



“十二五”国家重点图书出版规划项目
航空航天精品系列

AUTOMATIC CONTROL PRINCIPLE OF 480 ITEMS

自动控制原理480题

● 李友善 梅晓榕 王彤 编



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

“十二五”国家重点图书出版规划项目
航空航天精品系列

自动控制原理 480 题

李友善 梅晓榕 王 彤 编

哈尔滨工业大学出版社

内 容 提 要

全书由两篇组成,其中选编了在线性、非线性、离散系统理论领域内典型性与概念性均较强的 480 个例题与习题。重点阐述了与上述内容有关的几个方面的基本概念,并通过具有代表性的例题较全面地介绍了解题的思路与步骤,说明分析问题与解决问题的基本方法。本书是高等院校“自动控制原理”课程的辅助教材,还是研究生考试的必备用书。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理 480 题/李友善,梅晓榕,王彤编.

—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2014.11

ISBN 978-7-5603-4973-2

I. ①自… II. ①李… ②梅… ③王… III. ①自动控
制理论—高等学校—习题集 IV. ①TP13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 257365 号

责任编辑 张秀华

封面设计 卞秉利

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 19.25 字数 450 千字

版 次 2015 年 1 月第 1 版 2015 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-4973-2

定 价 38.00 元



(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

本书是高等院校控制理论与应用、过程控制、工业电气自动化、工业仪表自动化、液压控制、计算机控制与应用等专业“自动控制原理”课程的辅助教材,全书共分8章,其中选编了在线性、非线性、离散系统理论领域内典型性与概念性均较强的480个例题与习题。在每一章里,重点阐述了与该章内容有关的几个方面的基本概念,并通过具有代表性的例题较全面地介绍了解题的思路与步骤,说明分析问题与解决问题的基本方法。使读者通过阅读例题的解题与习题的演算,深入掌握反馈控制的基本概念与基本分析方法。

本书是李友善教授主编的《自动控制原理》(国防工业出版社,修订版)、鄢景华教授主编的《自动控制原理》(哈尔滨工业大学出版社,修订版)和梅晓榕教授主编的《自动控制原理》(科学出版社)等经典畅销教材配套使用的辅助教材,也是硕士研究生考试的必备用书。

书后附录给出了哈尔滨工业大学控制理论与应用专业多年攻读硕士学位研究生入学考试《自动控制原理》试题汇编,供报考硕士研究生的读者应试复习之用;附录中还给出了书中部分习题的参考答案,供读者解题时参考。

书中的不足之处,恳请读者批评指正。

编 者

2014年11月

目 录

第 1 篇

第 1 章	关于传递函数的基本概念	
	例题	(1)
	习题	(17)
第 2 章	关于时域分析的基本概念	
	例题	(20)
	习题	(42)
第 3 章	关于根轨迹的基本概念	
	例题	(46)
	习题	(63)
第 4 章	应用频率响应法分析控制系统的基本概念	
	例题	(66)
	习题	(86)
第 5 章	应用频率响应法综合控制系统的基本概念	
	例题	(90)
	习题	(104)
第 6 章	非线性系统分析的基本概念	
	例题	(106)
	习题	(121)
第 7 章	离散系统分析与综合的基本概念	
	例题	(125)
	习题	(135)
第 8 章	关于线性系统理论的基本概念	
	例题	(138)
	习题	(154)
附录 1	哈尔滨工业大学自动控制原理研究生 考试试题(1979~1986)	(156)
附录 2	部分习题参考答案	(173)
附录 3	附录 1 的参考答案	(184)

第 2 篇

第 1 章 自动控制概论·····	(191)
第 2 章 控制系统的数学模型·····	(192)
第 3 章 控制系统的时域分析·····	(199)
第 4 章 根轨迹法·····	(212)
第 5 章 频率特性法·····	(215)
第 6 章 控制系统的综合与校正·····	(232)
第 7 章 非线性控制系统·····	(242)
第 8 章 线性离散系统·····	(258)
第 9 章 控制系统的状态空间分析法·····	(268)
第 10 章 线性系统的状态空间综合法·····	(275)
补充题·····	(283)
附录 4 哈尔滨工业大学控制原理研究生考试试题 (1995~1997 及 2001)·····	(288)
附录 5 附录 4 的参考答案·····	(298)
参考书目·····	(301)

第 1 篇

第 1 章 关于传递函数的基本概念

例 题

一、根据传递函数定义求取二变量间的传递函数时,首先应明确二变量间的关系必须符合线性规律,其次要明确在零初始条件下取变量的拉普拉斯变换。

例 1 求取图 1.1(a)所示电路的传递函数 $I(s)/U(s)$ 。图中 ψ 为铁心线圈磁链, R 为线圈电阻。

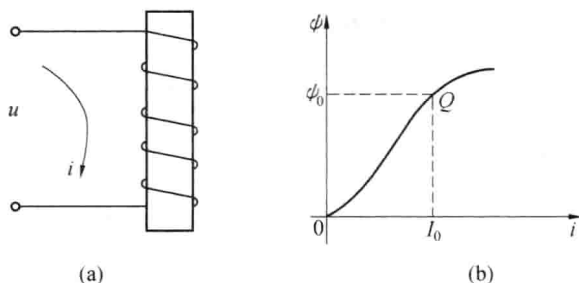


图 1.1

解 描述铁心线圈特性的微分方程式为

$$\frac{d\psi(i)}{dt} + Ri = u$$

或

$$\frac{d\psi(i)}{di} \cdot \frac{di}{dt} + Ri = u \quad (1.1)$$

其中磁链 $\psi(i)$ 是流经线圈电流 i 的函数,如图 1.1(b) 所示,而 $d\psi(i)/di$ 代表 $\psi(i)$ 曲线上各点的斜率。

从图 1.1(b)可见,磁链 ψ 是电流 i 的非线性函数,因此 $d\psi(i)/di$ 是与变量 i 有关的变系数。这样,方程(1.1)便不是线性微分方程式,当然也就不能对它取拉普拉斯变换,从而变量 i 与 u 之间也就不存在传递函数。

假若,在某一工作点 $Q(\psi_0, I_0)$ 上,电流 $i = I_0 \pm \Delta i$ 的变化甚微,即增量 Δi 很小,从而对应的磁链增量 $\Delta \psi$ 也很小,则在工作点 $Q(\psi_0, I_0)$ 两侧的微小区域内便可视 $d\psi(i)/di$ 为常值。因而方程(1.1)变成小偏差线性化意义下的线性微分方程式,具备了进行拉普拉斯变换的条件,其变换后的形式为

$$\begin{aligned} \frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0} \cdot [sI(s) - i(0)] + RI(s) &= U(s) \\ \left(\frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0} \cdot s + R \right) I(s) - \frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0} \cdot I_0 &= U(s) \end{aligned} \quad (1.2)$$

其中 $I_0 = i(0)$ —— 工作点电流；

$\frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0}$ —— 在工作点 Q 两侧微小区域内的常值。

基于传递函数定义，欲由式(1.2)写出 $I(s)/U(s)$ 形式，必须令 $I_0 = 0$ 。由此求得传递函数 $I(s)/U(s)$ 为

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1/R}{Ts + 1} \quad (1.3)$$

式中 $T = \frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0} / R$ 称为时间常数。

式(1.3)说明，传递函数必须在零初始条件下求取。否则，例如从式(1.2)便无法写出变量 i 与 u 间的传递函数 $I(s)/U(s)$ 。

例 2 试求取图 1.2(a) 所示无源电路的传递函数 $U_0(s)/U_i(s)$ 。

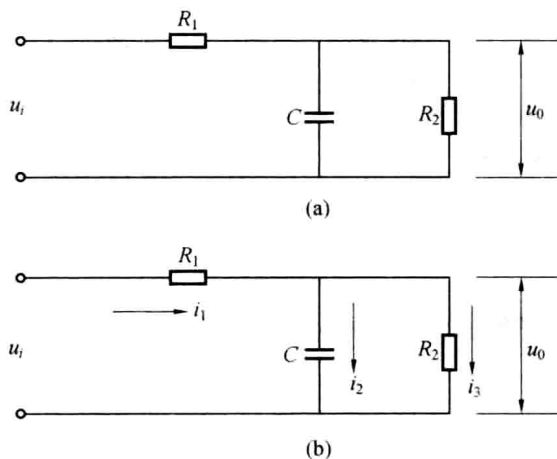


图 1.2

解 本例题有两种解法。

(1) 基于电路的基本定律，写出图 1.2(b) 所示电路中电压、电流间的关系式如下

$$R_1 i_1 + \frac{1}{C} \int i_2 dt = u_i \quad (1.4)$$

$$\frac{1}{C} \int i_2 dt = R_2 i_3 \quad (1.5)$$

$$R_2 i_3 = u_0 \quad (1.6)$$

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1.7)$$

设初始条件为零，分别对式(1.4)~(1.7)取拉普拉斯变换，得

$$R_1 I_1(s) + \frac{1}{Cs} I_2(s) = U_i(s) \quad (1.8)$$

$$\frac{1}{Cs} I_2(s) = R_2 I_3(s) \quad (1.9)$$

$$R_2 I_3(s) = U_0(s) \quad (1.10)$$

$$I_1(s) = I_2(s) + I_3(s) \quad (1.11)$$

在式(1.8)~(1.11)中消去中间变量 $I_1(s)$ 、 $I_2(s)$ 及 $I_3(s)$ ，可得传递函数

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) Cs + 1} \quad (1.12)$$

(2)可应用电路中的阻抗概念来求取电路的传递函数。此时,通过拉普拉斯变换,电感 L 与电容 C 的阻抗形式分别表示为 Ls 与 $\frac{1}{Cs}$ 。

基于阻抗的概念,图 1.2(a)所示电路的输出、输入电压比可写成如下形式

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = \frac{\frac{1}{Cs} \parallel R_2}{R_1 + \frac{1}{Cs} \parallel R_2} \quad (1.13)$$

式中, $\frac{1}{Cs} \parallel R_2$ 代表电容 C 与电阻 R_2 的并联阻抗,其值为 $R_2/(R_2 Cs + 1)$ 。

最后求得图 1.2(a)所示电路的传递函数 $U_0(s)/U_i(s)$ 为

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) Cs + 1} \quad (1.14)$$

式(1.14)的结果与第一种解法所得结果相同,但其计算量远较第一种解法为小。因此,在求取电路的传递函数时,宜采用第二种解法。

例 3 求取图 1.3 所示有源网络的传递函数 $U_0(s)/U_i(s)$ 。

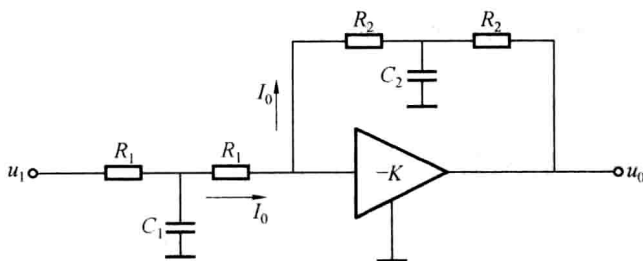


图 1.3

解

$$I_i(s) = \frac{U_i(s)}{R_1 + \frac{R_1 \frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}}} \cdot \frac{1}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} =$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2}R_1C_1s+1} \cdot \frac{U_1(s)}{2R_1} = \frac{\frac{1}{2R_1}}{\frac{1}{2}T_1s+1} U_i(s) \quad (1.15)$$

式中 $T_1 = R_1C_1$ 。

同理

$$I_0(s) = -\frac{\frac{1}{2R_2}}{\frac{1}{2}T_2s+1} U_0(s) \quad (1.16)$$

式中 $T_2 = R_2C_2$ 。

因为 $I_0(s) = I_i(s)$ ，故得传递函数为

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = -\frac{R_2(\frac{1}{2}T_2s+1)}{R_1(\frac{1}{2}T_1s+1)} \quad (1.17)$$

例 4 图 1.4 所示为机械平移系统，其中 m 、 k 、 f 分别代表物体质量、线性弹簧的弹性系数、阻尼器的粘性摩擦系数。设输入信号为作用力 $f_i(t)$ ，输出信号为物体位移 $y(t)$ ，试求取该系统的传递函数 $Y(s)/F_i(s)$ 。

解 按牛顿定律 $ma = \Sigma F$ ，图 1.4 所示平移运动方程式为

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = f_i - f \frac{dy}{dt} - ky \quad (1.18)$$

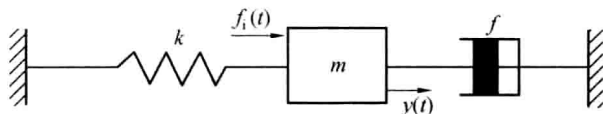


图 1.4

式中 $\frac{d^2y}{dt^2}$ ——物体 m 运动的加速度，即 $a = d^2y/dt^2$ ；

$f \frac{dy}{dt}$ ——阻尼器的粘滞阻力；

ky ——线性弹簧的弹性阻力。

设初始条件为零，对式(1.18)取拉普拉斯变换，得

$$ms^2Y(s) = F_i(s) - f sY(s) - kY(s)$$

由上式最终求得图 1.4 所示机械平移系统的传递函数 $Y(s)/F_i(s)$ 为

$$\frac{Y(s)}{F_i(s)} = \frac{\frac{1}{k}}{\frac{m}{k}s^2 + \frac{f}{k}s + 1} \quad (1.19)$$

例 5 图 1.5 所示为机械转动系统，其中 J 表示转动惯量， f 表示粘性摩擦系数。设输入信号为外作用力矩 $m_i(t)$ ，输出信号为轴角位移 $\theta(t)$ ，试求取该系统的传递函数 $\theta(s)/M_i(s)$ 。

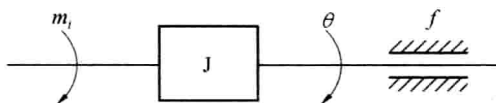


图 1.5

解 按牛顿定律,机械转动系统的力矩方程式为

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = m_i - f \frac{d\theta}{dt} \quad (1.20)$$

式中 $\frac{d^2 \theta}{dt^2}$ —— 轴角加速度;

$\frac{d\theta}{dt}$ —— 轴角速度;

$f \frac{d\theta}{dt}$ —— 旋转物体的粘性摩擦阻力矩。

设初始条件为零,对式(1.20)取拉普拉斯变换,得

$$J s^2 \theta(s) = M_i(s) - f s \theta(s)$$

由上式求得图 1.5 所示机械转动系统的传递函数 $\theta(s)/M_i(s)$ 为

$$\frac{\theta(s)}{M_i(s)} = \frac{1}{f} \frac{1}{s \left(\frac{J}{f} s + 1 \right)} \quad (1.21)$$

若以轴角速度 $\omega = d\theta/dt$ 为输出,则传递函数为

$$\frac{\Omega(s)}{M_i(s)} = \frac{1}{f} \frac{1}{\frac{J}{f} s + 1} \quad (1.22)$$

例 6 图 1.6 所示为齿轮传动系统,其中 M_i 为主动轴上的外作用力矩, M_1 为齿轮 1 承受的阻力矩, M_2 为齿轮 2 的传动力矩。试求取传递函数 $\theta_2(s)/M_i(s)$ 。

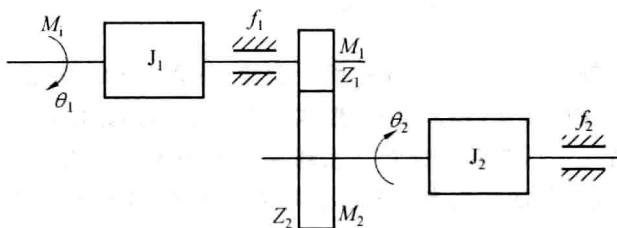


图 1.6

解 主动轴 1 上的力矩方程式为

$$J_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + f_1 \frac{d\theta_1}{dt} + M_1 = M_i \quad (1.23)$$

从动轴 2 上的力矩方程式为

$$J_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + f_2 \frac{d\theta_2}{dt} = M_2 \quad (1.24)$$

设初始条件为零,分别对式(1.23)、(1.24)取拉普拉斯变换,得

$$J_1 s^2 \theta_1(s) + f_1 s \theta_1(s) + M_1(s) = M_i(s) \quad (1.25)$$

$$J_2 s^2 \theta_2(s) + f_2 s \theta_2(s) = M_2(s) \quad (1.26)$$

根据齿轮 1,2 做功相等,有

$$M_1 \theta_1 = M_2 \theta_2 \quad (1.27)$$

从式(1.27)得

$$M_2 = M_1 \frac{\theta_1}{\theta_2} = M_1 \frac{Z_2}{Z_1} \quad (1.28)$$

式中, Z_1, Z_2 分别表示齿轮 1,2 的齿数。

将式(1.28)代入式(1.25)及式(1.26),得

$$\left[J_1 s^2 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 J_2 s^2 + f_1 s + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 f_2 s \right] \theta_2(s) = \frac{Z_1}{Z_2} M_i(s) \quad (1.29)$$

最后,由式(1.29)求得传递函数 $\theta_2(s)/M_i(s)$ 为

$$\frac{\theta_2(s)}{M_i(s)} = \frac{\frac{Z_1}{Z_2}}{\left[J_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 J_2 \right] s^2 + \left[f_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 f_2 \right] s} = \frac{\frac{1}{i}}{s \left[\left(J_1 + \frac{J_2}{i^2} \right) s + \left(f_1 + \frac{f_2}{i^2} \right) \right]} \quad (1.30)$$

式中 $J_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 J_2 = J_1 + \frac{J_2}{i^2}$ —— 折算到主动轴 1 上的转动惯量;

$f_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 f_2 = f_1 + \frac{f_2}{i^2}$ —— 折算到主动轴 1 上的粘性摩擦系数;

$i = \frac{Z_2}{Z_1}$ —— 齿轮传动系统的速比。

二、传递函数是描述元部件或系统中两个变量(输入与输出变量)间固有特性的一种数学模型,其与输入量的变化(输入信号)形式及相应的输出量的变化(输出信号)形式均无关。但需注意,传递函数与输入信号在元部件或系统中的作用点以及输出信号的取出点有关。不明确输入信号的作用点及输出信号的取出点,将无法计算元部件或系统的传递函数。

例 7 已知系统方框图如图 1.7(a)所示。试计算传递函数

$$C_1(s)/R_1(s), C_2(s)/R_1(s), C_1(s)/R_2(s) \text{ 及 } C_2(s)/R_2(s)$$

解 计算传递函数 $C_1(s)/R_1(s)$ 时,在方框图中需设 $R_2(s) = 0$,画出如图 1.7(b)所示的以 $R_1(s)$ 为输入、 $C_1(s)$ 为输出的系统方框图。

由图 1.7(b)求得传递函数 $C_1(s)/R_1(s)$ 为

$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)} = \frac{G_1(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)} \quad (1.31)$$

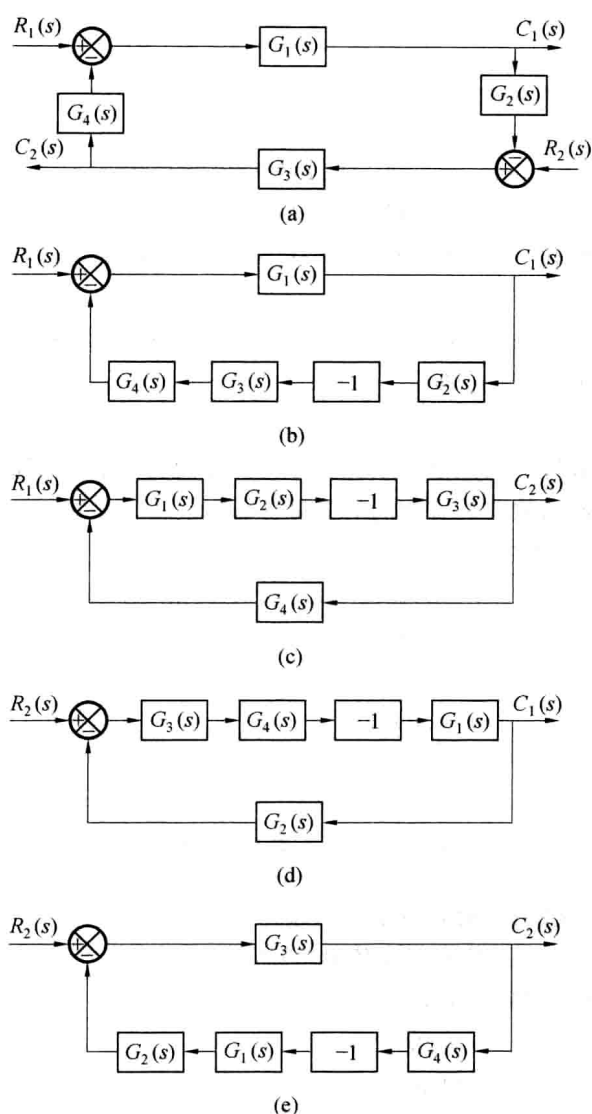


图 1.7

计算传递函数 $C_2(s)/R_1(s)$ 时, 设 $R_2(s)=0$, 画出以 $R_1(s)$ 为输入、以 $C_2(s)$ 为输出的方框图, 见图 1.7(c)。

由图 1.7(c) 求得传递函数 $C_2(s)/R_1(s)$ 为

$$\frac{C_2(s)}{R_1(s)} = -\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)} \quad (1.32)$$

计算传递函数 $C_1(s)/R_2(s)$ 时, 在图 1.7(a) 中需设 $R_1(s)=0$, 并画出以 $R_2(s)$ 为输入, 以 $C_1(s)$ 为输出的方框图, 见图 1.7(d)。

由图 1.7(d) 求得传递函数 $C_1(s)/R_2(s)$ 为

$$\frac{C_1(s)}{R_2(s)} = -\frac{G_1(s)G_3(s)G_4(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)} \quad (1.33)$$

计算传递函数 $C_2(s)/R_2(s)$ 时, 设 $R_1(s)=0$ 的同时, 画出以 $R_2(s)$ 为输入以 $C_2(s)$ 为输出的方框图, 见图 1.7(e)。

由图 1.7(e)求得传递函数 $C_2(s)/R_2(s)$ 为

$$\frac{C_2(s)}{R_2(s)} = \frac{G_3(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)} \quad (1.34)$$

从式(1.31)~(1.34)可见, 在同一个系统中, 由于所取的输入信号作用点及输出信号取出点不同, 所得传递函数是不一样的, 但它们都有相同的分母, 即 $1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)$ 。

如令传递函数的分母 $1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)$ 等于零, 便得到描述整个系统固有特性的特征方程式 $D(s)=0$, 即

$$D(s) = 1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s) = 0$$

因为一个系统的固有特性只能由一个特征方程式来描述, 所以由同一个系统针对不同输入与输出求得的传递函数均具有相同的分母部分。

例 8 设已知描述某控制系统的运动方程组如下

$$x_1(t) = r(t) - c(t) + n_1(t) \quad (1.35)$$

$$x_2(t) = K_1 x_1(t) \quad (1.36)$$

$$x_3(t) = x_2(t) - x_5(t) \quad (1.37)$$

$$T \frac{dx_4(t)}{dt} = x_3(t) \quad (1.38)$$

$$x_5(t) = x_4(t) - K_2 n_2(t) \quad (1.39)$$

$$K_0 x_5(t) = \frac{d^2 c(t)}{dt^2} + \frac{dc(t)}{dt} \quad (1.40)$$

式中 $r(t)$ ——系统的控制信号(输入变量);

$n_1(t), n_2(t)$ ——系统的扰动信号(输入变量);

$c(t)$ ——系统的被控制信号(输出变量);

$x_1(t) \sim x_5(t)$ ——中间变量;

K_0, K_1, K_2 ——常值增益;

T ——时间常数。

试绘制控制系统方框图, 并由方框图求取闭环传递函数 $C(s)/R(s), C(s)/N_1(s)$ 及 $C(s)/N_2(s)$ 。

解

(1)绘制系统方框图

对式(1.35)~(1.40)取拉普拉斯变换。设初始条件为零, 得

$$X_1(s) = R(s) - C(s) + N_1(s) \quad (1.41)$$

$$X_2(s) = K_1 X_1(s) \quad (1.42)$$

$$X_3(s) = X_2(s) - X_5(s) \quad (1.43)$$

$$TsX_4(s) = X_3(s) \quad (1.44)$$

$$X_5(s) = X_4(s) - K_2 N_2(s) \quad (1.45)$$

$$K_0 X_5(s) = s^2 C(s) + s C(s) \quad (1.46)$$

一般情况下,绘制系统方框图时,由系统的控制信号与主反馈信号进行叠加的比较环节开始,沿信号流通方向,通过函数方框将所有中间变量间的关系(包括系统内的局部反馈回路)一一画出,直至画出系统的被控制信号与主反馈信号。

对本例来说,首先根据式(1.41)画出系统的控制信号 $R(s)$ 、扰动信号 $N_1(s)$ 与被控制信号 $C(s)$ 叠加后与中间变量 $X_1(s)$ 间的关系,见图 1.8(a)。

其次,沿中间变量信号 $X_1(s) \sim X_5(s)$ 的流通方向,按式(1.42)~(1.45)通过函数方框画出此等信号彼此间的关系(包括在它们之间存在的局部反馈关系)以及与外部扰动信号间的关系,见图 1.8(b)。

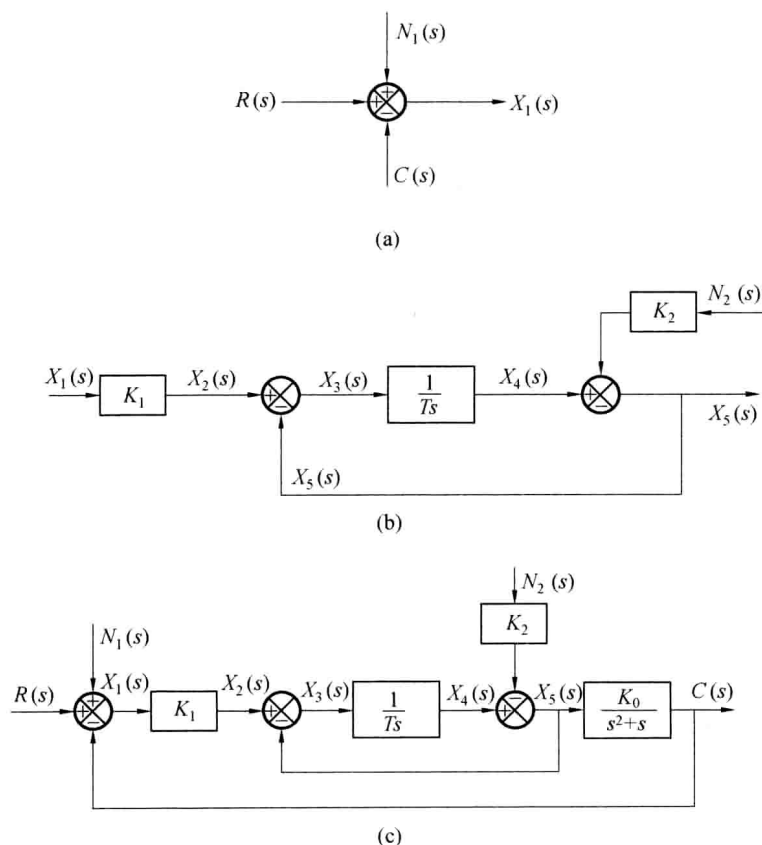


图 1.8

最后,按式(1.46)画出中间变量信号 $X_5(s)$ 与被控制信号 $C(s)$ 间的动态关系,并在图 1.8(a)、(b)基础上完成主反馈通道的绘制,这样便得到了系统的完整方框图,见图 1.8(c)。

(2)求取闭环传递函数 $C(s)/R(s)$ 、 $C(s)/N_1(s)$ 及 $C(s)/N_2(s)$ 。

求取闭环传递函数 $C(s)/R(s)$ 时,需令 $N_1(s) = 0$ 及 $N_2(s) = 0$, 这时,由图 1.8(c)得

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_1 \frac{1}{Ts} \cdot \frac{K_0}{s^2 + s}}{1 + \frac{1}{Ts} \cdot \frac{K_0}{s^2 + s}} = \frac{K_0 K_1}{Ts^3 + (1+T)s^2 + s + K_0 K_1} \quad (1.47)$$

由于扰动信号 $n_1(t)$ 与控制信号 $r(t)$ 在系统中的作用点相同, 所以有

$$\frac{C(s)}{N_1(s)} = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_0 K_1}{Ts^3 + (1+T)s^2 + s + K_0 K_1} \quad (1.48)$$

求取闭环传递函数 $C(s)/N_2(s)$ 时, 需令 $R(s) = 0$ 及 $N_1(s) = 0$, 这时, 图 1.8(c) 可改画成图 1.9(a), 而图 1.9(a) 又可等效地画成图 1.9(b)。

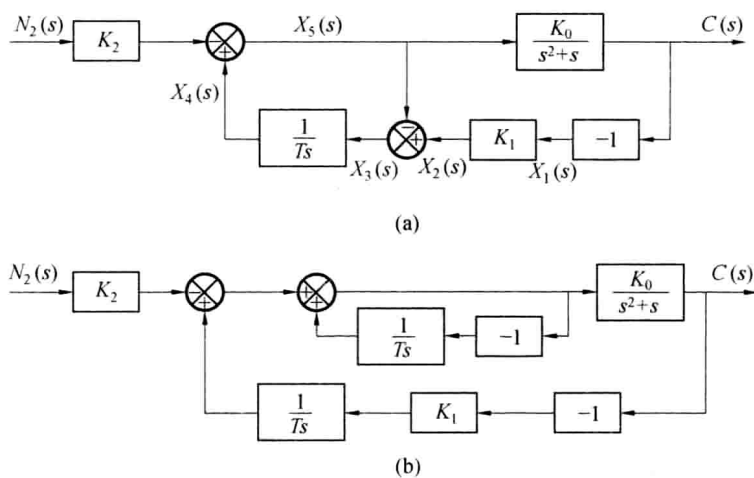


图 1.9

由图 1.9(b) 得

$$\frac{C(s)}{N_2(s)} = -K_2 \frac{\frac{1}{1 - \frac{1}{Ts}(-1)} \cdot \frac{K_0}{s(s+1)}}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{Ts}(-1)} \cdot \frac{K_0}{s(s+1)} \cdot \frac{1}{Ts} \cdot K_1(-1)} = -\frac{K_0 K_2 Ts}{Ts^3 + (1+T)s^2 + s + K_0 K_1} \quad (1.49)$$

三、求取元部件的传递函数时, 要特别注意与该元部件串接的下一个元部件对该元部件的负载效应。

例 9 求取图 1.10 所示电路的传递函数 $U_2(s)/U_1(s)$ 。图中 K 为放大器的增益。

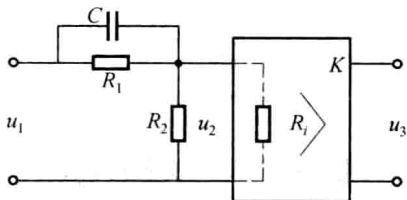


图 1.10

解 由于放大器是与 RC 电路串接的下一个元件,其输入电阻 R_i 是 RC 电路的负载,因此求取 RC 电路的传递函数 $U_2(s)/U_1(s)$ 时,需要考虑放大器对 RC 电路的负载效应。

当输入电阻 $R_i = \infty$ 时,即 RC 电路与放大器间无负载效应存在时,RC 电路与放大器串接时的传递函数 $U_2(s)/U_1(s)$ 与 RC 电路单独存在时的相同,即

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 Cs + 1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} Cs + 1} \quad (1.50)$$

若输入电阻 R_i 为有限值,求取 RC 电路的传递函数 $U_2(s)/U_1(s)$ 时必须考虑串接放大器的负载效应,也就是 RC 电路的输出端电阻应取 R_2 与 R_i 的并联值 R'_2 。这时,RC 电路的传递函数 $U_2(s)/U_1(s)$ 的形式与式(1.50) 所示相同,只是其中的电阻 R_2 应换写为 R'_2 ,即

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{R'_2}{R_1 + R'_2} \cdot \frac{R_1 Cs + 1}{\frac{R_1 R'_2}{R_1 + R'_2} Cs + 1} \quad (1.51)$$

RC 电路与放大器串接后的传递函数 $U_3(s)/U_1(s)$ 为

$$\begin{aligned} \frac{U_3(s)}{U_1(s)} &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} \cdot \frac{U_3(s)}{U_2(s)} = \\ &= \frac{R'_2}{R_1 + R'_2} \cdot \frac{R_1 Cs + 1}{\frac{R_1 R'_2}{R_1 + R'_2} Cs + 1} \cdot K \end{aligned} \quad (1.52)$$

从式(1.52)可见,由于在 RC 电路与串接放大器间有负载效应存在,所以传递函数 $U_3(s)/U_1(s)$ 不简单等于 RC 电路空载($R_i = \infty$) 时的传递函数(式(1.50)) 与放大器增益 K 的乘积。对于这一点应予以特别注意。

例 10 求取图 1.11 所示电路的传递函数 $U_2(s)/U_1(s)$ 。

解 图 1.11 所示电路可以认为是 $R_1 C$ 与 LR_2 两电路的串接。当 LR_2 电路的阻抗为有限值时,求取传递函数 $U_2(s)/U_1(s)$ 时必须考虑 LR_2 电路对 $R_1 C$ 电路所构成的负载效应。

求取传递函数 $U_2(s)/U_1(s)$ 的步骤是:首先计算传递函数 $U_3(s)/U_1(s)$,此刻需将 LR_2 电路看做是与电容 C 并联的负载,应用复阻抗法写出传递函数 $U_3(s)/U_1(s)$ 为

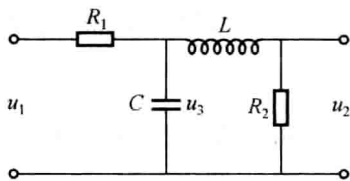


图 1.11