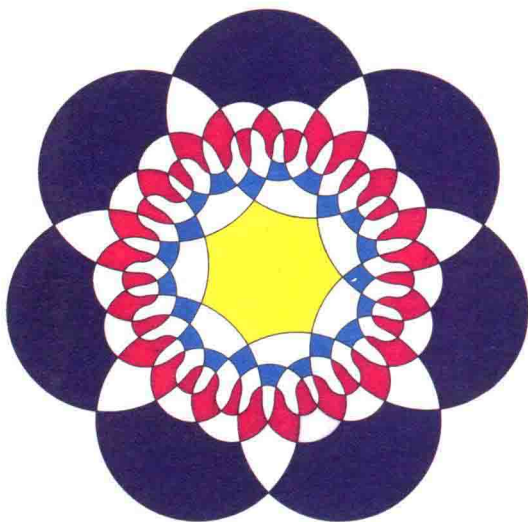




开放人文

Cogwheels of the Mind

The Story of Venn Diagrams



[英] A·W·F·爱德华兹 著 吴俊 译 冯承天 译校

A. W. F. Edwards

心灵的嵌齿轮

维恩图的故事

上海世纪出版集团

心灵的嵌齿轮

维恩图的故事

[英] A·W·F·爱德华兹 著

吴俊 译 冯承天 译校



世纪出版集团 上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

心灵的嵌齿轮：维恩图的故事/(英)爱德华兹(Edwards, A. W. F.)著；吴俊译；冯承天译校. —上海：上海科技教育出版社，2014.7

(世纪人文系列丛书·开放人文)

ISBN 978-7-5428-5868-9

I. ①心… II. ①爱… ②吴… ③冯… III. ①集论—通俗读物 IV. ①0144-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 031866 号

责任编辑 陈 浩 王 波

装帧设计 陆智昌 朱赢椿 汤世梁

心灵的嵌齿轮——维恩图的故事

[英] A·W·F·爱德华兹 著

吴俊 译 冯承天 译校

出 版 世纪出版集团 上海科技教育出版社
(200235 上海冠生园路 393 号 www.ewen.cc)

发 行 上海世纪出版集团发行中心

印 刷 上海商务联西印刷有限公司

开 本 635×965 mm 1/16

印 张 6.5

插 页 20

字 数 77 000

版 次 2014 年 7 月第 1 版

印 次 2014 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5428-5868-9/N·900

图 字 09-2014-004 号

定 价 28.00 元

出版说明

自中西文明发生碰撞以来,百余年的中国现代文化建设即无可避免地担负起双重使命。梳理和探究西方文明的根源及脉络,已成为我们理解并提升自身要义的借镜,整理和传承中国文明的传统,更是我们实现并弘扬自身价值的根本。此二者的交汇,乃是塑造现代中国之精神品格的必由进路。世纪出版集团倾力编辑世纪人文系列丛书之宗旨亦在于此。

世纪人文系列丛书包涵“世纪文库”、“世纪前沿”、“袖珍经典”、“大学经典”及“开放人文”五个界面,各成系列,相得益彰。

“厘清西方思想脉络,更新中国学术传统”,为“世纪文库”之编辑指针。文库分为中西两大书系。中学书系由清末民初开始,全面整理中国近现代以来的学术著作,以期为今人反思现代中国的社会和精神处境铺建思考的进阶;西学书系旨在从西方文明的整体进程出发,系统译介自古希腊罗马以降的经典文献,借此展现西方思想传统的生发流变过程,从而为我们返回现代中国之核心问题奠定坚实的文本基础。与之呼应,“世纪前沿”着重关注二战以来全球范围内学术思想的重要论题与最新进展,展示各学科领域的新近成果和当代文化思潮演化的各种向度。“袖珍经典”则以相对简约的形式,收录名家大师们在体裁和风格上独具特色的经典作品,阐幽发微,意趣兼得。

遵循现代人文教育和公民教育的理念,秉承“通达民情,化育人心”的中国传统教育精神,“大学经典”依据中西文明传统的知识谱系及其价值内涵,将人类历史上具有人文内涵的经典作品编辑成为大学教育的基础读本,应时代所需,顺时势所趋,为塑造现代中国人的人文素养、公民意识和国家精神倾力尽心。“开放人文”旨在提供全景式的人文阅读平台,从文学、历史、艺术、科学等多个面向调动读者的阅读愉悦,寓学于乐,寓乐于心,为广大读者陶冶心性,培植情操。

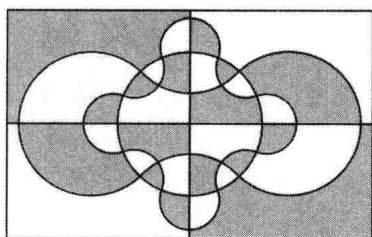
“大学之道,在明明德,在新民,在止于至善”(《大学》)。温古知今,止于至善,是人类得以理解生命价值的人文情怀,亦是文明得以传承和发展的精神契机。欲实现中华民族的伟大复兴,必先培育中华民族的文化精神;由此,我们深知现代中国出版人的职责所在,以我之不懈努力,做一代又一代中国人的文化脊梁。

上海世纪出版集团

世纪人文系列丛书编辑委员会

2005年1月

心灵的嵌齿轮



“心灵的嵌齿轮，”朱尔斯说，“以此为一本书命名真是再好不过了。”

“他因之而解决了一个遗留了一个多世纪的难题，”柳克丽霞断定说道。

“天哪！”朱尔斯说。

“这是一个非常困难、且又非常容易被忽视的发现，”我说，“它不像庞加莱猜想或黎曼假设那样名声显赫。”

“难道那两个很有名吗？”朱尔斯问。

“数学家是这么认为的。维恩图的研究现在根本不属于数学研究的主流。但无论如何，维恩图抓住了智力上尚未了结的一个问题，而这确实是需要解决的。其答案简单而精练，体现了数学的精髓。我觉得这个图形特别讨巧。它会越来越引起你的兴趣和喜爱。”

“而且它确实与数学主流是相关的，”柳克丽霞说，“它可以运用到组合数学中去。”

“不仅仅这些！”我说。气氛变得让人激动。“合乎潮流地说，该图形是一个分形。我的意思是说，在无限多集合下的这种图形具有所有尺度的结构，并由一个递归过程来定义。这样一来，爱德华兹—维恩图，你知道，就成了现代的视觉图符。”

——伊恩·斯图尔特(Ian Stewart),

《你把我引入……的另一种好数学》，1992年

对本书的评价

《心灵的嵌齿轮》一书既富有趣味又引人入胜。对于维恩和他的图形有争议的历史，爱德华兹有着令人着迷的深刻洞悉。此书不可不读！

——凯珀斯(Jack Kuipers), 卡尔文学院数学教授

如果你没有读过爱德华兹教授这本有滋有味的著作，你就无法真正知晓维恩图。对有逻辑思维能力的人而言，阅读本书是一种真正的乐趣。

——纳辛(Paul J. Nahin), 《奥利弗·亥维赛：维多利亚时代一位电学奇才的生活、工作和境遇》作者

内 容 提 要

维恩图具有一系列迷人的特性，如今，它已在商业策略、创意表达、医学研究、计算机科学和理论物理学等形形色色的领域里获得了广泛的应用。基本的维恩图不仅简洁优美——由3个交叠的圆相互交叉形成8个不同的区域——而且也给我们带来了概念上的革新。由英国逻辑学家约翰·维恩(John Venn, 1834—1923)设计的维恩图在视觉上体现了复杂的逻辑学命题和代数陈述，这个图形既引起了专业学者、也引起了广大公众的极大兴趣。

在本书中，统计学家、遗传学家爱德华兹(A. W. F. Edwards)用通俗易懂的语言，除讲述了维恩图引人入胜的发展史以外，还谈到了人们对它的接受过程和研究的进展，以及该图形出现在一些物体和图像上的具体例子，其中有基督圣像、网球，以及一些旗帜。在旗帜上，我们可以找到许多维恩图(这些都是维恩图的广泛运用)，其中包括瑞士、波兰和日本的国旗(它们都是单集合维恩图)，格陵兰旗(双

集合维恩图)，以及美国马里兰州州旗(三集合维恩图)。

爱德华兹从概括性地叙述维恩的生平开始，进而讲到当维恩在剑桥大学开设一系列有关符号逻辑的课程时所发现的三圆图形，维恩把他的发现写入了1880年发表的论文，后来又写入1881年发表的《符号逻辑》(*Symbolic Logic*)一书，这本书比先前的论文影响力更大。爱德华兹讨论了由道奇森(Charles Dodgson)，即更为人们熟知的刘易斯·卡罗尔(Lewis Carroll)所发现的能与之媲美的另一种图形方案。卡罗尔在其图形的基础上研制出一种棋盘游戏。作者还根据历史再现了一些著名的维恩图，其中包括丘吉尔(Winston Churchill)在1948年画的图形，该图形描绘了大英帝国、联合的欧洲和所有英语国家的共同利益，而英国位于它们三者的交集处。

爱德华兹进而展现了如何能把不同的形状拼接起来，从而形成在艺术上绚丽夺目、在数学上至关重要的多集合维恩图。其中包括作者自己创建的、颇有影响的“阿德莱德图”变种。并且，他还刻画了扩展这些图形分析功能的可能性，这远远超出维恩原先所意识到的了。爱德华兹甚至告诉读者们如何通过画复杂的维恩图，来得到“维恩球”。对数学或数学发展史感兴趣的任何人来说，本书都是一本极具价值的不可不读的好书。

作者简介

A·W·F·爱德华兹(A. W. F. Edwards, 1935—), 英国统计学家、遗传学家和进化生物学家。剑桥大学冈维尔和凯斯学院终身院士, 剑桥大学生物统计学荣休教授, 拥有科学博士和文学博士学位。因发展了其导师费希尔(R. A. Fisher)教授“似然性”的概念, 并以其作为统计学和科学推理的严格基础而闻名。他著述颇丰, 不仅有与他人合著的关于定量分析方法的开拓性论文《种系发生分析》(*Phylogenetic Analysis*), 还有包括本书在内的有关遗传学和统计学史以及纯数学方面的著作, 如《似然性》(*Likelihood*)、《帕斯卡算术三角形》(*Pascal's Arithmetical Triangle*)等。

序

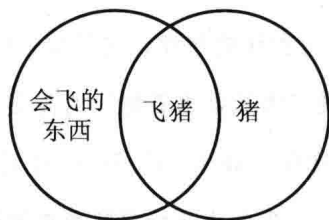
这本书与我有很深的渊源。

很小的时候，我就对数学有非比寻常的兴趣。我在十几岁时，就贪婪地阅读每一期《科学美国人》(*Scientific American*)，尤其是因为其中有无与伦比的马丁·加德纳(Martin Gardner)撰写的“数学游戏”专栏。或许正是那个栏目才让我成为数学家：它使数学生动活泼起来，并且向我展示了不断涌现的新发现。因为尽管加德纳的这个栏目具有娱乐消遣的特色，不过它还是经常触及数学研究领域的前沿。

与此同时，我首次碰到维恩图是在一本名为《数学前奏曲》(*Prelude to Mathematics*)的好书中，这本书的作者索耶(Warwick Sawyer)同样是一名无与伦比的学者。这里的“前奏曲”，指的正是在音乐中的意义，而不是“为某事准备好”的意思。阅读该书后，我学到了布尔代数的奇特规则，如 $1+1=0$ ——这可不是搞错了，而(恰恰)是逻辑代数要求的！我由此开始理解简单的图形是如何演绎大量的见解与信息了的。

1987年，我接过了加德纳的接力棒，成为“数学游戏”栏目的第四任撰稿人，现在这个栏目已经改称为“趣味数学”(Mathematical Recreations)。我猜想，此时“趣味”一词要比“游戏”一词更恰当。更确切地说，我是开始为该杂志的法文版《为了科学》(Pour La Science)撰稿该栏目了。没过几年，我又进而为其美国原版杂志撰稿了。但在此之前，我仍然遵循着加德纳的足迹，而且像他一样，我也从读者那里得到了很多有用的材料。该专栏很快吸引了大量的读者来函，尽管其中有些价值不大，但也的确有很好的素材，其数量之多令人惊讶，它们非常引人入胜，且令人振奋。

1988年的某一天，在办公室大扫除时，我非常遗憾地丢失了安东尼·爱德华兹(Anthony Edwards)的信件。爱德华兹是剑桥大学冈维尔和凯斯学院的院士，我收到过他的一包资料。他应邀设计一扇彩色玻璃窗，以此纪念该学院两位著名的数学家——约翰·维恩(John Venn)和R·A·费希尔(Ronald Aylmer Fisher)爵士。费希尔是统计学家，而维恩是逻辑学家。由此，安东尼对维恩图产生了浓厚的兴趣。维恩图画在纸上，它们是一些代表集合的区域，而区域的重叠部分则代表相应集合的交集，即两者共有的部分。举例来说，假如一个集合代表“会飞的东西”，另一个集合代表“猪”，那么交集部分就是“飞猪”，见下图：



其实，这个图形里共有4个区域，它们分别代表：飞猪，会飞的

东西但不是猪，猪但不是会飞的东西，以及既不是猪又不会飞的东西。第一个区域指的是同时在两个圆里面的东西，如果你对最后的一个区域感到困惑，那么看一下两个圆以外的那个区域就行了。

当有3个集合时，事情就变得有趣起来了。现在你需要有3个圆了。（所有这些在本书都会详细讲到，所以我在这里就不再详述了。这里的关键在于各个集合内外各个部分的任何组合都必须和图形中一定的区域相对应。）当有4个集合的时候，圆形就失去了它的用武之地了！因为它们没有足够多的组合来表示重叠。维恩本人发现了绕过这一点的办法，就是应用椭圆。不过如果有5个，6个……以及任何数量的集合，那该怎么办呢？面对这个问题，大师陷入了沉默。

用恰当的弯曲图形很容易构造出可行的图形，但它们往往会在美感方面有所缺憾：一些重叠部分分成了几个不相连的区域。安东尼给自己提出了这个难题，他要针对任意个数的集合设计出美丽的图案——也即我所说的每个交集区域都是相连的那种图形。安东尼成功了，在他的解答中，相连的区域比以往有更为曲折的边界，而且他的解答具有一种优美的递归结构：每增加一个集合，就相应地再增加一条波状的曲线。

这个办法简直太好了，让人无可挑剔，我就把这个题材作为我第14期栏目的主题。文章先虚设了一个场景：在冈维尔和凯斯学院的高桌晚宴上，一名数学家和他的一些嘉宾正在思考着8个事物：猫、乌鸦、裘皮帽、伞、北极熊、变色龙、金色的假发、沙滩排球。他们在问自己，这些物体存在共同点吗？

“它们都可以在哈罗兹商场买到，”这是第一个尝试的解答。但是可能买不到乌鸦。或许北极熊也买不到。“你们都无法使用它们作为交通工具到加那利群岛去旅行。”这个答案虽好一些，不过你也许

可以搭乘一只飞过的乌鸦而去。最后，数学家解开了大家的疑团，“它们的共同之处就是：它们根本就没有共同之处。”

于是，这一令人费解的评论就被破解了。上述8个物体含有或不含有下面3个明显的特性：黑色的，有生命的，有毛发的。猫是黑色的、有生命的、有毛发的；乌鸦是黑色的、有生命的、没毛发的；裘皮帽是黑色的、非生命的、有毛发的；伞是黑色的、非生命的、没毛发的；北极熊不是黑色的，但是有生命的、有毛发的；变色龙不是黑色的，但是有生命的、没毛发的；金色假发不是黑色的，但是非生命的、有毛发的；最后，沙滩排球不是黑色的，但是非生命的、没毛发的。这8个事物具备了拥有或者不拥有这3个特性的所有可能的组合。这就是说，它们界定了“黑色的、有生命的、有毛发的物体”这3个集合的所有可能的交叠。

那么，如果要有第4个特性——“鸣声悦耳”，该怎么办呢？乌鸦（可能）有此特点，对于猫来说就可能没有……由此文章就进入对维恩图世界的讨论了，并以爱德华兹的解答作为全文的高潮。

文章需要一个标题。看着这些图形弯进弯出的样子，我的脑海总是浮现出时钟里或变速箱里齿轮的图形。因此，我的题目有了，那就是“心灵的嵌齿轮”。而现在，在这里，这个题目再次以更光彩夺目的形式体现了出来。

自早期的那些岁月以来，安东尼的想法有了很大的进展。他给他探索的图形进一步增加了一些条件——如“对称性”。他成了维恩图的世界级专家。这些图形可能不会特别有用——但是这对很多数学研究来说往往都是这样的。有更多的理由来发展一种数学思想，而不是为了直接的运用。如果说你们有很多人会在日常生活中找到平方根运算的用途的话，对此我是持怀疑态度的。但是如果所有的平方根运算

被我们丢弃，我确信我们现在的技术型社会将不再运转。一种数学思想的重要性在于，它应该对于整个数学学科贡献出一些有意义的东西——这毫无疑问是有用的。每当你打电话、上网、预订度假旅馆、看电视，或者驾车的时候，你都要依赖大量的数学概念和技术，但是它们都隐藏在幕后，而不至于唬着你。

一旦某个数学概念被拽到大庭广众之中，就变得精彩了，而安东尼的这本书就做到了这一点。维恩图虽然可能并不是最为重要的数学论题，但是，你有多少时间会去听那些最重要的乐曲呢？或者你是否会经常去阅读那些最重要的小说呢？请相信我，如果数学家们会一致地认为某一数学理论曾是最重要的，你肯定不会想要去看它。因为此时只有专家们才能理解它。所以请尽情欣赏这一颗小小的，却闪闪发亮的宝石——奇妙精美的维恩图世界！让你心灵的嵌齿轮跟着一起飞转起来。数学家们热爱它，而你也会热爱它的。

伊恩·斯图尔特

2003年7月于考文垂

引言

我写本书的初衷是要从几何的角度，而不是从逻辑的观点出发，向大家通俗且准确地讲述维恩图，并把重点放在最近许多美妙的进展上。但是，从一开始这就像一个执拗的小孩，而我本人参与的某些发展不断地要挤进来。因此，这一引言既提示了本书的特点，又申明了我打算以本书来获得我本人或其他任何人对一些发现的优先权。

数学发现也许是学术生涯中一定会呈现出来的最令人快乐的经历。数学家哈代(G. H. Hardy, 1877—1947)在《一名数学家的自白》(*A Mathematician's Apology*)中写道：“迄今显而易见的是，我仅是把数学作为一门创造性艺术而对它有兴趣。”不过，哈代堪称数学家里的数学家，而我们中的大多数人至今都不能领悟他所从事的研究工作。研究维恩图的乐趣之一就在于这个领域还存在一些朴实的乐事，有待于我们去探索，而且可以被广泛得多的非职业数学家们完全理解。（我把自己也算作一名业余数学家，因为我的剑桥大学三一学院谢绝我攻读数学荣誉学位。对此，我心存快意，因为这意味着我已经