



俄罗斯数学精品译丛

“十二五”国家重点图书

Geometric Transformations (I)

几何变换(I)

[苏] 雅格洛姆 著 尤承业 译



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

俄罗斯数学精品译丛

“十二五”国家重点图书

Geometric Transformations (I)
几何变换 (I)

• [苏] 雅格洛姆 著 • 尤承业 译



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书讨论的是平面上的一类基本的几何变换——保距变换。

本书通过对“什么是几何学”这个问题的讨论，自然地引出了保距变换的概念。然后给出了平移、旋转、反射和滑动反射等保距变换的定义和性质，复合和分解的规律，以及它们的相互关系。最后对保距变换作了分类。

书中配有许多有难度但却饶有趣味的习题，认真做这些题，有助于加深对正文的理解，并增添学习的兴趣。书后附有详细的题解。

本书可作为中学数学教师的参考资料，也可作为爱好数学的中学生、大学低年级学生的课外读物。

图书在版编目(CIP)数据

几何变换. 1/(苏)雅格洛姆著;尤承业译.
—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2014.7
ISBN 978-7-5603-4569-7

I. ①几… II. ①雅… ②尤… III. ①平面几何—研究 IV. ①O123.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 010550 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 钱辰琛
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16 印张 6.75 字数 139 千字
版 次 2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-4569-7
定 价 28.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

●
作者简介

雅格洛姆(Яглом), 1921年出生于苏联哈尔科夫市, 1942年毕业于斯维尔德洛夫大学, 1945年获得副博士学位. 他早年曾在莫斯科大学、奥彼克霍夫基辅教育学院等校任教, 1957~1968年任莫斯科国立教育学院的几何学教授. 1968年以后, 他在莫斯科的一所工程技术夜大学任教.

他对苏联的数学教学具有相当大的影响. 他还发表了许多科学论著, 其中有不少被译成英文, 如 *Complex Numbers in Geometry*, *Convex Figures*, 等.

●
序
言
(
摘
译
)

这套书分为两册^①,是专为初等几何写的.长期以来,尤其是在19世纪,初等几何的领域里积累了极其丰富的资料.许多关于圆、三角形和多边形的美妙而意想不到的定理被证明了.在初等几何的内部,还形成了一些完整的分支,如“三角形的几何”、“四面体的几何”等.这些分支都有各自广泛的题材,各自的习题和解题的方法.

然而,本书的目的并不是向读者介绍初等几何中那些他们所不熟悉的定理.我们认为,上面谈到的初等几何的那些发展,并不说明需要有专著来阐述它们.这是因为超出高中课程范围的大部分定理只不过是一些“古董”,它们既没有什么实用价值,又脱离了数学发展的主流.但是,在初等几何中,除去一些具体的定理之外,还包含了两个重要的有普遍意义的思想,它们构成了几何学的一切进一步发展的基础,其重要性远远超出了几何学的界限.其中之一是演绎法和几何学的公理基础,另一个是几何变换和几何学的群论基础.这些思想都是内容丰富和卓有成效的.例如,两者的直接发展都导致了非欧几何的产生.本书的任务是阐明这两种思想之一——几何学的群论基础.

.....

^① 中译本分为四册.——中译者

我们还要对本书的特点说几句话. 本书是面向十分广泛的读者的. 在这种情况下, 就难免为照顾一部分读者而不能顾及另一部分读者的兴趣. 作者牺牲了基础较好的读者的某些兴趣, 力求使本书简单明了、通俗易懂, 而不去过分追求严密性和逻辑上的精确性. 例如, 我们不一般地对几何变换这个概念下定义, 因为尽管定义的术语在直观上是清楚的, 但它总是使一些缺乏经验的读者感到困难. 由于同样的原因, 我们不得不避开有向角的概念, 并且把有向线段的概念推迟到第 2 章引进, 尽管这样做使得正文和习题解答中的某些论证严格地说可以认为是不完整的……, 但是我们认为, 基础好的读者自己能够去完善这些论证; 而对于基础不那么好的读者, 严格性上的欠缺不会对他们有什么妨碍……

在术语的选用上也有同样的考虑. 作者根据自己当学生时的经验确信, 如果在一本书中出现大量生疏的术语, 会大大增加它的难度. 因此在术语的使用上尽量做得最为经济. 在某些情况下, 不得不放弃一些方便的术语, 这样也就可能忽视了基础较好的读者的某些兴趣……

习题给读者提供了一个检验自己对正文内容掌握情况的机会. 不必按顺序解所有的习题, 但是我们主张读者在每一组习题中至少选做一个(做几个更好). 本书的结构使得照这个办法做的读者将不会丢失任何基本的内容. 在解完(或试图去解)一个习题时, 读者应当研究一下书后的解答.

习题一般不一定与正文相衔接, 但解答都是用本书中的基本内容和初等几何的变换. 特别要注重的是解题方法而不是结论. 个别的习题可能出现在几个不同的地方, 因为将同一个问题的几种不同的解法加以比较, 常常是有益的.

本书有许多作图题, 在解这些习题时, 我们并不去追求“最简单”(在某种意义上)的作图法. 作者对这些题目的主要兴趣是在逻辑上, 而实际上并不关心怎样去完成这些作图.

……

U · M · 雅格洛姆

什么是几何学

基谢廖夫在他的高级中学几何课本的开头,给出了点、线、面、体的定义,并规定“几何图形是以常规的方式处在空间中的点、线、面、体的集合”,紧跟着就给几何学下了定义:“几何学是研究几何图形的性质的学科”。这可能使人产生一个印象:作为前言标题的这个问题似乎早已在高级中学几何课本中回答了,用不着我们再来做文章。

然而,这种简单化的印象是错误的。虽然不能说基谢廖夫的定义不对,但它是不完善的。“性质”这个词的含义很广泛,几何学当然不能研究图形的所有性质。例如,一个三角形是画在白纸上的,还是画在黑板上的,这在几何学中是不重要的;三角形的颜色并不是几何学的研究对象。当然我们可以这样解释:按照上面的定义,几何学所研究的是几何图形的性质,而颜色是用来画三角形的纸的性质,不是图形本身的性质。但是,这种解释仍然不会使人满意。究竟图形的哪些性质是几何学中所研究的?人们总是希望能依据一个“数学式”的定义来判别,而这里还缺少这样的定义。例如,当你试图去解释下面的现象时,就会感到这种不足。在几何学中,我们只研究画在黑板上的三角形的一个顶点到某些直线(例如这个三角形的这个顶点的对边)的距离,而不研究它到另一些直线(例如黑板的边框线)的距离。如果要用上面的定义来解释这个现象,简直是不可能做到的。

但是在这里我们要说明,不能因为上述定义的不完善而去责怪学校用的几何课本,在学习几何的最初阶段,基谢廖夫的定义也许是所能给出的唯一的定义.要明白这一点,只需看看下面的事实.几何学的历史开始于4 000多年以前,但几何学的第一个科学的定义(本书的主要目的之一就是描述这个定义)却是在1872年由德国数学家克莱因(F. Klein)给出的.非欧几何学的创建推动了这个定义的产生.在罗巴切夫斯基(Лобачевский)创建非欧几何学时,数学家们并没有明确认识到有必要对几何学的研究对象下一个确切的定义.只是在非欧几何创建之后,人们才明白,“几何图形”的直观概念不再能作为几何学科中的丰富多彩的结构的基础了.直观概念是不能容纳多种“几何学”的.

现在我们回到原题来澄清几何学所研究的几何图形的性质.我们已看到,几何学所研究的并不是几何图形的所有性质,而只是其中的一部分.在对这部分属于几何学所研究的性质作出精确描述之前,我们只能笼统地说:几何学研究的是图形的“几何性质”.而这个说法并不能使基谢廖夫的定义得到完善,只是把问题变成了“什么是几何性质?”.对这个新问题又只能回答“几何性质是几何学中所研究的那些性质”.这样,我们就兜了一个圈子:几何学规定为研究图形的几何性质的学科,而几何性质又规定为几何学中所研究的性质.要冲破这个圈子,我们必须不用“几何学”这个词来规定“几何性质”.

为了研究什么是图形的“几何性质”这个问题,我们先来看一个大家所熟悉的命题:给定两边 a, b 和夹角 C 作三角形,则只有一个解(图1(a))^①.可是,如果从另一个角度去考虑,这个结论似乎是不对的:实际上不止一个三角形具有给定边 a, b 和夹角 C ,而是有无穷多个(图2);因此上述问题不止一个解,而是有无穷多个解.那么结论说只有一个解又是什么意思呢?

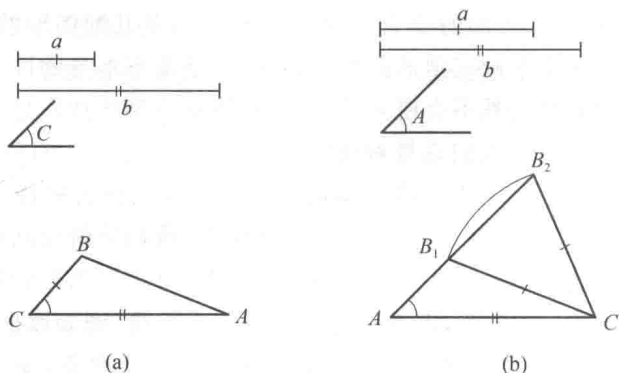


图 1

① 与此不同,给定两边 a, b 和一个对角 A 作三角形,则可能有两个解(图1(b)).

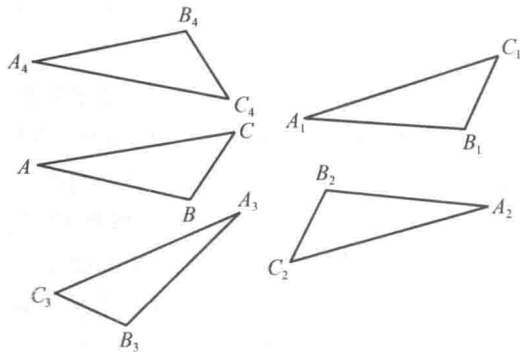


图 2

“由两边 a, b 和夹角 C 只能作一个三角形”这个结论显然是意味着所有具有给定边 a, b 和夹角 C 的三角形互相全等. 因此, 更确切的说法是: 给定两边和夹角可以作无穷多个三角形, 但它们都互相全等. 而在几何学中说只有一个三角形具有给定的两边 a, b 和夹角 C 时, 对那些只在位置上不相同的三角形是不加以区别的. 既然几何学是研究图形的“几何性质”的学科, 那么很清楚, 只有几何性质完全相同的图形才能彼此不加区别. 因此, 全等的图形就有完全相同的几何性质; 相反地, 不全等的图形一定具有不同的几何性质, 否则它们就不能区别了.

这样, 我们就得到了图形的几何性质的定义: 图形的几何性质是全等的图形所共有的那些性质. 现在, 我们可以明确回答前面提到的问题: 为什么几何学中不研究三角形的一个顶点到黑板边框线的距离? 这是因为这个距离不是几何性质, 对于全等的图形来说, 它不是不变的. 而另一方面, 三角形的高是几何性质, 因为全等三角形的对应高是相等的.

至此, 我们离几何学的定义已经很近了. 我们知道几何学研究的是图形的“几何性质”, 也就是全等图形所共有的性质. 剩下只用回答“什么是全等图形”这个问题了.

最后的这个问题也许会使有些读者失望, 它可能造成这样的印象: 到此为止我们什么也没有得到, 只是单单把一个问题变成另一个同样困难的问题. 然而事实并不是这样, 什么情况下两个图形全等的问题是不难回答的, 基谢廖夫的几何课本已给出了一个完全令人满意的回答. 按照基谢廖夫的说法, “如果两个图形中的一个经过在空间中的移动, 可以和另一个在各个部分上都重合, 就称它们是全等的”. 换句话说, 全等的图形就是能经过运动而做到彼此完全重合的那些图形. 因此, 图形的几何性质——全等图形所共有的性质——就是图形在移动中不变的那些性质.

现在, 我们终于得到了几何学的下述定义: 几何学是研究几何图形在运动

中不变的那些性质的学科. 我们就在这个定义上停步了, 尽管这个定义还有进一步发展的余地, 但我们将在以后去讨论它.

爱追根究底的读者也许对这个定义仍不满意, 要求我们解释运动的意义. 可以这样回答: 运动^①是平面(或空间)的一个几何变换, 它把任一点 A 变到另一点 A' , 并且使得任何两点 A 与 B 之间的距离等于它们所变到的点 A' 与 B' 之间的距离^②(图 3). 运动的这个定义是相当抽象的. 既然我们已认识到保距变换在几何学中起了如此重要的根本性作用, 就愿意直观地认识它, 并仔细地研究它的所有性质. 这种研究就是本书的重要内容, 在本书的末尾, 列出了平面上所有可能的保距变换, 这可以作为平面上保距变换的一个新的, 而且更简单的定义. (参看第 2 章 2.2 节末尾.)

我们还要指出, 研究保距变换不仅是为了用来明确几何学这个概念, 它还有重要的实用意义. 保距变换在解决许多几何题, 特别是作图题时, 有许多应用, 这可以用它在几何学中的根本性作用来解释. 同时, 从保距变换的研究中还能得到可用来解许多几何题的某些一般方法. 有时, 我们能应用它们把一组习题化成同一个习题; 而若由别的途径去解这些习题, 则要用各不相同的方法. 例如, 我们考虑三个大家熟悉的作图题:

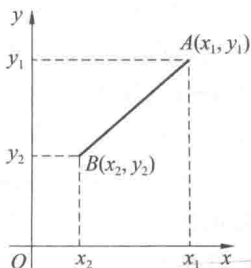


图 3

(1) 在平面上作一个三角形, 使得在它的三条边上分别向外作的三个等边三角形的新顶点恰为预先给定的三点.

(2) 在平面上作一个三角形, 使得在它的三条边上分别向外作的三个正方形的中心恰为预先给定的三点.

(3) 给定七边形各边的中点, 求作此七边形.

这三个习题用中学课本中的通常的方法也能解, 但这时看起来它们似乎是互不相关的(而且都是相当复杂的习题).

问题(1)可以这样解: 先证明图 4(a) 中三条直线 A_1M_1 , A_2M_2 和 A_3M_3 交于一点 O , 并且互相夹相等的角(就是说 $\angle M_1OM_2 = \angle M_1OM_3 = \angle M_2OM_3 =$

① 或称保距变换, 或称刚体运动. 下面将常用保距变换这个词. —— 英译者

② 平面上两点 A 与 B 之间的距离等于

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

这里 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 分别是 A 和 B 在某个直角坐标系中的坐标. (坐标系的选择是无紧要的) 于是距离的概念归结为一个简单的代数式, 不必作任何解释了.

类似地, 空间中两点 A 与 B 的距离等于

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

这里 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 是 A 与 B 在空间中的直角坐标.

120°.于是我们可以由 M_1, M_2 和 M_3 找到点 O 了).然后再证明

$$OA_1 + OA_2 = OM_3, OA_2 + OA_3 = OM_1, OA_3 + OA_1 = OM_2$$

(从而就有 $OA_1 = \frac{OM_2 + OM_3 - OM_1}{2}$ 等三个等式.这样就能找到点 A_1, A_2, A_3 了).

解问题(2)时只要先证明(图 4(b))

$$M_2B_1 \perp M_3B_1 \text{ 和 } M_2B_1 = M_3B_1$$

这里 B_1 是 $\triangle A_1A_2A_3$ 中边 A_2A_3 的中点;或者证明(这是第二种解法)

$$A_1M_1 = M_2M_3 \text{ 和 } A_1M_1 \perp M_2M_3$$

解问题(3)时可以利用下面的事实:七边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ 的对角线 A_1A_5 的中点 M'_5 与点 M_5, M_6, M_7 恰是一个平行四边形的四个顶点(图 4(c)),因此 M'_5 可以作出.于是,作七边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ 的问题就转化成作五边形 $A_1A_2A_3A_4A_5$ 的类似问题了.这个新问题又可用同样的方法继续化简.

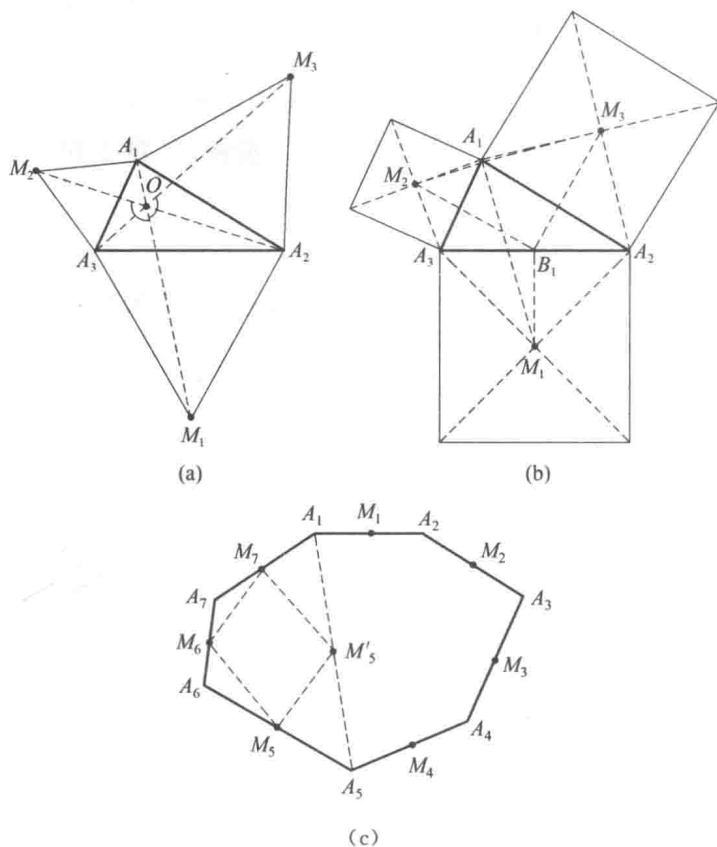


图 4

以上这几个解法技巧性都是相当高的,都要作一些辅助线(事先我们怎么

知道要作哪些辅助线呢),并且都是要动动脑筋的.但是,保距变换的研究使我们能提出并解答一个更一般的作图题(参见第1章第21题):

试作一个 n 边形,使得分别以它的各边为底边,给定角 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 为顶角的(并在 n 边形外的) n 个等腰三角形的顶点恰为给定的 n 个点.(当 $n=3, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 60^\circ$ 时,就是题(1);当 $n=3, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 90^\circ$ 时,就是题(2);当 $n=7, \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_7 = 180^\circ$ 时,就是题(3))

这个一般的作图题能用关于保距变换的某些定理很简单地解决,并且不需画任何图.在第1章和第2章中,读者还能找到一大批能借助于保距变换来解的几何题.



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

已出版(即将出版)图书目录



书 名	出 版 时 间	定 价	编 号
新编中学数学解题方法全书(高中版)上卷	2007-09	38.00	7
新编中学数学解题方法全书(高中版)中卷	2007-09	48.00	8
新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(一)	2007-09	42.00	17
新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(二)	2007-09	38.00	18
新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(三)	2010-06	58.00	73
新编中学数学解题方法全书(初中版)上卷	2008-01	28.00	29
新编中学数学解题方法全书(初中版)中卷	2010-07	38.00	75
新编中学数学解题方法全书(高考复习卷)	2010-01	48.00	67
新编中学数学解题方法全书(高考真题卷)	2010-01	38.00	62
新编中学数学解题方法全书(高考精华卷)	2011-03	68.00	118
新编平面解析几何解题方法全书(专题讲座卷)	2010-01	18.00	61
新编中学数学解题方法全书(自主招生卷)	2013-08	88.00	261
数学眼光透视	2008-01	38.00	24
数学思想领悟	2008-01	38.00	25
数学应用展现	2008-01	38.00	26
数学建模导引	2008-01	28.00	23
数学方法溯源	2008-01	38.00	27
数学史话览胜	2008-01	28.00	28
数学思维技术	2013-09	38.00	260
从毕达哥拉斯到怀尔斯	2007-10	48.00	9
从迪利克雷到维斯卡尔迪	2008-01	48.00	21
从哥德巴赫到陈景润	2008-05	98.00	35
从庞加莱到佩雷尔曼	2011-08	138.00	136
数学解题中的物理方法	2011-06	28.00	114
数学解题的特殊方法	2011-06	48.00	115
中学数学计算技巧	2012-01	48.00	116
中学数学证明方法	2012-01	58.00	117
数学趣题巧解	2012-03	28.00	128
三角形中的角格点问题	2013-01	88.00	207
含参数的方程和不等式	2012-09	28.00	213



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

已出版(即将出版)图书目录



书 名	出版时间	定 价	编 号
数学奥林匹克与数学文化(第一辑)	2006-05	48.00	4
数学奥林匹克与数学文化(第二辑)(竞赛卷)	2008-01	48.00	19
数学奥林匹克与数学文化(第二辑)(文化卷)	2008-07	58.00	36
数学奥林匹克与数学文化(第三辑)(竞赛卷)	2010-01	48.00	59
数学奥林匹克与数学文化(第四辑)(竞赛卷)	2011-08	58.00	87
数学奥林匹克与数学文化(第五辑)(竞赛卷)	2014-09		370
发展空间想象力	2010-01	38.00	57
走向国际数学奥林匹克的平面几何试题诠释(上、下)(第1版)	2007-01	68.00	11,12
走向国际数学奥林匹克的平面几何试题诠释(上、下)(第2版)	2010-02	98.00	63,64
平面几何证明方法全书	2007-08	35.00	1
平面几何证明方法全书习题解答(第1版)	2005-10	18.00	2
平面几何证明方法全书习题解答(第2版)	2006-12	18.00	10
平面几何天天练上卷·基础篇(直线型)	2013-01	58.00	208
平面几何天天练中卷·基础篇(涉及圆)	2013-01	28.00	234
平面几何天天练下卷·提高篇	2013-01	58.00	237
平面几何专题研究	2013-07	98.00	258
最新世界各国数学奥林匹克中的平面几何试题	2007-09	38.00	14
数学竞赛平面几何典型题及新颖解	2010-07	48.00	74
初等数学复习及研究(平面几何)	2008-09	58.00	38
初等数学复习及研究(立体几何)	2010-06	38.00	71
初等数学复习及研究(平面几何)习题解答	2009-01	48.00	42
世界著名平面几何经典著作钩沉——几何作图专题卷(上)	2009-06	48.00	49
世界著名平面几何经典著作钩沉——几何作图专题卷(下)	2011-01	88.00	80
世界著名平面几何经典著作钩沉(民国平面几何老课本)	2011-03	38.00	113
世界著名解析几何经典著作钩沉——平面解析几何卷	2014-01	38.00	273
世界著名数论经典著作钩沉(算术卷)	2012-01	28.00	125
世界著名数学经典著作钩沉——立体几何卷	2011-02	28.00	88
世界著名三角学经典著作钩沉(平面三角卷I)	2010-06	28.00	69
世界著名三角学经典著作钩沉(平面三角卷II)	2011-01	38.00	78
世界著名初等数论经典著作钩沉(理论和实用算术卷)	2011-07	38.00	126
几何学教程(平面几何卷)	2011-03	68.00	90
几何学教程(立体几何卷)	2011-07	68.00	130
几何变换与几何证题	2010-06	88.00	70
计算方法与几何证题	2011-06	28.00	129
立体几何技巧与方法	2014-04	88.00	293
几何瑰宝——平面几何500名题暨1000条定理(上、下)	2010-07	138.00	76,77
三角形的解法与应用	2012-07	18.00	183
近代的三角形几何学	2012-07	48.00	184
一般折线几何学	即将出版	58.00	203
三角形的五心	2009-06	28.00	51
三角形趣谈	2012-08	28.00	212
解三角形	2014-01	28.00	265
圆锥曲线习题集(上)	2013-06	68.00	255



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



书 名	出 版 时 间	定 价	编 号
俄罗斯平面几何问题集	2009-08	88.00	55
俄罗斯立体几何问题集	2014-03	58.00	283
俄罗斯几何大师——沙雷金论数学及其他	2014-01	48.00	271
来自俄罗斯的 5000 道几何习题及解答	2011-03	58.00	89
俄罗斯初等数学问题集	2012-05	38.00	177
俄罗斯函数问题集	2011-03	38.00	103
俄罗斯组合分析问题集	2011-01	48.00	79
俄罗斯初等数学万题选——三角卷	2012-11	38.00	222
俄罗斯初等数学万题选——代数卷	2013-08	68.00	225
俄罗斯初等数学万题选——几何卷	2014-01	68.00	226
463 个俄罗斯几何老问题	2012-01	28.00	152
近代欧氏几何学	2012-03	48.00	162
罗巴切夫斯基几何学及几何基础概要	2012-07	28.00	188

超越吉米多维奇——数列的极限	2009-11	48.00	58
Barban Davenport Halberstam 均值和	2009-01	40.00	33
初等数论难题集(第一卷)	2009-05	68.00	44
初等数论难题集(第二卷)(上、下)	2011-02	128.00	82,83
谈谈素数	2011-03	18.00	91
平方和	2011-03	18.00	92
数论概貌	2011-03	18.00	93
代数数论(第二版)	2013-08	58.00	94
代数多项式	2014-06	38.00	289
初等数论的知识与问题	2011-02	28.00	95
超越数论基础	2011-03	28.00	96
数论初等教程	2011-03	28.00	97
数论基础	2011-03	18.00	98
数论基础与维诺格拉多夫	2014-03	18.00	292
解析数论基础	2012-08	28.00	216
解析数论基础(第二版)	2014-01	48.00	287
数论入门	2011-03	38.00	99
数论开篇	2012-07	28.00	194
解析数论引论	2011-03	48.00	100
复变函数引论	2013-10	68.00	269
无穷分析引论(上)	2013-04	88.00	247
无穷分析引论(下)	2013-04	98.00	245



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

已出版(即将出版)图书目录



书 名	出版 时间	定 价	编 号
数学分析	2014-04	28.00	338
数学分析中的一个新方法及其应用	2013-01	38.00	231
数学分析例选:通过范例学技巧	2013-01	88.00	243
三角级数论(上册)(陈建功)	2013-01	38.00	232
三角级数论(下册)(陈建功)	2013-01	48.00	233
三角级数论(哈代)	2013-06	48.00	254
基础数论	2011-03	28.00	101
超越数	2011-03	18.00	109
三角和方法	2011-03	18.00	112
谈谈不定方程	2011-05	28.00	119
整数论	2011-05	38.00	120
随机过程(I)	2014-01	78.00	224
随机过程(II)	2014-01	68.00	235
整数的性质	2012-11	38.00	192
初等数论 100 例	2011-05	18.00	122
初等数论经典例题	2012-07	18.00	204
最新世界各国数学奥林匹克中的初等数论试题(上、下)	2012-01	138.00	144,145
算术探索	2011-12	158.00	148
初等数论(I)	2012-01	18.00	156
初等数论(II)	2012-01	18.00	157
初等数论(III)	2012-01	28.00	158
组合数学	2012-04	28.00	178
组合数学浅谈	2012-03	28.00	159
同余理论	2012-05	38.00	163
丢番图方程引论	2012-03	48.00	172
平面几何与数论中未解决的新老问题	2013-01	68.00	229
线性代数大题典	2014-07	88.00	351
法雷级数	2014-08	18.00	367
历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第一卷)1950-1954	2014-07	18.00	277
历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第二卷)1955-1959	2014-04	18.00	278
历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第三卷)1960-1964	2014-06	18.00	279
历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第四卷)1965-1969	2014-04	28.00	280
历届美国中学生数学竞赛试题及解答(第五卷)1970-1972	2014-06	18.00	281



哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室



已出版(即将出版)图书目录

书 名	出版时间	定 价	编 号
历届 IMO 试题集(1959—2005)	2006-05	58.00	5
历届 CMO 试题集	2008-09	28.00	40
历届加拿大数学奥林匹克试题集	2012-08	38.00	215
历届美国数学奥林匹克试题集:多解推广加强	2012-08	38.00	209
历届国际大学生数学竞赛试题集(1994—2010)	2012-01	28.00	143
全国大学生数学夏令营数学竞赛试题及解答	2007-03	28.00	15
全国大学生数学竞赛辅导教程	2012-07	28.00	189
全国大学生数学竞赛复习全书	2014-04	48.00	340
历届美国大学生数学竞赛试题集	2009-03	88.00	43
前苏联大学生数学奥林匹克竞赛题解(上编)	2012-04	28.00	169
前苏联大学生数学奥林匹克竞赛题解(下编)	2012-04	38.00	170
历届美国数学邀请赛试题集	2014-01	48.00	270
全国高中数学竞赛试题及解答.第1卷	2014-07	38.00	331
大学生数学竞赛讲义	2014-09	28.00	

整函数	2012-08	18.00	161
多项式和无理数	2008-01	68.00	22
模糊数据统计学	2008-03	48.00	31
模糊分析与特殊泛函空间	2013-01	68.00	241
受控理论与解析不等式	2012-05	78.00	165
解析不等式新论	2009-06	68.00	48
反问题的计算方法及应用	2011-11	28.00	147
建立不等式的方法	2011-03	98.00	104
数学奥林匹克不等式研究	2009-08	68.00	56
不等式研究(第二辑)	2012-02	68.00	153
初等数学研究(I)	2008-09	68.00	37
初等数学研究(II)(上、下)	2009-05	118.00	46,47
中国初等数学研究 2009卷(第1辑)	2009-05	20.00	45
中国初等数学研究 2010卷(第2辑)	2010-05	30.00	68
中国初等数学研究 2011卷(第3辑)	2011-07	60.00	127
中国初等数学研究 2012卷(第4辑)	2012-07	48.00	190
中国初等数学研究 2014卷(第5辑)	2014-02	48.00	288
数阵及其应用	2012-02	28.00	164
绝对值方程一折边与组合图形的解析研究	2012-07	48.00	186
不等式的秘密(第一卷)	2012-02	28.00	154
不等式的秘密(第一卷)(第2版)	2014-02	38.00	286
不等式的秘密(第二卷)	2014-01	38.00	268