的优秀学位论文)来说明数学教育研究方法的特点,研究实施中常见的规范、关注点和可能出现的问题,提高专业研究人员和研究生以及中小学教师的科学研究水平。

本书适用于在读的师范类大学数学专业本科生,学科教学论(数学教育)的硕士、博士研究生,数学教育专业硕士学位研究生,中小学数学教师、教研员,从事数学教师职前、在职培训的大学教师等。

图书在版编目(CIP)数据

数学教育研究方法论/李士鐸主编. —北京:科学出版社,2015. 2

(华东师范大学数学教育丛书)

ISBN 978-7-03-043244-5

I. ①数… II. ①李… III. ①数学教学-教育研究-方法论 IV. ①O1-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 022906 号

责任编辑:胡海霞/ 责任校对:张风琴

责任印制:霍 兵/ 封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏杰印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 2 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015 年 2 月第一次印刷 印张:12 1/2

字数:252 000

定价:36.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

说到做研究,大部分人会很自然地想到,这意味着要去写一篇文章。这样的看法不能绝对地说是不对的,但是,在很大程度上讲,这至少是一个误解。做研究的最后结果,可能会归结为一篇文章,但还存在着其他几种形式。即使果真如此,文章也只是研究的一个结果。大量的研究的具体工作未必表现在文章之中,而是在研究的过程之中。所以,现在我们讨论数学教育研究的一系列方法,首先需要端正看法,要从正面面对“研究”,面对它的过程、步骤、结果,等等。当然,也要了解、理解和掌握它们背后的意义、性质。

好的数学教育研究,需要并且存在一定的被学术界公认的一整套规范。这些规范可以用来指导我们的研究,提高实际的研究水平。坦率地说,几十年的经历,让我们深感我国数学教育界在自己的研究中,学习和使用规范的研究方法相对欠缺,对此的重要性了解不够,或是有点盲目。因此,我们迫切需要了解、学习和掌握规范的研究方法,在适当程度上理解它们背后的理论依据和原理,在研究过程中体验和实践这些规范,积累经验,发展和提高研究的水平。试想一下,如果一个原始想法很好的研究,由于在总体思路上缺少了规范的思路,最后得不到同行的认同;由于研究的基础没有探明,降低了它应有的地位;由于探究途径的缺陷,例如调研方法的失当,未能得到好的结果;由于分析的理论工具落后,失去了结论的价值,岂不是很令人遗憾?这可能还是其次的。耗费了人力、物力,得不到回报,其损失就难以弥补。尤其是,有些研究是有时效因素的,例如,一个问题的解决,需要在时间上紧跟形势;一项课题研究,要等着结题;一篇学位论文,要在一定期限内完成答辩。如果出现上述局面,研究者的处境就非常尴尬,甚至面临危机。

数学教育的实践和研究,需要大量有效的学术研究成果来推动、指导和支持。一项规范的研究,由于它的目的、意义、效度、信度、论据、论证、结果、结论,以至于将来需要或可以继续研究的方向和具体内容,甚至研究本身还存在的缺点,等等,阐述得清楚、深刻、明了,易于看懂,其研究结果就能在实际教学和深入研究中被应用或引用,产生影响,发挥作用,产生效益。这也是数学教育研究的根本性目的。

总之,在目前世界范围内,数学教育研究与实践活动广泛兴旺,国内各地数学教育研究改革不断受到重视,教师教育和教师培训深入的形势下,国内越来越多的专业人员、中小学教师、大学生和研究生相继投入到数学教育研究活动中来。无论他们各自带有什么目的,例如实践性目的(比如改进自己的实际教学)、理论性目的(比如创立某些见解或观点,解释某个现象),还是功利性目的(比如获得学位,晋升

职称),数学教育研究方法的掌握,对于新手的入门,对一般研究人员改善、改进、提高自己的研究水平,都有重要的现实意义。

本书是编者在总结了十几年的数学教育专业的硕士和博士研究生方法论课程的教学经验的基础上编写的,积累了大量研究生论文指导实践的体会和案例,分析了他们在撰写论文过程中遇到的实际需要和问题,也参考了国内外优秀论文中创造和运用的具体方法的实例,对开展数学教育研究有实用价值。

我们主要的关注点是数学教育研究所通行的、常用的方法,突出在这个特定领域里的研究技能和角度,尤其注意介绍最近十几年中国际数学教育界在自己的研究中所创新的方法。我们也关注比较适合新手(例如大学生、研究生)在学习和研究中实用的、值得仿效的、比较微观的研究方法和相关的实例,以帮助他们能够顺利地入门,能尽快地通过学习好的方法提高研究水平。

本书由李士錡教授主编,黄兴丰、吴颖康和袁智强三位博士参与编写。其中,第2章的第2.1~2.7节,第3章的第3.4,3.5,3.7节主要由吴颖康撰写;第2章第2.6,2.7节中的计算机辅助定量数据分析、定性资料的收集和分析部分主要由袁智强撰写。第3章的第3.1,3.2节和第4章的第4.2节主要由黄兴丰撰写,他也参与了全书的统稿工作,并对第2章、第3章做了不少增补和修改;李士錡负责了其余部分写作以及全书的增补、润色和最后统稿。另外,徐彦辉博士也对此书编写作出了贡献,在此向他表示感谢。

编 者

2014年4月

目 录

前言

第 1 章 数学教育研究的性质和特点	1
1.1 教育研究与数学教育研究	1
1.1.1 数学教育研究是一项教育科学研究	1
1.1.2 数学教育研究是一项学科教育研究	3
1.1.3 数学教育研究是一项实践性研究	6
1.2 数学教育研究的分类	6
1.2.1 基础性研究和实用性研究	7
1.2.2 定量研究和定性研究	7
1.3 数学教育研究方法的演变	10
第 2 章 数学教育研究的常规技能	14
2.1 研究选题	14
2.1.1 选题的基本原则	15
2.1.2 研究的选题是一个过程	18
2.1.3 选取研究问题的途径	19
2.1.4 研究问题的陈述形式	21
2.2 文献综述	22
2.2.1 文献综述的目的	23
2.2.2 查阅文献的方法	25
2.2.3 文献资料的利用	26
2.3 研究设计	28
2.3.1 基本假设	28
2.3.2 适用范围	29
2.3.3 研究方法	29
2.3.4 研究步骤	31
2.4 确定样本	32
2.4.1 抽样的基本原则	32
2.4.2 抽样的方法	32
2.4.3 样本的大小	35
2.5 收集数据资料	35

2.5.1	测验的类型	35
2.5.2	设计测验的步骤	39
2.5.3	测验的信度	39
2.5.4	测验的效度	41
2.6	定量数据分析	42
2.6.1	数据的四种类型	43
2.6.2	描述统计处理	44
2.6.3	推断统计处理	46
2.6.4	计算机辅助定量数据分析	49
2.7	定性资料的收集和分析	83
2.7.1	定性资料的收集	83
2.7.2	定性资料的分析过程	86
2.7.3	定性资料分析的常用方法	91
2.7.4	计算机辅助定性数据分析	95
2.8	提炼结论	102
2.8.1	提炼研究结论的要领	102
2.8.2	表述研究结论的形式	104
第3章	数学教育研究的常用方法	105
3.1	课堂观察	105
3.1.1	课堂观察的步骤	105
3.1.2	课堂观察的分类	107
3.1.3	定量的课堂观察	107
3.1.4	质的课堂观察	112
3.2	访谈调查	115
3.2.1	访谈的特点	115
3.2.2	访谈的适用条件	116
3.2.3	访谈的类型	116
3.2.4	访谈调查的优缺点	118
3.2.5	访谈的程序与要领	119
3.3	问卷调查	126
3.3.1	问卷调查的目的	126
3.3.2	基本要素	126
3.3.3	问卷设计	127
3.3.4	问卷调查的优缺点	133
3.4	个案研究	134

3.4.1 个案研究的意义	135
3.4.2 个案研究的类型	135
3.4.3 个案研究的过程	136
3.4.4 个案研究的评价	140
3.5 行动研究	141
3.5.1 行动研究的意义	141
3.5.2 行动研究的特点	144
3.5.3 行动研究的过程	145
3.6 比较研究	149
3.6.1 比较研究的意义	149
3.6.2 比较研究的类型	152
3.6.3 比较研究中的可比性问题	158
3.7 实验研究	160
3.7.1 实验研究的意义	160
3.7.2 实验研究的分类	161
3.7.3 实验研究的设计	162
3.7.4 实施的要点	164
3.7.5 数据分析	165
第4章 数学教育研究的成果表述	168
4.1 研究论文写作规范	168
4.1.1 概括性材料	168
4.1.2 主体性材料	169
4.1.3 补充性材料	172
4.2 科学研究的学术规范	173
4.2.1 不伪造论据	173
4.2.2 不剽窃他人成果	174
4.2.3 注意伦理道德规范	175
4.3 数学教育研究论文分析	175
4.3.1 中国内地中学教师的数学观全文	175
4.3.2 中国内地中学教师的数学观分析	183
4.4 数学教育研究课题推荐	185
4.4.1 参考选题	185
4.4.2 典型的研究生论文选题	186
4.4.3 ICMI 和 ICME 提供的研究选题范围	186
参考文献	189

第1章 数学教育研究的性质和特点

本章主要从比较宏观的角度,介绍和讨论数学教育研究方法的基本属性、目的和特点,以及当前数学教育研究的发展趋势和应该关注的地方,使以前没有做过或较少做研究的人,对如何做数学教育研究有一个总体了解,并能把握其方向和要点。

1.1 教育研究与数学教育研究

1.1.1 数学教育研究是一项教育科学研究

教育研究,是一种对教育现象及其本质的有目标、有周密计划的调查,是创造新结果、产生新知识的科学探索。在研究中,要运用合理科学的方法,注重严格的实施的程序,以获取准确的数据和信息,忠实细致地报告探索结果,开展可靠的分析推理,得出可信的研究结论。

1. 基本目的

对于数学教育来说,它的研究的基本目的有实用性和基础性两种。所谓实用性目的,就是旨在研究结果的应用,例如对理解和改进课堂教学有现实意义。这样的研究常常是针对具体的数学专题的,例如方程的教学方法、排列组合概念的理解。所谓基础性目的,是为理论发展或是为其他研究铺垫基础,例如研究学生的函数概念理解的发展水平。对于一些刚刚开始从事数学教育研究的新手而言,从实际一点的角度看,我们不妨将这里所说的研究的实用性和基础性目的,看成是两种研究的动机,或是研究的出发点,但是在思想上,又不要过分拘泥于这样的分类。一个具体的人,例如一位研究生,去选一个具体的课题,他着手开始研究时,总需要有一个视角,在心目中假设一定性质的目标,从而有一个操作实施的努力方向。例如,在查阅文献的时候,就可能更加关注实用性或基础性的资料或论述角度。这对于个人的研究形成自己的特点来说,又是必要的。实际上,我们并不一定需要而且也很难将这两类性质的研究绝对区分开来,因为很难说一项基础性的研究就必定不是实用性的,反之也如此。实际的研究结果可能或多或少会兼有这两个方面。

2. 基本特点

数学教育的基本特点是:它是一项以数学教学现象和过程为研究对象的教育

研究。数学教育研究具体所要做的,可以用这样一句话来扼要地归结:它是要确认、理解、解释数学教育的现象、过程,并将其特征化,探索并弄清其中的因果关系,挖掘内在的机制。我们可以看出,它是着眼于一门具体的学科内容的教育,而不是泛泛而谈一般的教学和教育。它特别需要关注具体的实践性活动,例如课堂教学内容、过程,教师、学生的行为表现,而不是有意无意地脱离这些实践性层面。它也需要在调研的基础上,从理论方面分析提炼,以获得一定的概括性,有利于研究结果的应用。

3. 基本性质

数学教育作为一门学科,或是作为科学研究的一个对象,我们通常总是将它归入到教育的大领域中。因此,数学教育研究应该带有教育研究的基本性质。这些性质包括:教育研究的实践性、多样性、系统性、有效性、可靠性。

教育研究的实践性,是指研究需采用经验主义的方法,从实际情境和感觉经验中获取研究的结果和结论。研究的经验性结果是从若干信息中概括出来的,这些信息的表达方式有:调查的数据,测试的分数,访谈的书面或录音记录,观察的现场记录或录像,被研究者的草稿或其他书面材料。研究者通过对各种各样信息的处理和解释为自己的研究提供论据。

教育研究的多样性,是指它的多种形式。教育研究有基础性和应用性研究;有定量的和定性的研究;有实验或准实验研究;有调查研究,例如问卷调查、测试调查、观察调查、访谈调查等;有历史研究;有人种学研究;等等。各种方法或途径能够从不同角度、不同情境、不同场合、不同范围,对不同的研究对象,对不同的研究问题开展探究,达到不同的目的。同时,多种方法的结合使用,也能互补,为提高研究的效度和信度提供基础。

教育研究的系统性,是指应当在总体思想的指引下,遵循一整套科学的方法和步骤来实施研究。从某种角度看,研究是一种人类的过程,而不是看得到或摸得到的东西,所以要开展研究,就要设立一套实现自己的目标,解决研究问题的“系统”,它能够包括研究所必需的要素,例如筛选和确定研究问题,翻阅文献资料,开展调研收集数据资料,分析论据,提炼研究结论等。当然,实际研究也不是一套可以照搬的机械的过程,各种具体的实际的研究之间会有不少差别,关键是寻找一套适合于自己研究问题的实践性的学术探索。

教育研究的有效性,是指它能够提供充分的事实和论据,能使研究的结果建立在扎实的基础上,具备好的或较好的效度。效度比较简单的解释有两个方面,一个是内在效度,另一个是外在效度。内在效度是指结果可以被可靠地、精确地解释说明的范围或程度,外在效度是指结果能够被推广的范围或程度,例如条件和环境。显然,这二者是相互牵制的。由于教育领域及其研究所具有的特殊性,所以,教育

研究的效度只是相对性的一个程度。例如,既要考虑到内在效度,也要考虑到外在效度,所以有效性是教育研究希望追求的,但又应注意不同效度的平衡问题。

教育研究的可靠性,是指研究的信度问题,即一项研究整体上的一致性,研究方法、条件和结论的可重复性的程度。同效度问题一样,信度比较简单的解释也有两个方面,一个是内在信度,另一个是外在信度。内在信度是指进行收集、分析和解释数据资料时的一致性程度,例如,不同的人按一个所设标准去作信息编码,所得结果在多大程度上达到了一致性。外在信度则是指不同的研究者在已界定条件类似的情况下,例如方法、情境相同的情况下能否得到同样的结论。不难看出,效度与信度共同保证研究的可靠性,而且信度则是效度的必要条件。

1.1.2 数学教育研究是一项学科教育研究

虽然在上面提到,数学教育通常归属于教育的大领域,看作是教育的一个分支,但这里特别要指出,我们不能就此把它们的关系看成简单的一般与特殊的关系,从而轻易地认为数学教育理论只要从一般的教育理论推广就可以了,而应当充分地认识和谨慎地处理这种关系,充分关注学科教育的独立性、具体性。

数学教育,应该定位为一门有独立意义的学科,或是需要专门研究的领域。如果说,做数学研究可以靠演绎的方法进行推导,从作为普遍性真理的公理、定理出发,推导出具体结果,那么这样的思路是不能照搬到数学教育研究中来的。因为教育学不像数学,它本身不是一门演绎性学科,它的理论和观点并不能依照形式逻辑,靠三段论的方式,简单地演绎为数学教育的结论。数学教育有它自己的研究对象和学科特点。数学教学的活动,例如它的具体条件、情境、过程,一般教育理论并不能完全适当地说明,详尽地解释,得出针对性很强的结论,特别是与数学内容密切相关方面的教育现象和问题,一般的教育理论可能无法确切地解决。例如,当我们在研讨教学的难点时,数学教学的难点显然与其他学科不同。一般的教育学、教学论中所讲的原则和方法,也必须通过在具体条件下所实施的研究,例如数学教学情境下的研究,来确认或否认它的有效性。

所以,数学教育的许多问题,主要依靠数学教育领域内部自己独立探究来解决。由此,教育理论相对于数学教育的一般性,它的指导意义只应当从“参考和借鉴”的角度来理解。真正的、有用的数学教育理论,是要对课堂内外的数学教育的实际过程进行探究以后才可能得到。在这样特定的学科教育的探究中,我们可以借鉴一般的教育理论框架和观点,甚至更一般的科学或哲学的理论,参考它的研究规范或研究范式,利用它的分析工具帮助分析,指导结论的归纳,但不是照搬,也不是去做直接的演绎式推理。例如,有些研究说教育理论有什么原则,所以数学教育也就有什么原则,然后,就按照一般教育学中的条款,一条条地解释,并举数学中的例子说明。还有些研究说,因为有“控制论”“系统论”,所以我们就有“数学教育控

制论”“数学教育系统论”，于是，就来阐述数学教育控制论、系统论的原理和应用。且不说这些“原则”“论”在数学教育中是否真有，就是真有，它们要能被真正解释分析清楚，能真正在数学教育的相关情境中发挥作用，也不是靠“大前提—小前提—结论”这样的三段论来演绎确认的，而是需要研究者面对数学教学的现实，做深入具体的调研探究，找出现实情境中的实际论据来，才能提炼出针对实际的结论。

我们在这里要强调，数学教育研究需要特别突出自身的特点，重点研究它特定的研究问题，即要去研究一般教育理论、一般教育研究所达不到的方面。

图 1.1(Niss, 1999)概括地表示了数学教育研究要关注的宏观的若干关键方面。

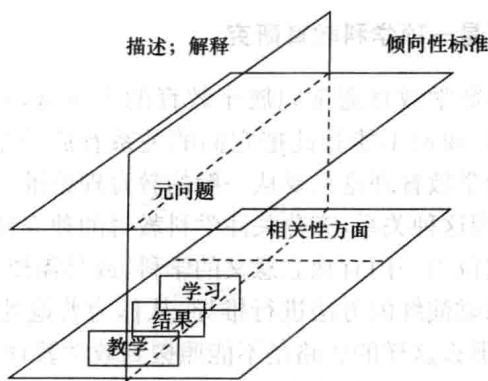


图 1.1 数学教育研究的层面

处于下面的基本层面是实践方面，涉及到教和学及其结果，还包括相关方面的东西。上面的层面属于“元”问题，偏重于教和学的理论方面，也包括教育政策、哲学、历史、伦理学等。二者通过纵向的平面联系并结合起来。研究的基本策略是描述现象和解释理论，在完成这类任务时，研究是含有倾向性的，例如，是改革的还是传统的，是认知的还是行为的，等等。

从形式上说，数学教育研究的对象是数学教育的实际的或潜在的、明显的或蕴涵的现象和过程；从幼儿园直至大学及成人终身教育各个水平，包括课程、教学、学习、评价、技术、公平、教师教育等方面。

它的基本目的是要确认、理解、解释数学教育的现象、过程，并将其特征化，探索并弄清其中的因果关系，挖掘内在的机制。例如发现某种现象或过程；条理化——分类、分水平、分阶段；利用理论、观点作清晰的分析、解释；给以某种意义及性质上的界定。

这样做的意义，是为了：

(1) 贯彻素质教育方针，推动教育改革实践，反思教育经验；

(2) 更新原有观念，顺应时代潮流；

(3) 提高教学水平和质量,以科研促教学:理解学生的学习,理解教学的本质,理解数学和数学教材,设计、实施和改进教学(整体或部分);

(4) 提高教师教学、科研能力;

(5) 发展数学教育理论。

数学教育,确切地讲,是一门交叉学科或是边缘学科。看待它的最合适、最基本的定位是,它主要结合了数学和教育两个方面。在这二者之间,数学是它的依托内容,教育则是考虑的基本侧面。当然,数学教育研究的问题,还可能会涉及社会、心理、历史、哲学,认识论、认知科学、教学法,甚至还有诸如语言学、符号学等更加具体细微的方面,但是我们最应当关注并且需要重点把握的就是数学和教育这两个侧面,一个都不能少。正如一位著名数学教育家指出的:“没有数学的数学教育是空洞的,没有教育的数学教育是盲目的”。

关于它的教育侧面,现在大家认同的数学教育研究的领域,包括课程、教学、学习、评价、技术、教师教育,还有教育的方针、政策等“政治”层面的问题,例如大众数学、教育平等的问题。这些方面,可以作为选题时直接考虑的方向,也可以作为进行某个问题研究时需要兼顾的侧面,予以参考或讨论,充分地给以展开。

数学,作为学科的内容,则尤其应当在数学教育研究中得到充分关注。因为,研究如果没有真正探究与数学密切相关的教育,就失去了最基本的依托。当我们谈到“数学教育的特定的研究”时,其中绝大多数问题都会与具体的数学专题的内容有关。但也有一些研究对数学侧面的关注程度不够,出现了一些“非数学化”倾向,探讨问题脱离了数学的侧面,只在教育角度谈论,缺少了“数学味道”。这样的研究看起来高谈阔论,结果却往往是它的结论什么学科的教学都可以运用。因为极少针对或极少考虑研究的学科知识的依托:数学及其教学,它的研究结论就缺少了数学特点,也就会缺少了数学教育的理论意义和实际指导意义。

那么,如果我们去做纯粹的数学解题研究,其意义又是怎样呢?当然,这时数学的特点可能是不缺少了,但是,研究数学解题的教育目的是否抓住了呢?这就是需要关注的问题。例如有些文章,只是将一批题目分分类,逐一举例,陈述解答思路,就认为是数学教育研究了。这也是一种误解。诚然,这类文章可能会对教师备课、实施教学有所帮助。但严格地考察,还应该仔细想一想,例如,解题思路究竟是学生的或是针对学生的,还是成人(研究者、教师)自己的;如果是成人自己的,是企图灌输给学生的,还是要用来启发学生的。请注意,其中的教育含义是有本质区别的。

为什么数学教育研究要强调抓住和突出自己的特点、自己的个性?综上所述,根本的理由,一方面是为了使我们的数学教育研究能够有针对性地解决数学课堂内外学生学习所需要解决的实际问题;另一方面就是能够真正弄清楚数学思维、数学教和学的机制和本质。以前由于各种原因,例如资料缺乏,信息了解不多,理论

水平不高,对研究的理解不足,等等,数学教育的研究方法运用不得当,致使一些本来选题不错的研究缺少深度、广度,也使一些研究流于空谈(例如数学素质教育“应该”怎么、怎么做),缺乏研究的实质性,或是在一批名词、概念之间兜圈子。这类状况必须要扭转。

1.1.3 数学教育研究是一项实践性研究

为了更清楚地阐述数学教育研究的特殊性,我们特别强调它的实践性的意义。也就是说,要保证数学教育研究的意义,就要十分关注数学教育本身具有的特殊性。而抓住了数学教育研究的实践性,就可能实现对数学教育特殊性的关注。

从大的方面讲,为了贯彻素质教育方针,推动教育改革实践,需要研究、反思,更新观念,顺应潮流。从基础方面看,是提高实际教学水平和质量,以科研促教学,理解学生的学习,理解教学的本质,理解数学和数学教材,设计、实施和改进教学。此外,也为提高教师素质,提升他们的教学、科研能力,为他们的长远发展奠定基础。

要做到这些,数学教育研究应该是由下至上地归结理论的研究。也就是说,首先着眼于数学教学实际,面对课堂教学实际、学生学习实际、教育评估实际、课程教材实际,进行调研探索,然后从实际数据和资料的分析逐步上升到理论观点,而不是走相反的路线,即前面提到的,从宏观的理论观点出发,由一般到具体,作演绎式的推理。因为演绎式的推理在很大程度上脱离了对实际教育情境的调查研究,没有深入到教师、学生的活动过程中去,结果,无外乎就是“一般性理论观点加上数学例子”。简单的理论演绎,使数学教育缺乏对教学现实的适应性,实际上将数学教育看成是教育的特殊情况或具体的实例,“结论”就会流于一般,既没有理论创新的意义,同时也失去了对实际教学的指导意义。

在职教师有丰富的实践经验和实践知识,成年累月地在学校里、课堂上“摸爬滚打”,对教学实践活动的成功、失败、矛盾和疑问有切身体会,也有反省实践和探究理论的欲望,有着开展实践性研究的优势。这样的优势尤其珍贵,应当多加关注和利用。

1.2 数学教育研究的分类

数学教育研究,与一般的教育研究类似,有多种分类的视角。例如,按照研究目的的性质分类,有基础性研究和实用性研究。按照探究分析的方法分类,有定性研究和定量研究,其中,又有最近二十多年来比较受到重视的“质的研究”。按照具体研究问题分类,有描述性研究,比较研究,相关性研究,行动研究,人种学研究,历史研究,等等。下面主要介绍前面两种分类。按具体研究问题分类的一些研究,将

在第3章中展开讨论。

1.2.1 基础性研究和实用性研究

纯粹出于理论兴趣的研究,属于基础性研究,其目的是为了发展理论,而不是考虑实际应用。这样的研究是有目的的,例如有一个研究,以数学心理的图式结构为研究对象,基本目的是要解释数学学习中的心理图式理论。另一方面,有些研究的目的是想要解决迫切的实际教学问题,它们就是具有实用性质的研究。但是,实际的数学教育的绝大部分研究倾向于实用性的研究,至少兼有两种目的,很少有绝对的基础性理论研究。这是由数学教育这个学科的性质决定的,因为数学教育本身是一个实践性的领域,研究它的最终目的是要改进课堂内外的数学教学的内容、途径和结果,不太可能有远离教学的、不直接针对当前教学实际的纯基础理论研究。但是,有些研究会比较偏重于直接考虑课堂教学的问题,例如,教师在课堂上提出问题的方式是有利于或不利于学生的理解;或是课堂交流的不同形式,如公开的班级讨论、非公开的师生对话、非公开的学生交流,对学生学习各有什么作用和影响。而有些研究会偏重于理论侧面,但最终目标还是会回到教学实践上。例如,关于数学学习中“熟能生巧”的实际做法的心理机制和功能问题的探讨,初看起来是在从理论角度给以解释,但很显然,这个问题的解决是要给实际教学的操作提供一定的理论依据,最终还是要适当肯定这类做法的合理性。

有一篇关于数学教育研究方法的研究文章提出,数学教育研究具体成果,以改革为目的的实践成果,如教材、课题报告等,是偏向于实用性目的的;而定性的信息和理论的探索,比如描述或解释现象、模型,作认识论分析,主要偏向于基础理论的目的;而定量的信息,比如特定数学内容的教与学的难点,影响学习的因素之间的关系,则既有实用的目的,又有基础理论的目的。

1.2.2 定量研究和定性研究

不同目的的探究分析方法将获得不同的论据。根据论据是否出现数量数据或文字材料,研究就可以看成是定量研究或定性研究。反过来说,凭借数量作为论据,并在此基础上开展数据分析的研究,就是定量研究。依靠文字材料为论据,并对此进行资料分析的研究,就是定性研究。二者的基本差别,就在于是否关注了适当的数量及其关系,并采用了适当的数学方法。

在数学教育研究中,定量研究常常具体用在实验研究和调查研究(例如问卷调查、测试调查)中,定性研究则常常用在涉及与研究内容密切相关的调研(例如观察调查、访谈调查)中。

这里作这样的划分,并不是要说,某某人的一项研究是绝对地归入定量研究或定性研究中。实际上,有些研究,特别是近十几年来不少研究,同时采用了这两

种方法。所以需要具体地看,他的这一部分是属于定量的,另一部分又是定性的。一个整体的研究现在常常是同时含有这两类探究性质的工作。两者的有机结合可能更加说服人。例如,采用定量分析的办法,在数量关系方面提供可靠的论据,下定论时比较简明扼要,能给人一种鲜明的印象。但是,仅有数据的比较和支持,可能又脱离了数学专题的具体内容,是抽象的、形式的。例如,由学生的百分之五十与百分之八十的平均及格率这两个百分数的比较,可以看出两个班学生之间的差距,但是学生的差距究竟存在于什么地方,具体专题、具体方法、理解还是操作问题等方面的差距,这两个数字似乎都无法给以有说服力的解释说明,所以就可能需要通过定性分析的途径来加强论述。两个方面的补充可以达到更好的效果。

这里要说到一种新的提法:“质的研究”(也称为“质性研究”),它是近年来在社会科学和人文科学界比较公认的、流行的研究方法。这里“质的研究”的英文名词与定性研究是同一个词组,就是 qualitative research,两个中文名词在词义上也好像很类似,但其实际内涵是不同的,它并不等同于原先的“定性研究”。它们在理论基础和方法规范上有很大的差异。

陈向明指出,“质的研究”与“定性研究”在影响具体操作方面的最大的、最具实际意义的差别,在于对研究论据的看法或是重视程度(陈向明,2001)。“质的研究”十分强调研究立论的依据。它所需要的论据必须是来源于现实的原始数据资料的收集、整理,也就是说,要靠调研的事实说话。但是,“定性研究”则不讲究这一点,它主要是运用思辨的方式,由研究者采用议论的办法对自己的观点进行阐述,也可能会举出已经存在的例子,提出见解和建议,但是,没有系统收集和分析原始资料的要求。

“质的研究”同定量研究一样,非常重视在研究中的原始论据的收集和分析,强调依靠原始论据来建立和论证研究结果。在讲到系统性、原始性论据的时候,我们会注意到,定量研究也有这样的要求,例如,实证研究常常是采用统计的方法取得数据性资料,强调论据的概括性,但是这二者在看待论据的“严格性”上有不同的立场。质的研究的论据比较偏向于具体事实、内容的描述和分析,不过分看重其一般性。

质的研究在研究论据的视角和方向上,与思辨性的定性研究截然不同,而与定量研究却有所靠拢或类似。但是,“质的研究”的方法论有新的哲学角度。它“超越了自己早期对自然科学的模仿”,不再是仿照自然科学(即实验科学)的研究方式去强求研究的严格的客观实在性和唯一性,在看待论据的绝对的客观性的严格程度上不过分地加以“追求”,而是对论据的本质采用一种相对“模糊”的标准。然而,与“质的研究”比较,“定性研究”虽然在方法论方面看起来不那么讲究论据的“严格”程度,但它却与“定量研究”一样,站在实证主义的立场,认为存在并追求绝对的客观事实和真理。

质的研究,还可以从更加宽广一点的意义上理解。如果一项定量的实际研究,其样本不能足够地大(例如,只选了五六十个学生),或者在抽样方面因某些原因无法具备一定的代表性,达不到统计意义上的稳定性,或是研究的课题比较具体且缺乏一定程度的概括性,例如,研究复数学习的理解问题时,仅限于其定义和模的概念的理解,都可以看作或称作质的研究。

马立平对中国和美国小学数学教师的数学理解的比较研究(马立平,2011)就是一个典型的质的研究。下面,我们通过分析她的研究举例说明质的研究的一些基本特点。

首先,从研究中的样本看,她选取美国教师 23 名、中国教师 72 名,而且似乎也没有抽样因素方面的仔细考虑,无论如何达不到统计上的意义。虽然她在整个研究中频繁使用了不少数据(例如答对、答错问题的人数和百分比)进行比较,但是,在这些样本基础上的探究,谈不上是完善的定量研究。

其次,研究的主体内容,实际上是由四个案例组成。它们分别是:

(1) 重组数字做减法:教学内容的处理;

(2) 多位数的乘法:处理学生的错误;

(3) 描述:分数的除法;

(4) 探索新知识:周长和面积的关系。

它们从四个具体的方面分别说明教学方法、解答疑惑、数学理解、教师个人专业发展能力。虽然它们不一定非常全面地覆盖数学教师的所有专业职责,但是仍建立起一个相对完整的框架来论述数学教师的基本专业任务,从而试图说明两国教师间存在的全面差别。

最后,这项研究在几乎每一个重要论点的建立过程中,都拿出了自己通过测试、观察、访谈得到的第一手的数据资料,然后在此基础上开展充分说理的定性分析,一步步细致深入地分析说明,中国教师是如何深刻理解、掌握数学概念,如何正确处理学生的问题,如何合理地解决自己以前没有学过的知识。虽然并不是每个中国教师都能做得那么好,但是,从一定的数量比较来看,中国教师都要比美国教师好得多。

例如,她给了如下的一个问题。

有些六年级教师注意到,他们的部分学生在做多位数的乘法时经常犯同样的错误。在计算竖式 $\begin{array}{r} 123 \\ \times 645 \\ \hline \end{array}$ 时,这些学生似乎忘了要将一部分行上的乘积移位。他们是这样做的: