普通高等院校教学改革研究成果

大学数学
习题册

主　编　李茂林　冯　雪
副主编　尹红然　孙　健　张丽美　刘　泉　陈延德

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

大学数学习题册

主　编　李茂林　冯　雪

副主编　尹红然　孙　健

张丽美　刘　泉

陈延德

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

内容提要

本书适用于应用型本科院校所有专业的学生使用。书中汇集了函数与极限、一元函数微分学、一元函数积分学、微分方程、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、重积分、曲线积分与曲面积分以及无穷级数这些内容中的基本练习题。所选习题突出基本数学能力的训练，另外精选了一部分硕士研究生入学考试试题及与实际生活密切联系的应用题。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学习题册 /李茂林，冯雪主编. —杭州：浙江大学出版社，2012.8
ISBN 978-7-308-10439-5

Ⅰ.①大… Ⅱ.①李… ②冯… Ⅲ.①高等数学—高等学校—习题集 Ⅳ.①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 197430 号

大学数学习题册
主编 李茂林 冯 雪

责任编辑 邹小宁
文字编辑 芮凌云
封面设计 王聪聪
出版发行 浙江大学出版社
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)
(网址：http://www.zjupress.com)
排　　版 杭州金旭广告有限公司
印　　刷 浙江云广印业有限公司
开　　本 787mm×1092mm 1/16
印　　张 14.25
字　　数 353 千
版 印 次 2012 年 8 月第 1 版 2012 年 8 月第 1 次印刷
书　　号 ISBN 978-7-308-10439-5
定　　价 28.50 元

前　言

本书是为适应应用型本科高等数学的教学需要编写的。针对应用型本科院校学生学习的特点，结合《高等数学及其应用》第二版的教学内容和进度安排，按照“注重基础，强调应用”的原则进行设计和编写。

全书共九章，每章包括各小节练习题和自测题两部分。其中，每小节练习题与课堂教学相配套，题型有填空题、选择题、计算题、解答题、证明题和应用题。练习题内容由浅入深，由易到难，逐步提高，使学生理解和掌握高等数学的基础理论和常用的解题方法，一方面，为后续的专业课的学习打下坚实的基础。另一方面，有助于提高用数学方法解决几何、物理、工程、经济等方面的实际问题的应用能力。

本书的编写分工为：第1、2章由刘泉、陈延德编写；第3、4章由孙健、冯雪编写；第5、6章由尹红然编写，第7、8、9章由李茂林、张丽美编写。全书最后由李茂林定稿。

由于作者的经验和水平有限，书中一定存在很多不足之处，所以，热忱地希望使用本书的教师和同学予以指正，以便我们更好地完善内容并在再版时订正。

编者

2012年5月

目　录

第 1 章　函数与极限

1-1　函数

专业____________　班级____________　学号____________　姓名____________

一、填空题

1. 函数 $y=\sqrt{3-x^2}+\dfrac{1}{\ln(x+1)}$ 的定义域是____________.

2. 设 $f(x-2)=x^2-2x+3$,则 $f(x+2)=$ ____________.

3. $y=1+2\sin\dfrac{x-1}{x+1}$,$(x\geqslant 0)$ 的反函数是____________.

4. 设 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$,则 $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=$ ____________.

二、选择题

1. 下列各组中,$f(x)=g(x)$ 的是(　　).

A. $f(x)=\sqrt[3]{x^4-x^3}$,$g(x)=x\cdot\sqrt[3]{x-1}$

B. $f(x)=x$,$g(x)=\sqrt{x^2}$

C. $f(x)=2\sin\dfrac{x}{2}$,$g(x)=\sqrt{2-2\cos x}$

D. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$,$g(x)=x+1$

2. 下列函数中(　　)为有界的.

A. $\cos(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$　　B. e^x+e^{-x}

C. $\ln\dfrac{1}{x}$　　D. $\cot x$

3. 下列函数中(　　)是奇函数.

A. $y=\sin, x\in(0,2\pi)$

B. $y=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$,$x\in(-1,1)$

C. $\varphi(x)=f(x)+f(-x)$, $x\in(-1,1)$

D. $y=a^x$

4. 在指定的区间上,单调增函数是(　　).

A. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$,$(-\infty,+\infty)$

B. $y=\sin x$,$x\in(-\pi,\pi)$

C. $y=\ln(1+x)$, $x\in(-1,+\infty)$

D. $y=x^2$,$x\in(-1,1)$

三、分解下列各复合函数

1. $y = \arctan x^2$.

2. $y = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$.

3. $y = \sqrt{\cot \frac{x}{2}}$.

4. $y = \lg [\tan (x^2 + 1)^2]$.

四、证明题

1. 设下面所考虑的函数都是定义在对称区间$(-1,1)$内的. 证明：

(1) 两个偶函数的和是偶函数，两个奇函数的和是奇函数；

(2) 两个偶函数的乘积是偶函数，两个奇函数的乘积是偶函数，偶函数与奇函数的乘积是奇函数.

2. 设 $f(x)$ 是$(-1,1)$上定义的奇函数，且在$(0,1)$内单调递增. 证明：$f(x)$ 在$(-1,0)$内也是单调递增的.

五、应用题

1. 将一半径为 R 的圆形铁片，自中心处剪去中心角为 α 的一个扇形后，将剩余的部分做成一个无底的圆锥. 试将该圆锥的体积表示为 α 的函数.（要求：设出未知量、建立函数关系、写出定义域）

2. 一位患者躺在医院病床上打点滴。圆柱形的滴流瓶底面半径为 4cm，高为 15cm，在导管调节器的控制下，瓶中的药液面以每分钟 $\frac{1}{6}$ cm 的速度下降.

（1）计算当瓶中液面高度为 $h$cm 时，进入病人静脉的药液体积 V；

（2）求从病人打点滴开始 t 分钟后瓶中的液面高度 h；

（3）写出瓶中药液体积 V 作为时间 t 的函数表达式；

（4）瓶中药液全部进入病人静脉需要的时间？

3. 按照中国人民银行规定，人民币一年期存款的年利率为 3.5%，半年期存款的年利率为 3.3%. 每笔存款到期后，银行自动将其转存为同样期限的存款. 如果将 1 万元人民币存入银行，两年后取出，问存何种期限的存款能有较多的收益，多多少？

4. 天津市的出租车按如下办法收费：路程在 3km 内一律收 8 元；路程在 3km 到 10km 之间的，超过 3km 部分每千米加收 1.7 元；路程超过 10km 的，超过 10km 部分每千米加收 2.25 元. 设 x 为乘车路程，y 为出租车费，试建立函数关系 $y=y(x)$ 并画出函数图像.

1-2　极限的概念

专业____________　班级____________　学号____________　姓名____________

一、填空题

1. 设 $x_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$，且已知 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$. 则当 $n>$ ________ 时，$|x_n-0|<10^{-2}$.

2. 已知 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\cos\frac{n\pi}{2}}{n}=0$，则取 $N=$ ________ 时，可使 $n>N$ 时，$\left|\dfrac{\cos\frac{n\pi}{2}}{n}\right|<0.005$.

3. $\lim\limits_{x\to 3}(2x-1)=5$，若取 $\varepsilon=0.005$，那么当 $0<|x-3|<$ ________ 时，可有 $\left|(2x-1)-5\right|<0.005$.

4. 若已知 $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x+2}=-4$，则取 $\delta=$ ________，能使当 $0<|x+2|<\delta$ 时，有 $\left|\dfrac{x^2-4}{x+2}-(-4)\right|<10^{-3}$ 成立.

5. 已知 $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}=0$，则当 $x>$ ________ 时，有 $\left|\dfrac{\sin y}{\sqrt{x}}\right|<10^{-4}$.

6. 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-1}{x^2+3}=1$，则取 $X=$ ________ 当 $|x|>X$ 时，便有 $\left|\dfrac{x^2-1}{x^2+3}-1\right|<0.01$ 成立.

二、选择题

1. 数列 $\{x_n\}$ 有界是该数列收敛的(　　).

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分，也非必要条件

2. 数列 $x_n=(-1)^{n-1}\dfrac{7^{n-1}}{8^{n-1}}$，当 $n\to\infty$ 时的极限为(　　).

A. 1　　B. 0　　C. 不存在　　D. 以上都不正确

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^n-b^n}{a^n+b^n}=$ (　　)，$a>0$，$b>0$.

A. 1　　B. -1　　C. 0　　D. $\begin{cases}-1, & a<b\\ 0, & a=b\\ 1, & a>b\end{cases}$

4. 如果数列 $\{x_n\}$ 满足 $k\to\infty$ 时，$x_{2k-1}\to a$ 且 $x_{2k}\to b$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=$ (　　).

A. a　　B. b

C. 不存在　　D. 当 $a=b$ 时极限存在

5. $f(x_0^+)=a$ 且 $f(x_0^-)=a$，是 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a$ 的(　　)条件.

A. 充分不必要　　B. 必要不充分

C. 充分必要　　D. 既不充分也不必要

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}=$ (　　).

A. 1　　B. -1

C. 不能确定是否有极限　　D. 极限不存在

7. 设 $f(x)=\begin{cases}3x+2, x\leqslant 0\\ x^2+2, x>0\end{cases}$,则 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=$ (　　).

A. -1　　B. 0　　C. 2　　D. -2

三、证明题

1. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$,证明 $\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=|a|$. 又举例说明如果数列 $\{|x_n|\}$ 有极限,数列 $\{x_n\}$ 未必有极限.

2. 用"ε-N"定义证明:$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+3}{n^3+4}=0$.

3. 设数列$\{x_n\}$有界，又$\lim\limits_{n\to\infty}y_n=0$. 用"$\varepsilon$-$N$"定义证明$\lim\limits_{n\to\infty}(x_ny_n)=0$.

4. 利用极限定义证明：$\lim\limits_{x\to x_0}(ax+b)=ax_0+b$，$(a\neq 0)$.

5. 利用极限定义证明：$\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}}\dfrac{1-4x^2}{2x+1}=2$.

6. 猜测 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x+5}{x}$ 的值,并利用极限定义证明你的猜测.

四、设 $f(x)=\begin{cases}a+x, & x\leqslant 1\\ 2-x, & x>1\end{cases}$. 求 a 的值,使 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 存在.

1-3　极限的运算法则和性质

专业____________　班级____________　学号____________　姓名____________

一、填空题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1-n)(2n+1)(n+3)}{5n^2}=$ ________.

2. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^2-x^2}{h}=$ ________.

3. $\lim\limits_{x\to 2}=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}=$ ________.

二、选择题

1. $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2}{x^2-1})=$ (　　).

A. -1　　B. 0　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. ∞

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^3-n+1}{5n^3+n^2+n}=$ (　　).

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 0　　C. $\dfrac{4}{5}$　　D. ∞

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+1)^2-(x-2)^2}{x^2+2x+3}=$ (　　).

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 0　　C. 1　　D. ∞

三、计算题

1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2-11x+15}{x^2-x-6}$.

2. $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3})$.

3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^n-1}{x^m-1}$,($m,n$ 为正整数).

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+(n-1)}{n^2}$.

1-4　极限存在准则与两个重要极限

专业____________　班级____________　学号____________　姓名____________

一、填空题

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x^4}{\sin^3 x}=$ ________.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\sin x}=$ ________.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^{2n}=$ ________.

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{kx}=\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}$,则 $k=$ ________.

二、计算题

1. $\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{x}}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[2^n\sin\dfrac{x}{2^n}\right]$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+3}\right)^{x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}(1+3\tan^2 x)^{\cot^2 x}$.

三、用夹逼准则,证明:$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+a}+\dfrac{1}{n^2+2a}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+na}\right)=1$,$(a\geqslant 0)$.