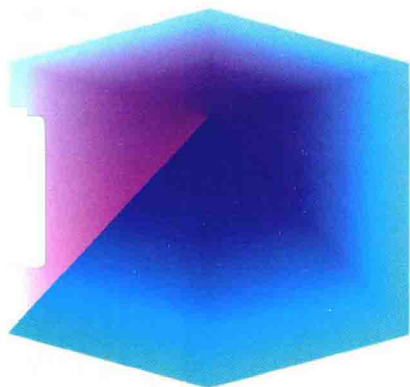




普通高等学校“十二五”规划教材

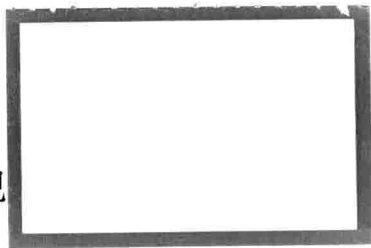
大学文科数学

闫峰 主编



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

普通高等学校“十二五”规



大学文科数学

主 编 闫 峰

副主编 赵冠华 张 青 张艳霞

朱玉龙 张西恩

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 提 要

本书着眼于介绍近代数学的基本概念、基本原理和基本方法,以数学素养的提高为目的,注重直观性和可读性,突出知识的实际背景和应用介绍.本书共分五部分:数学概论、微积分、线性代数、概率论和运筹学.选材上力求易学、易用;内容组织力求科学、紧凑;语言描述力求通俗、简练,贯彻突出数学的思想方法、渗透数学建模训练和练习数学软件使用的原则,每部分都从问题入手展开讨论,以实际应用结束,并简要介绍 MATLAB 数学软件的使用.

本书适合作为普通高等学校文科类专业教材,尤其适合二类、三类普通高等学校文科类专业使用.

图书在版编目(CIP)数据

大学文科数学/闫峰主编. —北京:中国铁道出版社,2013.8

普通高等学校“十二五”规划教材

ISBN 978-7-113-17252-7

I. ①大… II. ①闫… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 201200 号

书 名: 大学文科数学

作 者: 闫 峰 主 编

策 划: 张宇富

责任编辑: 马洪霞

编辑助理: 曾露平

封面设计: 付 巍

封面制作: 白 雪

责任印制: 李 佳

读者热线: 400-668-0820

出版发行: 中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街8号)

网 址: <http://www.51eds.com>

印 刷: 三河市华丰印刷厂

版 次: 2013年8月第1版 2013年8月第1次印刷

开 本: 720mm×960mm 1/16 印张: 14.5 字数: 275千

书 号: ISBN 978-7-113-17252-7

定 价: 27.00元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社教材图书营销部联系调换。电话:(010)63550836

打击盗版举报电话:(010)63549504

前 言

数学是自然科学的语言,是人们认识客观世界的有力工具.随着计算机的普及,数学知识正在深入地影响着社会经济的发展,对于大众化教育背景下入学的大学生,数学教育在其全面成长过程中有着不可或缺的作用.特别是进入 21 世纪之后,各种数据信息大量出现,如何正确解读这些数据信息,需要人们具备良好的数学素养.

为了适应应用型人才的培养目标,加大通识教育的力度,有必要对文科学生开展适当的数学教育.由于文科大学生数学基础与理工科等学生不同,而目前大部分高等数学教材只是针对理工类编写,并不适合应用型大学的文科数学教学要求,为此,本书着眼于介绍近代数学的基本概念、基本原理和基本方法,以数学素养的提高为目的,注重直观性和可读性,突出知识的实际背景和应用介绍.

本书共分七部分:数学概论,函数、极限与连续,导数与微分、积分学,线性代数,概率论初步,运筹学概论.选材上力求易学、易用;内容组织力求科学、紧凑;语言描述力求通俗、简练,贯彻突出数学的思想方法、渗透数学建模训练和练习数学软件使用的原则,每部分都从问题入手展开讨论,以实际应用结束,并简要介绍 MATLAB 数学软件的使用.

本书由闫峰任主编,赵冠华、张青、张艳霞、朱玉龙、张西恩任副主编.前言由赵冠华副教授撰写;第 1 章由张艳霞副教授撰写;第 2~3 章由闫峰教授撰写;第 4 章由张西恩副教授撰写;第 5 章由赵冠华副教授撰写;第 6 章由朱玉龙副教授撰写;第 7 章由张青教授撰写;全文由刘晓玲教授统稿.

本书的出版得到了中国铁道出版社的大力支持,并获得了邯郸学院的资金支持,书中参考了大量的文献资料,恕不一一列举.在此一并表示感谢.

由于编者学识和阅历所限,不当和疏漏之处在所难免,恳请各位专家、读者提出宝贵意见.

编 者
2013 年 5 月

目 录

第 1 章 数学概论	1
§ 1.1 什么是数学	1
1.1.1 什么是数学	1
1.1.2 数学的特点	2
§ 1.2 数学的发展	6
1.2.1 数学发展的几个阶段	6
1.2.2 中国数学发展片断	8
§ 1.3 社会科学中的数学	10
1.3.1 生活中的数学	11
1.3.2 自然中的数学	11
1.3.3 历史中的数学	12
1.3.4 艺术中的数学	13
1.3.5 语言学、文学中的数学	15
1.3.6 体育中的数学	17
1.3.7 游戏中的数学	17
§ 1.4 数学的文化价值	18
1.4.1 数学作为一种文化的特征	18
1.4.2 数学与教育	20
1.4.3 数学思想	21
1.4.4 数学问题中的文化因素	23
1.4.5 数学典故中的文化因素	24
§ 1.5 MATLAB 数学软件入门	27
习题 1	33
第 2 章 函数、极限与连续	34
§ 2.1 初等函数	34
2.1.1 问题的提出	34
2.1.2 函数的定义	35
2.1.3 反函数与复合函数	36
2.1.4 初等函数	37

2.1.5 应用实例	37
§ 2.2 函数的极限	39
2.2.1 问题的提出	40
2.2.2 数列的极限	40
2.2.3 函数的极限	41
2.2.4 应用实例	43
§ 2.3 函数的连续性	44
2.3.1 问题的提出	44
2.3.2 函数的连续性	44
2.3.3 应用实例	47
§ 2.4 MATLAB在极限理论中的应用	48
习题2	52
第3章 导数与微分	53
§ 3.1 导数	53
3.1.1 问题的提出	53
3.1.2 函数的导数	54
3.1.3 应用实例	57
§ 3.2 微分中值定理	58
3.2.1 问题的提出	58
3.2.2 罗尔定理	59
3.2.3 拉格朗日中值定理	60
3.2.4 应用实例	61
§ 3.3 导数的应用	61
3.3.1 问题的提出	61
3.3.2 函数的单调性	61
3.3.3 函数的凹凸性	63
3.3.4 函数在闭区间上的最值	64
3.3.5 应用实例	65
§ 3.4 微分	66
3.4.1 问题的提出	66
3.4.2 函数的微分	67
3.4.3 应用实例	68
§ 3.5 MATLAB在微分学中的应用	69

习题 3	70
第 4 章 积分学	72
§ 4.1 不定积分	72
4.1.1 问题的提出	72
4.1.2 不定积分的概念	72
4.1.3 不定积分的性质与积分公式	74
4.1.4 应用实例	75
§ 4.2 定积分	81
4.2.1 问题的提出	81
4.2.2 定积分的概念与性质	82
4.2.3 定积分的计算	84
4.2.4 应用实例	86
§ 4.3 反常积分	88
4.3.1 问题的提出	88
4.3.2 反常积分的定义	89
4.3.3 应用实例	92
§ 4.4 MATLAB 在积分学中的应用	93
习题 4	95
第 5 章 线性代数	97
§ 5.1 行列式	97
5.1.1 问题的提出	97
5.1.2 n 阶行列式	99
5.1.3 n 阶行列式的性质	102
5.1.4 克莱姆法则	105
5.1.5 应用实例	107
§ 5.2 矩阵	108
5.2.1 问题的提出	108
5.2.2 矩阵的概念	109
5.2.3 矩阵的运算	109
5.2.4 逆矩阵	116
5.2.5 分块矩阵	119
5.2.6 应用实例	121
§ 5.3 线性方程组	123

5.3.1	问题的提出	123
5.3.2	矩阵的初等变换	126
5.3.3	求解线性方程组	131
5.3.4	应用实例	135
§ 5.4	MATLAB 在线性代数中的应用	138
习题 5		140
第 6 章	概率论初步	144
§ 6.1	随机事件与样本空间	144
6.1.1	问题的提出	144
6.1.2	随机事件	145
6.1.3	事件的关系与运算	146
6.1.4	事件的运算规律	148
6.1.5	应用实例	148
§ 6.2	概率的公理化定义	150
6.2.1	问题的提出	150
6.2.2	随机事件的频率	150
6.2.3	概率的公理化定义	151
6.2.4	概率的性质	152
6.2.5	应用实例	153
§ 6.3	等可能概率概型	154
6.3.1	问题的提出	154
6.3.2	古典概型	154
6.3.3	几何概率	157
6.3.4	应用实例	158
§ 6.4	条件概率、乘法公式和事件的独立性	160
6.4.1	问题的提出	160
6.4.2	条件概率	161
6.4.3	乘法公式	162
6.4.4	事件独立性的概念	162
6.4.5	应用实例	166
§ 6.5	独立试验序列概型	168
6.5.1	问题的提出	168
6.5.2	二项概率公式与二项分布	168

6.5.3 应用实例·····	170
§ 6.6 MATLAB 在概率论中的应用·····	172
习题 6·····	173
第 7 章 运筹学概论 ·····	178
§ 7.1 线性规划·····	178
7.1.1 问题的提出·····	178
7.1.2 线性规划的一般理论·····	179
7.1.3 应用实例·····	183
§ 7.2 图论·····	188
7.2.1 问题的提出·····	188
7.2.2 图的基本概念·····	189
7.2.3 欧拉图和哈密尔顿图·····	193
7.2.4 树·····	197
7.2.5 应用实例·····	200
§ 7.3 对策论·····	203
7.3.1 问题的提出·····	203
7.3.2 对策论的有关概念及结论·····	204
7.3.3 应用实例·····	207
§ 7.4 MATLAB 在运筹学中的应用·····	208
习题 7·····	212
习题答案 ·····	215
参考文献 ·····	221

第1章 数学概论

“没有数学,我们就无法看透哲学的深度;没有哲学,人们也无法看透数学的深度.而若没有两者,人们就什么也看不透.”(B. Demollins)本章首先从数学的含义谈起,探讨数学的本质和特征,介绍数学发展简史、数学与其他各个学科领域的关系、数学的文化价值,最后介绍常用数学软件的入门知识.这些内容实际上也在回答“我们为什么要学数学”这个重要问题,它将有助于读者从多角度、更深层次认识数学,为读者今后的学习打下基础.

§ 1.1 什么是数学

1.1.1 什么是数学

数学,起源于人类早期的生产活动,为中国古代六艺之一(六艺中称为“数”),亦被古希腊学者视为哲学之起点.数学(汉语拼音:shùxué;希腊语:μαθηματικ;英语:mathematics),源自于古希腊语的 μαθημα (máthēma), 其有学习、学问、科学之意.数学曾经是四门学科:算术、几何、天文学和音乐,处于比语法、修辞和辩证法这三门学科更高的地位.

数学究竟是什么?不同的学者有着自己独特的观点.

创立于20世纪30年代的法国布尔巴基学派认为:数学,至少纯数学,是研究抽象结构的理论.

法国数学家笛卡尔认为数学是“序和度量”的科学.

也有学者认为“数学是一种高级语言,是符号的世界”、“数学是精密的科学”、“数学是一门艺术”、“数学不仅是一种技巧,更是一种精神,特别是理性的精神”、“数学是人类最重要的活动之一”、“数学是研究各种形式的模型”、“数学是一种文化体系”等等.

恩格斯则认为数学是关于数量和空间形式的一门科学.这种观点在我国的数学教育方面采用得比较多,2011版《义务教育数学课程标准》就沿用了数学的这种定义.

各种“定义”都从一定侧面反映了数学的特征.数学,作为人类思维的表达形式,反映了人们积极进取的意志、缜密周详的逻辑推理及对完美境界的追求.虽然不同的传统学派可以强调不同的侧面,然而正是这些互相对立的力量相互作用,以及它们综

合起来的努力,才构成了数学科学的生命力、可用性和它的崇高价值。

在社会高度文明的今天,物质世界和精神世界只有通过量化才能达到完善的展示,而数学正是这一高超智慧成就的结晶,它已渗透到日常生活的各个领域。作为大学生,学习数学,除了形成“理性思维”的能力之外,更重要的是理解数学的价值,欣赏数学的美丽,知道数学应用的门径,提高数学素养。

“数学素养”的通俗说法为:把所学的数学知识都排除或忘掉后剩下的东西。具体而言,一般指:从数学角度看问题的出发点;有条理地理性思维,严密地思考、求证,简洁、清晰、准确地表达;在解决问题、总结工作时,逻辑推理的意识和能力;对所从事的工作,合理地量化和简化,周到地运筹帷幄。

英国实验物理学家伦琴是第一个获得诺贝尔物理学奖的学者,他在回答“科学家需要什么样的修养”时说:“第一是数学,第二是数学,第三还是数学。”提高学生的数学素养,是适应社会、参加生产和进一步学习所必须的数学基础知识和基本技能,是时代的需要,也是学生实现自身价值的需要。

1.1.2 数学的特点

应用广泛性、严谨性和高度抽象性是数学的显著特征,除此之外,数学还具有美好、美妙等等特征。

1. 应用的广泛性

很久之前,恩格斯在自然辩证法中谈到数学应用时说:“在固体力学中是绝对的,在气体力学中是近似的,在液体力学中已经比较困难了;在物理学中多半是尝试性的和相对的;在化学中是简单的一次方程式;在生物学中 $=0$ 。”

现在,数学的应用领域已由物理、力学、天文、工程技术等向经济、金融、信息、生命科学、管理科学、通讯、军事、社会科学,乃至日常生活各个领域渗透。高耸入云的建筑物、海洋石油钻井平台、人造地球卫星、基因识别、密码破译等等,莫不是人类数学智慧的结晶。你的身高、体重、各种美丽的图案……,数学始终陪伴在你的身边。随着市场经济的发展,成本、利润、投入、产出、贷款、效益、股份、市场预测、风险评估等一系列经济词汇频繁使用,买与卖、存款与保险、股票与债券……我们几乎每天都会碰到。而这些经济活动无一能离开数学。

下面举两个应用数学的例子。

例1 海王星的发现。

太阳系中的行星之一的海王星是1846年在数学计算的基础上发现的。1781年发现了天王星以后,观察它的运行轨道总是和预测的结果有相当程度的差异,是万有引力定律不正确呢,还是有其他的原因?有人怀疑在它周围有另一颗行星存在,影响了它的运行轨道。1844年英国的亚当斯(1819—1892)利用万有引力定律和对天王星的

观察资料,推算这颗未知行星的轨道,花了很长的时间计算出这颗未知行星的位置,以及它出现在天空中的方位. 亚当斯于 1845 年 9 月~10 月把结果分别寄给了剑桥大学天文台台长查理士和英国格林尼治天文台台长艾里,但是查理士和艾里迷信权威,把它束之高阁,不予理睬.

1845 年,法国一个年轻的天文学家、数学家勒维烈(1811—1877)经过一年多的计算,于 1846 年 9 月写了一封信给德国柏林天文台助理员加勒(1812—1910),信中说:“请你把望远镜对准黄道上的宝瓶星座,就是经度 326° 的地方,那时你将在那个地方 1° 之内,见到一颗九等亮度的星.”加勒按勒维烈所指出的方位进行观察,果然在离所指出的位置相差不到 1° 的地方找到了一颗在星图上没有的星——海王星. 海王星的发现不仅是力学和天文学特别是哥白尼日心学说的伟大胜利,而且也是数学计算的伟大胜利.

例 2 电磁波的发现.

英国物理学家麦克斯韦(1831—1879)概括了由实验建立起来的电磁现象,呈现为二阶微分方程的形式. 他用纯数学的观点,从这些方程推导出存在着电磁波,这种波以光速传播着. 根据这一点,他提出了光的电磁理论,这理论后来被全面发展和论证了. 麦克斯韦的结论还推动了人们去寻找纯电起源的电磁波,比如由振动放电所发射的电磁波. 这样的电磁波后来果然被德国物理学家赫兹(1857—1894)发现了. 这就是现代无线电技术的起源.

总之,在天体力学、声学、流体力学、材料力学、光学、电磁学、工程科学等学科中,数学都作出了异常准确的预言.

著名数学家华罗庚的观点“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,无处不用数学”得到了大家的普遍认可.

数学在其他领域的应用,我们在 § 1.3 再详细谈. 在以后各章的教学内容中不仅注重数学知识的掌握,也会着重强调数学知识的应用.

2. 数学的严谨性

数学的严谨性表现在数学推理的逻辑严格性和数学结论的确定无疑性. 早在 2000 多年前,数学家就从几个最基本的结论出发,运用逻辑推理的方法,将丰富的几何学知识整理成一门严密系统的理论,它像一根精美的逻辑链条,每一个环节都衔接得丝丝入扣. 所以,数学一直被誉为是“精确科学的典范”.

例 3 有这样一个故事:一位数学家、一位物理学家、一位作家坐火车访问云南. 作家看到窗外田野上有一只黑羊,感叹道:“想不到云南的羊都是黑的!”物理学家说:“不对,云南至少有一只羊是黑的.”数学家看看窗外,说:“云南至少有一块地上有一只羊,至少半边是黑的.”

大家可以看到,不同学者对同一个事物的反应与其长时间的专业熏陶有着密切的联系. 数学讲究的是思维的精确性.

例 4 英国有位很著名的诗人的一首诗中有这么两句话：“世界上每一分钟都有一个人死亡，世界上每一分钟都有一个人出生。”，想反映出生和死亡是随时在我们的身边存在的，我们要爱惜生命。这首诗被一位数学家看到了，数学家凭他的职业习惯，做了一系列工作后提笔给这位诗人写了一封信：“尊敬的诗人阁下，我查阅了……资料，世界上的人口每年都以……的速度在增长，为了准确起见，我建议您的诗改为：“世界上每一分钟都有一个人死亡，世界上每一分钟都有 $1\frac{1}{6}$ 个人出生。”

此例虽然有些滑稽，但也从一个侧面反映出了数学的严谨。

例 5 古希腊大哲学家柏拉图非常重视数学，他于公元前 387 年左右在雅典创办了一所学园，哲学和数学是学园的主要课程。在学园门口还高挂“不懂几何者不得入内”的牌子。

柏拉图对数学研究有过巨大的推动作用。柏拉图开设数学课程的目的不仅仅是让学生学习数学知识，更重要的是通过数学学习训练学生的逻辑思维意识和能力。此例说明数学的精确性对人们思维的影响，也反映出人们对数学思维功能的认同。

一般来说，数学结论的正确与否，主要看逻辑上是否正确，并不需要象物理学猜想那样必须用实验证实。数学中的严谨推理和一丝不苟的计算，使得每一个数学结论都是牢固的、不可动摇的，这点对于其他学科影响很大，以至于有些学科中的理论，如果不能上升到用数学模型表达就不能令人信服。

3. 数学的抽象性

数学以抽象的数和形为研究对象，这些数和形只保留量的关系和空间形式而舍弃了其他。

你能在现实生活中找到“平行四边形”吗？

你能在现实生活中找到“1”吗？

数学中，数字是抽象的、量是抽象的、空间是抽象的、一切数学概念是抽象的、数学的方法也是抽象的。高度的抽象性是数学的显著特征之一。物理、化学等也有抽象，但它们研究的分子、原子等毕竟能在现实生活中找到原型，而数学上研究的内容在现实生活中都找不到，所以数学比其他学科都抽象。

数学确实很抽象，但是，有时它也很具体。

例 6 一个茶杯的几何形状，一张股票指数的趋势图，一个大饼的 $\frac{1}{3}$ ，丢硬币国徽向上的概率等等都是数学。

数学中的“1”既可以表示方程的解，也可以表示一头驴、一辆轿车、一个人等等。

数学中的 $\frac{dy}{dx}$ 既可以表示运动速度，也可以表示人口增长速度，……。

正因为数学高度的抽象性，数学才不好理解，使得很多人望而生畏；也正因为如

此,才使得数学的应用更广泛.

4. 数学是美好、美妙的

数学的美体现在方方面面,也许美在它是探求世间现象规律的出发点,也许美在它用几个字母符号就能表示若干信息的简单明了,也许美在它大胆假设和严格论证的伟大结合,也许美在它对一个问题论证时殊途同归的奇妙感受,也许美在数学家耗尽终生论证定理的锲而不舍,也许美在它在几乎所有学科中的广泛应用.

(1) 自然美:刘勰的《文心雕龙》认为文章之可贵,在尚自然.文章是反映生活的一面镜子,脱离生活的文学是空洞的,没有任何用处.数学也是这样.数学存在的意义在于理性地揭示自然界的一些现象规律,帮助人们认识自然、改造自然.可以这样说,数学是取诸于生活而用诸于生活的.数学最早的起源,大概来自古代人们的结绳记事,一个一个的绳扣,把数学的根和生活从一开始就牢牢地系在了一起.后来出现的记数法,是牲畜养殖或商品买卖的需要;古代的几何学产生,是为了丈量土地.中国古代的众多数学著作(如《九章算术》)中,几乎全是对于某个具体问题的探究和推广.

在中国,数学源于生活,在外国,历代数学家也都宗法自然.阿基米德的数学成果,都用于当时的军事、建筑、工程等众多科学领域;牛顿见物象而思数学之所出,即有微积分的创立;费尔玛和欧拉对变分法的开创性发明也是由探索自然界的现象而引起的.

(2) 简洁美:

世事再纷繁,加减乘除算尽;
宇宙虽广大,点线面体包完.

这首诗,用字不多,却高度地概括出了数学的简洁明了、微言大义.数学和诗歌一样,有着独特的简洁美.

如果说诗歌的简洁是写意的,是欲言还休的,是中国水墨画中的留白,那么数学语言则是写实的,是简洁精确、抽象规范的,是严谨的科学态度的体现.最为典型的例子,莫过于二进制在计算机领域的的应用.试想,任何一个复杂的指令,都被译做明确的0、1数字串,这是多么伟大的一个构想.可以说,没有数学的简化,就没有现在这个互联网四通八达、信息技术飞速发展的时代.

(3) 对称美:中国的文学讲究对称,这点可以从历时百年的楹联文化中窥见一斑.而更胜一筹的对称,就是回文了.苏轼有一首著名的七律《游金山寺》,便是这方面的上乘之作:

潮随暗浪雪山倾,远浦渔舟钓月明;
桥对寺门松径小,槛当泉眼石波清;
迢迢绿树江天晓,霭霭红霞晚日晴;
遥望四边云接水,碧峰千点数鸥轻.

不难看出,把它倒转过来,仍然是一首完整的七律诗:

轻鸥数点千峰碧,水接云边四望遥;
晴日晚霞红霭霭,晓天江树绿迢迢;
清波石眼泉当槛,小径松门寺对桥;
明月钓舟渔浦远,倾山雪浪暗随潮。

这首回文诗无论是顺读或倒读,都是情景交融、清新可读的好诗.而数学中,也不乏这样的回文现象,如:

$$\begin{aligned} 12 \times 12 &= 144, & 21 \times 21 &= 441; \\ 13 \times 13 &= 169, & 31 \times 31 &= 961; \\ 102 \times 102 &= 10404, & 201 \times 201 &= 40401. \end{aligned}$$

而数学中更为一般的对称,则体现在函数图像的对称性和几何图形上.前者给我们探求函数的性质提供了方便,后者则运用在建筑、美术领域后给人以无穷的美感.

(4) 悬念美:照米兰·昆德拉的说法:小说家的才智就是把一切肯定变成疑问,教读者把世界当成问题来理解.这种现象,在数学中绝非少见.许多数学问题都是从一个看不出任何端倪的方程式开始,运用各种方法,一步步求解,最终得出一个清楚明白的结论.而数学的乐趣,在于人们抱着探求事实真相的态度,满怀好奇的求解过程和最终真相大白时的快感.这一点,和人们读悬疑小说所产生的感觉是相似的,难怪有人说,世界本身就是个未知数,而数学本身就是探索世界之谜的方程式.

(5) 意象美:

一别之后,二地相悬,只说是三四月,又谁知五六年,七弦琴无心抚弹,八行书无信可传,九连环从中折断,十里长亭我眼望穿,百思想,千系念,万般无奈叫丫环.万语千言把郎怨,百无聊赖,十依阑干,九九重阳看孤雁,八月中秋月圆人不圆,七月半烧香点烛祭祖问苍天,六月伏天人人摇扇我心寒,五月石榴如火偏遇阵阵冷雨浇花端,四月枇杷未黄我梳妆懒,三月桃花又被风吹散!郎呀郎,巴不得二一世你为女来我为男.

读这些诗,每个人都能明显感到,诗的意境全来自那几个数词,无论是数词的单个应用、重复引用,抑或是循环使用,看似毫无感染力的数词竟也都能表现出或寂寥、或欣然、或恬淡、或伤感的思想感情.

§ 1.2 数学的发展

1.2.1 数学发展的几个阶段

数学的发展历史,大致分为5个时期.

1. 数学萌芽时期(公元前6世纪以前)

公元前1000多年,人类历史从铜器时代过渡到铁器时代,生产力大大提高了.由于社会经济生活的需要,人们越来越多地要计算产品的数量、测量建筑物的大小、丈量土地的面积等等,逐渐形成了数的概念,产生了关于数的计算,几何学也有了初步发展.这个时代的数学知识还只是片断的、零碎的,还没有形成严整的体系;缺乏逻辑推理,尚不见有命题的证明.

2. 初等数学时期(公元前6世纪至17世纪中叶)

公元前六、七世纪,地中海一带成为文化昌盛地区,在生产、商业、航海以及社会政治生活的影响下,研究自然的兴趣增加了.一些古希腊学者开始尝试对命题加以证明.

证明命题是希腊几何学的基本精神,是数学发展史上的一件大事.从此,数学由具体实验阶段过渡到抽象的理论阶段.数学逐渐形成为一门独立的演绎的科学.这个时期逐渐形成了初等数学的主要分支:算数、几何、代数、三角.这些科目所研究的对象都是常量,称之为初等数学.

3. 变量数学时期(17世纪中叶至19世纪20年代)

变量数学产生于17世纪,当时欧洲封建社会开始解体,资本主义兴起,生产力大大解放,促使科学技术和数学急速地向前发展.运河的开凿、堤坝的修筑、行星的椭圆轨道理论等等,都需要很多复杂的计算.初等数学已不能满足需要,在数学研究中引入变量与函数的概念是很自然的发展趋势.

变量数学时期大体上经历了两个决定性的重大步骤:第一步是笛卡尔的解析几何的产生;第二步是牛顿、莱布尼茨的微积分的创立.微积分(Calculus)是高等数学中研究函数的微分、积分以及有关概念和应用的数学分支,内容主要包括极限、微分学、积分学及其应用.微分学包括求导数的运算,是一套关于变化率的理论.它使得函数、速度、加速度和曲线的斜率等均可用一套通用的符号进行讨论.积分学,包括求积分的运算,为定义和计算面积、体积等提供一套通用的方法.

4. 近代数学时期(19世纪20年代至二次大战)

从19世纪20年代开始,在数学界又一次掀起了革命的浪潮,发生了一连串本质的变化.首先是罗巴切夫斯基创立了非欧几何,其研究对象和适用范围迅速扩大;其次是阿贝尔和伽罗瓦开创了近世代数的研究,使代数学呈现崭新的面貌.

在这个时期,波尔察诺和柯西重新奠定了分析的严格的逻辑基础;拓扑学、复变函数论等崭新的数学分支相继涌现.此外,微分方程、微分几何、数理逻辑、概率论以及20世纪初出现的泛函分析等,在这一时期都取得了长足的发展.

5. 现代数学时期(20世纪40年代以后)

20世纪40~50年代,世界科学史上发生了三件惊天动地的大事,即原子能的利用、电子计算机的发明和空间技术的兴起.此外还出现了许多新的情况,促使数学发生

急剧的变化. 这些情况是: 现代科学技术研究的对象, 日益超出人类的感官范围以外, 向高温、高压、高速、高强度、远距离、自动化发展. 其次是科学实验的规模空前扩大, 一个大型的实验, 要耗费大量的人力和物力. 为了减少浪费和避免盲目性, 迫切需要精确的理论分析和设计. 再次是现代科学技术日益趋向定量化, 各个科学技术领域, 都需要使用数学工具. 数学几乎渗透到所有的科学部门中去, 从而形成了许多边缘数学学科, 如: 生物数学、生物统计学、数理生物学、数理语言学等等.

上述情况使得数学发展呈现出一些比较明显的特点, 可以简单地归纳为三个方面: 计算机科学的形成, 应用数学出现众多的新分支、纯粹数学有若干重大的突破.

1945年, 第一台电子计算机诞生以后, 由于电子计算机应用广泛、影响巨大, 围绕它很自然要形成一门庞大的科学. 粗略地说, 计算机科学是对计算机体系、软件和某些特殊应用进行探索和理论研究的一门科学. 计算数学可以归入计算机科学之中, 但它可以算是一门应用数学.

20世纪40年代以后, 涌现出了大量新的应用数学科目, 内容的丰富、应用的广泛、名目的繁多都是史无前例的. 如: 对策论、规划论、排队论、最优化方法、运筹学、信息论、控制论、系统分析、可靠性理论等. 这些分支所研究的范围和互相间的关系很难划清, 也有的因为用了很多概率统计的工具, 又可以看作概率统计的新应用或新分支, 还有的可以归入计算机科学之中等等.

20世纪40年代以后, 基础理论也有了飞速的发展, 出现许多突破性的工作, 解决了一些带根本性质的问题. 在这过程中引入了新的概念、新的方法, 推动了整个数学前进. 60年代以来, 还出现了如非标准分析、模糊数学、突变理论等新兴的数学分支. 此外, 近几十年来经典数学也获得了巨大进展, 如概率论、数理统计、解析数论、微分几何、代数几何、微分方程、因数论、泛函分析、数理逻辑等等.

今天, 差不多每个国家都有自己的数学学会, 而且许多国家还有致力于各种水平的数学教育的团体, 它们已经成为推动数学发展的有力因素之一. 目前数学还有加速发展的趋势, 这是过去任何一个时期所不能比拟的.

现代数学虽然呈现出多姿多彩的局面, 它的主要特点可以概括如下:

数学的对象、内容在深度和广度上都有了很大的发展, 分析学、代数学、几何学的思想、理论和方法都发生了惊人的变化, 数学的不断分化, 不断综合的趋势都在加强.

电子计算机进入数学领域, 产生巨大而深远的影响.

数学渗透到几乎所有的科学领域, 并且起着越来越大的作用, 纯粹数学不断向纵深发展, 数理逻辑和数学基础已经成为整个数学大厦的基础.

1.2.2 中国数学发展片断

中国是一个文明古国, 有着悠久的历史和文化传统, 曾经是数学发达的国家, 出现