初中数学精讲

陈梓人　编著

江苏教育出版社

复习强化

CHUZHONG SHUXUE JINGJIANG

初中数学精讲
复习强化
（三年级用）

陈梓人　编著

江 苏 教 育 出 版 社

初中数学精讲·复习强化
（三年级用）
陈梓人 编著
责任编辑 喻 纬

出版发行：江 苏 教 育 出 版 社
（南京市中央路 165 号，邮政编码：210009）
经 销：江 苏 省 新 华 书 店
照 排：南京理工大学激光照排公司
印 刷：南 通 韬 奋 印 刷 厂
（地址：南大街 97 号，邮政编码：226001）

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 8.625 字数 186800
1996 年 7 月第 2 版 1996 年 12 月第 2 次印刷
印数 120401—180430

ISBN 7—5343—2318—5

G·2071 定价：6.90 元
江苏教育版图书若有印刷装订错误，可向承印厂调换

说　明

学校学习阶段，是影响人的一生发展的重要阶段.在校学习阶段能够遇到良师，是一生中的幸运.但这种幸运只可能降临到少数人身上.因此，将优秀教师的教学精华精心整理成书、广泛传播，为广大学生提供"幸遇良师"的新机会，便成为我们多年的夙愿.经过多年筹备之后推出的新系列《初中数学精讲》，就是循着这样的思路策划成功的.

《初中数学精讲》的作者既有丰富的教学经验，又勤于笔耕，发表过大量著述.最为难能可贵的是，他们至今仍然坚持奋战在初中数学教学第一线，他们是在教学实践中经过千锤百炼、具有真才实学的名师.

《初中数学精讲》是作者的教学精华(特别是新授课教学精华)的浓缩.书中的内容讲解部分，不求面面俱到，而着力于剖析教材的重点、难点和关键；例题的解答与分析力求将"三基"(基础知识、基本技能技巧、基本思想方法)教学与解题训练融为一体，书中的习题经过精心的筛选与配置，由易到难层次分明，举一反三以少胜多.

《初中数学精讲》全套六册：《一年级分册》，可与现行初中课本代数第一册(上)、代数第一册（下)和几何第一册配套使用；《二年级代数》，可与现行初中课本代数第二册配套使用；《二年级几何》，可与现行初中课本几何第二册配套使用；《三年级代数》，可与现行初中课本代数第三册配套使用；《三年级几何》，可与现行初中课本几何第三册配套使用；《复

习强化》,主要供初中三年级下学期数学复习阶段使用,也可供各年级代数、几何单元复习时使用.

这套书可供初中学生,自学初中数学者,中学数学教师、教研员,初中数学家庭教师,师范院校数学系师生阅读.这套书出版后,将不断进行滚动式修订,确保常出常新.因此,衷心欢迎广大读者对书中的不足之处提出批评、建议.

1996 年 12 月

目 录

第一章 代 数

第二章 几 何

第三章　选择题和综合题

第一章 代 数

一 数和式

1.1 实数的有关概念

实数从范围上分，可以分为有理数与无理数两大类.有理数是指整数和分数(即有限小数和无限循环小数)，无理数是指无限不循环小数.

实数按大小分，可以分为正数、负数和零.

这里必须注意以下几点：

(1)有理数都可化为分数形式，而无理数不能化为分数形式.

(2)有理数、无理数、正数、负数和零之间，既有交叉关系，又有从属关系.有理数和无理数都有正负之分，而零只属于有理数.

例1 在$\sqrt{2}$，$-\sqrt{16}$，3.14，0，0.1212…，$\frac{\pi}{2}$，$-\cos30°$，$-0.101001\cdots$，$-\frac{1}{7}$中，哪些是有理数，哪些是无理数，哪些是正数，哪些是负数？

解 $-\sqrt{16}$，3.14，0，0.1212…，$-\frac{1}{7}$是有理数；

$\sqrt{2}$，$\frac{\pi}{2}$，$-\cos30°$，$-0.101001\cdots$是无理数；

其中，$\sqrt{2}$，3.14，0.1212…，$\frac{\pi}{2}$是正数，

$-\sqrt{16}$，$-\cos 30°$，$-0.101001\cdots$，$-\frac{1}{7}$是负数.

说明 不能认为带根号的数就是无理数，如$-\sqrt{16}=-4$，它是有理数；也不能认为只有开方开不尽的数是无理数，除了开方开不尽的数外，无理数还包括其他一些数，如π这类数，它们不是整系数方程的根. 不能认为无限小数就是无理数，因为无限小数分为无限循环小数和无限不循环小数两类，而前者是有理数，只有后者才是无理数.

与实数相关的还有数轴、相反数、绝对值、倒数、非负数等概念. 这里要理解和掌握以下几点：

(1)因为实数与数轴上的点是一一对应的，所以数轴是研究实数的一个重要工具，充分利用这个工具，把数与形结合起来，就能顺利解决实数的有关问题.

(2)从数轴上看，表示互为相反数的两个点在原点的两旁(或都在原点)，并且到原点的距离相等；从运算上看，互为相反数的两个实数的和为零. 还要注意，零的相反数仍然是零.

(3)从数轴上看，一个实数的绝对值是表示这个实数的点和原点的距离，它永远是一个非负数(即正数或零). 还要注意零的绝对值还是零.

(4)互为倒数的两个实数的积等于1. 还要注意，零没有倒数.

例2 如果a是实数，下列四种说法：①a^2和$|a|$都是正数，②如果$|a|=-a$，那么a一定是负数，③a的倒数是$\frac{1}{a}$，④表示a和$-a$的两个点一定分别在原点的两侧.

其中,正确的个数是

(A)0.　　(B)1.　　(C)2.　　(D)3.

解　四种说法都是错的.应选(A).

说明　这几种说法都忽视了"零"的存在.如果考虑到实数 a 可能为零,那么上面的几种说法就应该修改为:①a^2 和 $|a|$ 都是非负数(正数或零),②若 $|a|=-a$,则 a 为负数或零,③若 $a\neq0$,则 a 的倒数为 $\frac{1}{a}$,④表示 a 或 $-a$ 的两个点分别在数轴上原点两侧或在原点.

我们在研究实数时,常把数分成正数、负数和零三类,忽略了"零"的存在,就极易导致错误.

例 3　已知 $ab\neq0$,$a>b$,下列不等式一定能成立的是　(　　)

(A)$a^2>b^2$.　　(B)$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

(C)$a^3>b^3$.　　(D)$ab>b^2$.

解　当 $a>0$,$b<0$ 时,(B)、(D)均不成立.

当 $b<a<0$ 时,(A)不成立.

∴应选(C).

说明　实数可以比较大小.比较含 a、b 的两个式子的大小,就需要对 a、b 的正负分情况讨论.分类讨论的思想是解决这类问题的一种基本思想.

例 4　实数 a、b、c 在数轴上的对应点如图 1-1,其中 O 是原点,且 $|a|=|c|$.

图 1-1

(1)判定 $a+b,a+c,c-b$ 的符号；

(2)化简：$|a|-|a+b|+|a+c|+|c-b|$.

解 (1)易知 $a<0,b<0,c>0$，且 $a=-c$，$|b|>|c|$.

$\therefore\ a+b<0,a+c=0,c-b>0$

(2) $|a|-|a+b|+|a+c|+|c-b|$

$=-a+(a+b)+0+(c-b)$

$=-a+a+b+c-b=c.$

说明 含有绝对值符号的运算，应当先判定绝对值符号内的数是正值、负值还是零，然后再根据绝对值的代数意义去掉绝对值符号，化归为有理式的运算.

例 5 若实数 x、y 满足等式 $(x+3)^2+|4-y|=0$，求 $x+y$ 的值.

解 $\because\ (x+3)^2\geqslant 0,|4-y|\geqslant 0,$

而 $(x+3)^2+|4-y|=0,$

$\therefore\ (x+3)^2=0,|4-y|=0.$

由此可得 $x=-3,y=4.$

$\therefore\ x+y=(-3)+4=1.$

说明 一个实数的平方或绝对值都是非负数. 非负数有一个重要性质：如果若干个非负数的和等于零，那么每一个非负数都等于零.

习　题

1. 判断：

(1) 若 a 是实数，则 $-a^2<0$. (　　)

(2)若 $a+b=0$，则 $\dfrac{a}{b}=-1$. (　　)

(3)若 x 的相反数是 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\sqrt{3}x=-1$. (　　)

(4)若$|a|>|b|$,则$a>b$.　(　　)

(5)$\sqrt{3}-2$的倒数是$-\sqrt{3}-2$.　(　　)

(6)若a是实数,且$|a|+a=0$,则a是负数.　(　　)

2. 填空:

(1)在$-\sqrt[3]{3}$,π,$(1-\sqrt{2})^{\circ}$,$-\dfrac{22}{7}$,0.1313…,$2\cos60^{\circ}$,无理数是________,整数是____________,负数是________.

(2)若a的立方的相反数是27,则$|a|=$____.

(3)若$|a|=\sqrt{2}$,则$a=$______.

(4)$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$与它的负倒数之和等于_______.

(5)若a、b、c是一个三角形三条边的长,则$|a-b-c|+|b-c-a|=$_______.

3. 选择:

(1)若$a>0$,$b<0$,$|a|<|b|$,则$a+b$是　(　　)

(A)正数.　(B)负数.　(C)零.　(D)非负数.

(2)下面四种说法:零是最小的有理数;零是偶数;零是非负数中最小的数;零是绝对值最小的实数.其中正确的说法有　(　　)

(A)1种.　(B)2种.　(C)3种.　(D)4种.

(3)下列语句正确的是　(　　)

(A)符号不同的两个数是相反数.

(B)任何负数都小于它的相反数.

(C)每一个实数都有倒数.

(D)任何非零整数都大于它的倒数.

(4)若$a>0$,$b<0$,则下列各式中正确的是　(　　)

(A) $|a+b|=|a|+|b|$.　(B) $|a+b|=|a|-|b|$.

(C) $|a-b|=|a|-|b|$.　(D) $|a-b|=|a|+|b|$.

(5) 如果 a、b 都是实数，则下列四个结论中：①若 $|a|=|b|$，则 $a=b$；②若 $|a|<|b|$，则 $a<b$；③若 $a>b$，则 $|a|>|b|$；④若 $|a|<|b|$，则 $a^2<b^2$. 正确的个数是　(　　)

(A) 1.　　(B) 2.　　(C) 3.　　(D) 4.

4. 比较下列各组两个实数的大小：

(1) -0.1 和 -0.099；(2) $1-\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{2}-\sqrt{3}$；

(3) $-\dfrac{10}{7}$ 和 $-\sqrt{2}$；(4) a 和 $|a|$，其中 a 是非负数.

5. 已知 $a>0$，$b<0$，$|a|<|b|$，把 a，$-a$，b，$-b$ 四个实数用"$<$"连接起来.

6. 如图 1-2，实数 a、b、c 在数轴上的对应点如图所示，其中 $|a|=|c|$，

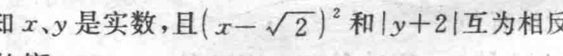

图 1-2

试化简：$|b-c|-|b-a|+|a-c-2b|-|c-a|$.

7. 已知 x、y 是实数，且 $\left(x-\sqrt{2}\right)^2$ 和 $|y+2|$ 互为相反数，求 x^y 的值.

1.2　实数的运算

实数的运算，首先必须注意如下几点：

(1) 有理数的加、减、乘、除、乘方的运算，关键是运算法则的运用，尤其要注意下面的符号法则：同号乘除得正，异号乘除得负；负数的偶次幂为正，奇次幂为负.

在运算过程中，要灵活运用运算律，在保证正确的前提下，力求简便迅速.

在混合运算中，要注意运算顺序，先算乘方，再算乘除，最后算加减，有括号的先算括号里面的；同级运算按从左到右的顺序计算，遇有多层括号要从内向外顺次去括号.

(2)实数的近似计算，要按要求的精确度进行计算.

(3)科学计数法是把一个数 x 写成 $\pm a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant a<10$，n 是整数. 由于 n 可能是正整数、负整数或零，因此必须正确理解负整数指数幂及零指数幂的概念.

例1 计算：

(1) $-0.25^2\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3\times(-1)^5+\left(1\dfrac{3}{8}+2\dfrac{1}{3}-3.75\right)\times12$；

(2) $[(-3)^2+(-2)^3]+\left(3\dfrac{1}{5}-1\dfrac{23}{25}-2\dfrac{2}{15}\right)\div\dfrac{24}{25}$

解 (1)原式 $=-\dfrac{1}{16}\div\left(-\dfrac{1}{8}\right)\times(-1)+\left(-\dfrac{1}{24}\right)\times12$

$=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=-1.$

(2)原式 $=1+\left(\dfrac{16}{5}-\dfrac{48}{25}-\dfrac{32}{15}\right)\times\dfrac{25}{24}$

$=1+\dfrac{16}{5}\times\dfrac{25}{24}-\dfrac{48}{25}\times\dfrac{25}{24}-\dfrac{32}{15}\times\dfrac{25}{24}$

$=1+\dfrac{10}{3}-2-\dfrac{20}{9}=\dfrac{1}{9}.$

说明 对负数的乘方，要特别注意符号. 另外还应注意，不可错把第(1)小题中的 -0.25^2 看成 $(-0.25)^2$.

在代数混合运算中，要注意适时运用运算律. 第(2)小题中由于运用了乘法分配律，避免了较复杂的通分，因而运算

过程比较简捷.

例 2 计算：$\left(-\frac{7}{12}\right)\div\left(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}+\frac{7}{12}-1\frac{1}{6}\right)$.

解 原式$=-\frac{7}{12}\div\left(\frac{42}{24}-\frac{21}{24}+\frac{14}{24}-\frac{28}{24}\right)=-\frac{7}{12}\div\frac{7}{24}$

$=-2.$

说明 此题如果像例 1(2)那样，把“分配律”错用在这里，就会有：

$$原式=\left(-\frac{7}{12}\right)\div1\frac{3}{4}-\left(-\frac{7}{12}\right)\div\frac{7}{8}+\left(-\frac{7}{12}\right)\div\frac{7}{12}-\left(-\frac{7}{12}\right)\div1\frac{1}{6},$$

那就大错特错了.

例 3 计算：$\frac{2}{7}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-5\div7.3-\sqrt{3}\right)$(精确到 0.01).

解 原式$\approx0.286-(0.707-0.685-1.732)$

$=0.286+0.685+1.732-0.707$

$=1.996\approx2.00.$

说明 近似运算中，每个无理数或循环小数的取值，要比原题要求的精确度多取一个数位的小数，这样最后的结果就不会因误差积累而产生错误.

本题要求精确到 0.01，最后的结果不能写成 2.0，更不能写成 2，因为这两个数的精确度分别为 0.1 和 1，与题目要求不合.

例 4 把下列各数用科学计数法表示出来，并在结果中保留两个有效数字：

(1)-704900； (2)0.0003851.

解 (1)$-704900\approx-7.0\times10^{5}$；

(2) $0.0003851\approx3.9\times10^{-4}$.

说明 把一个数 x 写成 $\pm a\times10^{n}$ 形式时，整数 n 要根据下列方法确定：如果 $|x|\geqslant10$，则 n 就是小数点向左移动的位数；如果 $|x|<1$，则 n 就是小数点向右移动的位数的相反数.

例 5 计算：$3^{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{3}-2^{8}\div2^{3}\div4^{2}+(-2)^{1-2n}\times(-2)^{2n}$.

解 原式 $=\left(3\times\frac{1}{3}\right)^{3}-2^{8-3-4}+(-2)^{1-2n+2n}$

$=1-2+(-2)=-3$.

例 6 计算：

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}-(1-\sqrt{2})^{0}-2^{-2}\cdot4^{2}-\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}$$

解 原式 $=\left(\frac{3}{2}\right)^{2}-1-2^{-2}\cdot2^{4}-\frac{9}{4}$

$=\frac{9}{4}-1-2^{2}-\frac{9}{4}=-5$.

说明 幂的计算要按照幂的运算法则进行. 零指数幂和负整数指数幂的运算，要善于灵活运用下列法则：

$a^{0}=1\quad(a\neq0)$，　　$a^{-p}=\frac{1}{a^{p}}\quad(a\neq0)$.

$\left(\frac{b}{a}\right)^{-p}=\left(\frac{a}{b}\right)^{p}\quad(ab\neq0)$.

不同底数的幂的乘除运算，可尽量转化为同底数的幂的乘法进行运算.