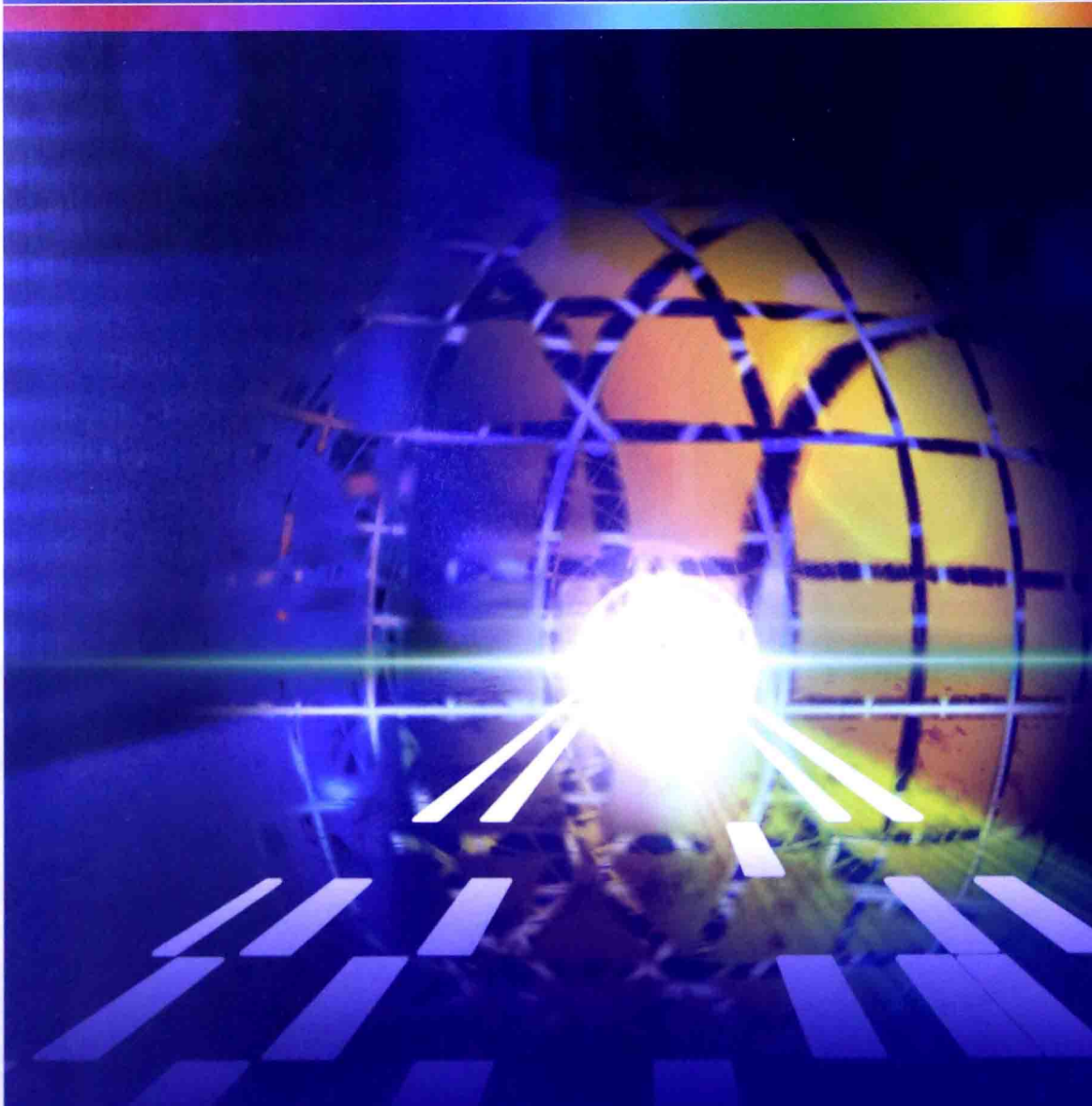


Shuxue Shiyan Jiaocheng

数学实验教程

主编 谭立云

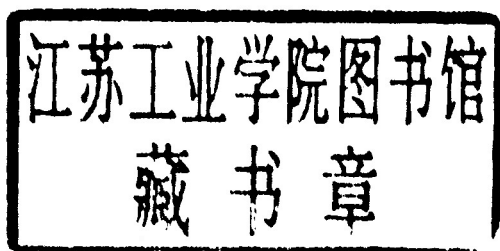


CUMTP 中国矿业大学出版社
China University of Mining and Technology Press

数学实验教程

主 编 谭立云

副主编 闫守峰 丁智彬 王文祥



中国矿业大学出版社

内容提要

《高等数学》教学改革的一个必然趋势是将数学软件引入日常数学教学中来。本书主要面向刚学完《高等数学》课程的大学低年级学生,为提高他们学习数学的兴趣和培养他们的创新能力而编。主要内容包括:Mathematica 数学软件基础、基本符号运算、Mathematica 的作图功能、数值计算、程序设计、综合性实验举例、综合性实验等。每章后面都附有学生上机实验题,教师可根据具体情况进行取舍和修改。

本书文字简洁、实用性强、突出基本知识和实际运用。可作为大学本、专科的数学软件初学者的教材或参考书,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学实验教程/谭立云主编. —徐州:中国矿业大学出版社,

2007.8

ISBN 978-7-81107-683-7

I. 数… II. 谭… III. 高等数学—实验—高等学校—教材 IV. 013-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 127625 号

书 名 数学实验教程

主 编 谭立云

责任编辑 孙树朴

责任校对 宋会娜

出版发行 中国矿业大学出版社

(江苏省徐州市中国矿业大学内 邮编:221008)

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cump.com

印 刷 北京兆成印刷有限责任公司

经 销 新华书店

开 本 787×960 1/16

印 张 7

字 数 120 千字

版次印次 2007 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

印 数 1~1100 册

定 价 26.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

前 言

在传统的思想观念中,学数学就是一支笔加一张纸,只需动脑,不必动手做实验。实际上,与其他自然科学一样,数学也需要观察和实验,进而形成、发展及检验理论。数学实验与其他学科实验不同的是,它所面对的不是物质材料,而是与图形、数据一样是一类非物质材料,即“思想材料”。

作为数学教学改革的内容,数学实验课是数学教学课程设置中的惟一一门课题。该课程的目的是使学生掌握数学实验的基本思想和方法,即不仅把数学看成先验的逻辑体系,而且把它也视为一门“试验科学”,从问题出发,借助计算机,利用现成的数学软件,通过学生亲自设计和动手,体验解决问题的过程,从实验中去学习、探索和发现数学规律,从而达到解决实际问题的目的。

目前,国内几乎所有的大学都开设了数学实验这门课程,我校从2004年开始每学期都开设此课,通过全新的模式,大大激发了学生学习数学、探索数学规律、应用数学去解决实际问题的积极性,学生普遍反响热烈,选课人数也日益增多。

开设数学实验课的目的一是加强“用数学”的教育,培养学生应用所学的数学知识解决实际问题的意识和能力。因此,课堂上学生应该尽量从提出问题开始,建立描述问题的数学模型,应用所学的数学知识去解决问题。另一目的是将数学教学与现代教育技术结合起来,充分利用计算机技术、网络技术以及成功的数学软件,培养学生进行数值计算和数据处理的能力。这正是新的数字时代对高素质人才所提出的要求。

正因为数学实验把数学知识、数学建模与计算机应用三者结合起来融为一体,既改变了过去数学教育注重知识传授而忽视应用的不足,又加进了现代内容。也正因为加进了现代内容,对数学教学的传

统方式也提出了挑战。科学计算和演绎推理同样成为数学发展的重要手段。用归纳和实验手段进行数学教育开辟了数学教学改革的新思路。

数学实验还是一门新的课程,它的教学理念是以学生为主体,通过在计算机上做大量的实验,发现问题中存在的数学规律,提出猜想,进行证明和论证。讲授该课程的老师在教学过程中应处于指导地位。要充分调动学生的学习积极性,发挥学生的主观能动性,才能达到本课程教学的目的。

本书是在开设数学实验课程的基础上整理而成的,主要适应对象是大学一年级学生,因为大学一年级学生普遍反映大学数学难学,抽象难懂,枯燥无味,因此从另一个角度来学数学,来理解数学,是激励他们学好数学的一条好途径,这也是我们编写本书的最终目的。全书共分7章,具体分工为:第1章由王文祥编写;第2章至第5章由谭立云编写;第6章由丁智彬编写;第7章由闫守峰编写。全书由谭立云统稿并定稿。

在本书的编写过程中,得到华北科技学院教务处刘开南老师的热心指导和帮助,还得到了首都医科大学李林老师的第一手材料,在此深表感谢。另外,作者还参考了一些著作,并列于书后的参考文献中,在此对其著作者表示诚挚的谢意!

由于编写时间仓促及水平有限,书中难免有疏漏之处,恳请广大读者批评指正。

编 者

2007年7月

目 录

第 1 章 Mathematica 数学软件基础	(1)
1.1 Mathematica 简介	(1)
1.1.1 Mathematica 的主要功能	(1)
1.1.2 系统的启动与退出	(3)
1.1.3 查询与帮助	(6)
1.2 数、变量、函数和算式	(6)
1.2.1 数的表示和计算	(6)
1.2.2 数学常数	(7)
1.2.3 变量	(8)
1.2.4 常用数学函数	(8)
1.2.5 自定义函数	(10)
1.2.6 算式	(11)
1.3 表与表的生成	(12)
1.3.1 表的概念及其简单运算	(12)
1.3.2 两个生成表的函数	(12)
1.3.3 表的结构及有关操作	(13)
1.3.4 从表中取出部分元素	(14)
1.3.5 表的重组	(14)
1.3.6 子表的简单运算	(15)
上机操作实验	(16)
第 2 章 基本符号运算	(17)
2.1 高等数学符号运算	(17)
2.1.1 求极限、导数、微分	(17)
2.1.2 求积分	(19)
2.1.3 级数求和	(21)
2.1.4 函数的泰勒展开	(22)
2.1.5 求函数的极值	(22)

2.2 线性代数符号运算	(25)
2.2.1 矩阵的输入	(25)
2.2.2 矩阵的运算	(25)
2.2.3 求行列式值	(25)
2.2.4 求逆矩阵	(26)
2.2.5 求特征值与特征向量	(26)
2.2.6 解线性方程组	(27)
2.2.7 向量的正交化	(27)
2.3 初等代数符号运算	(29)
2.3.1 变量替换	(29)
2.3.2 展开与分解因式	(29)
2.3.3 通分与求得部分分式	(30)
2.3.4 约分与化简	(30)
2.3.5 按照某一变量整理多项式	(30)
2.3.6 求得分式的分子与分母	(30)
2.4 解方程(组)	(30)
2.4.1 求解代数方程(组)的精确解	(30)
2.4.2 求方程组的近似解	(31)
2.4.3 解常微分方程(组)	(32)
上机操作实验	(33)
第3章 Mathematica 的作图功能	(35)
3.1 二维图形	(35)
3.1.1 作图函数	(35)
3.1.2 作图函数中的可选项	(35)
3.2 二维参数作图	(39)
3.3 三维作图	(41)
3.3.1 作三维图形的方法	(41)
3.3.2 三维作图函数中的可选项	(42)
3.4 由参数方程确定的三维图形	(44)
3.5 使用外部函数绘制三维图形	(46)
3.6 等值线图(等量线图)与隐函数作图	(49)
3.7 密度图	(50)
上机操作实验	(51)
第4章 数值计算	(54)

4.1 数据拟合	(54)
4.1.1 问题	(54)
4.1.2 分析	(54)
4.1.3 散点图	(54)
4.1.4 曲线拟合	(55)
4.1.5 拟合函数 Fit[]	(55)
4.1.6 如何实现最优拟合	(57)
4.2 插值	(60)
4.2.1 插值多项式	(60)
4.2.2 插值函数	(60)
4.3 数值积分与方程近似求解	(61)
4.3.1 数值积分	(61)
4.3.2 方程的近似求解	(62)
4.3.3 常微分方程(组)的近似解	(63)
上机操作实验	(64)
第5章 程序设计	(66)
5.1 引言	(66)
5.2 条件控制语句	(66)
5.2.1 If 语句	(66)
5.2.2 Which 语句	(67)
5.2.3 Switch 语句	(70)
5.3 循环控制语句	(71)
5.3.1 Do 语句	(71)
5.3.2 For 语句	(73)
5.3.3 While 语句	(74)
5.4 程序设计举例	(75)
5.4.1 方程求根的迭代法	(75)
5.4.2 数值积分	(76)
5.4.3 数值微分	(78)
上机操作实验	(79)
第6章 综合性实验举例	(81)
6.1 圆周上的围棋子	(81)
6.1.1 问题	(81)
6.1.2 分析	(81)

6.1.3	预备知识	(82)
6.1.4	问题求解	(82)
6.2	俄罗斯农夫的乘法	(85)
6.3	运动员问题	(88)
第7章 综合性实验		(90)
7.1	割圆术、生长模型	(90)
7.1.1	问题提出	(90)
7.1.2	实验目的	(90)
7.1.3	预备知识	(90)
7.1.4	实验内容与要求	(91)
7.1.5	操作提示	(92)
7.1.6	实验习题	(93)
7.2	陈酒出售的最佳时机问题	(93)
7.2.1	问题	(93)
7.2.2	实验目的	(93)
7.2.3	预备知识	(93)
7.2.4	实验内容与要求	(94)
7.2.5	操作提示	(94)
7.2.6	实验习题	(95)
7.3	湖泊污染问题	(95)
7.3.1	问题	(95)
7.3.2	实验目的	(95)
7.3.3	预备知识	(95)
7.3.4	实验内容与过程	(96)
7.3.5	操作提示	(97)
7.3.6	实验习题	(97)
7.4	无穷级数	(98)
7.4.1	问题	(98)
7.4.2	实验目的	(98)
7.4.3	预备知识	(99)
7.4.4	实验内容与要求	(99)
7.4.5	操作提示	(101)
7.4.6	实验习题	(102)
主要参考文献		(104)

第1章 Mathematica 数学软件基础

1.1 Mathematica 简介

1.1.1 Mathematica 的主要功能

Mathematica 系统是美国 Wolfram 公司研究开发的一个功能强大的著名数学软件,经过不断改进现已推出 5.0 版本。

1. 符号运算

Mathematica 以符号运算为主,能像人一样进行带字母的运算,得到的是准确的结果。符号运算功能可以分为以下四大类:

(1) 初等数学。可以进行各种数和初等函数式的计算与化简。

(2) 微积分。可以轻松地求极限、导数(包括高阶导和偏导)、不定积分和定积分(包括重积分)、幂级数展开、无穷级数求和及积分变换。

(3) 线性代数。可计算行列式的值,矩阵的各种运算(加法、乘法、求逆),解线性方程组,求特征值和特征向量,正交化及矩阵分解等。

(4) 解方程组。能解各类方程组(包括微分方程)。

图 1.1 展示了符号运算部分功能。

2. 数值计算

Mathematica 的数值计算能力也是非常强的,与通常的数值计算程序不同,它允许用户指定任意精度。如能求出 π 的 300 位近似值,也可以求出 2^{1000} 的准确值,令人惊叹。Mathematica 具有众多的数值计算内部函数,能满足线性代数、插值与拟合、数值积分、微分方程的数值解、极值、线性规划及概率统计等方面的常用计算需求。

图 1.2 给出了一些数值计算实例。

3. 绘图

Mathematica 的绘图功能很强,能绘制二维和三维彩色图形,自动化程度很高,绘制非常方便简单。

图 1.3 所示为绘图功能的演示。

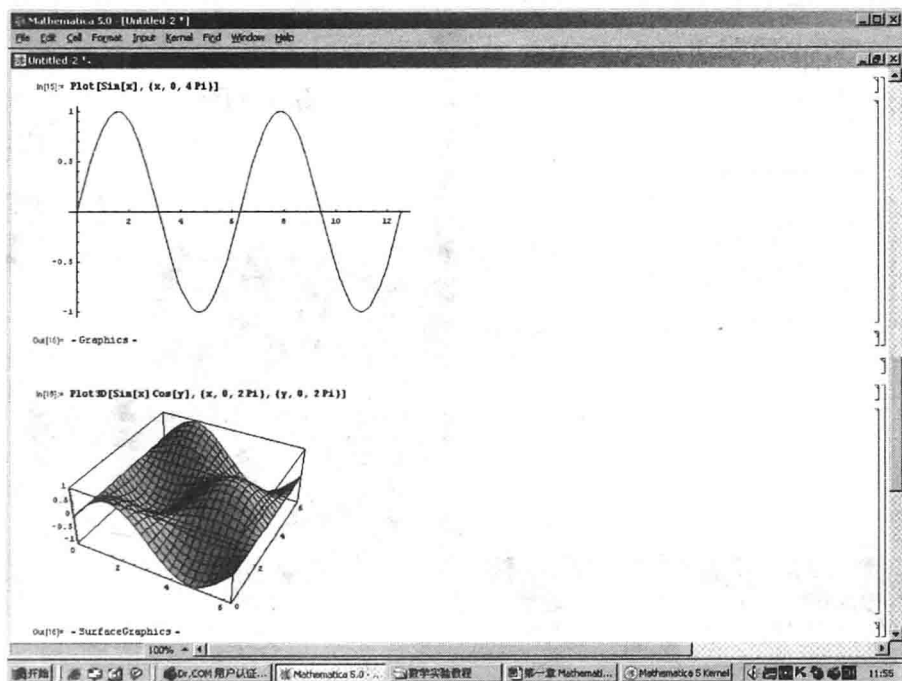


图 1.3 绘图功能演示

4. 编程

在 Mathematica 中用户可以编制各种自己的程序,开发新的功能,其编程方法类似于 C 语言,使用非常方便。

图 1.4 为一个编程的实例。

符号演算、数值计算和函数绘图,这三种功能融合在一个系统里,使用起来非常方便和灵活。Mathematica 系统可以看作是一个非常高级的计算器,它接受键盘输入的表达式(命令),完成后将计算结果显示在屏幕上。

1.1.2 系统的启动与退出

进入 Windows,由[开始]进入[程序],找到 Mathematica 的执行文件,双击鼠标,稍等片刻,出现 Mathematica 的运行界面,如图 1.5 所示。

可以看到,运行界面主要包括一个执行各种功能的工作条和一个工作区窗口。这两部分是分开的,其工作区窗口可以随时关闭,只留下工作条。如果需要,可以随时打开多个工作区窗口,也可以用鼠标拖动任意改变窗口的大小,这些窗口是相互独立的,可以在这些窗口之间相互切换,进行不同的运算和操作,使用起来非常方便。如果选中了一个工作区,就可通过键盘输入命令,也可打开

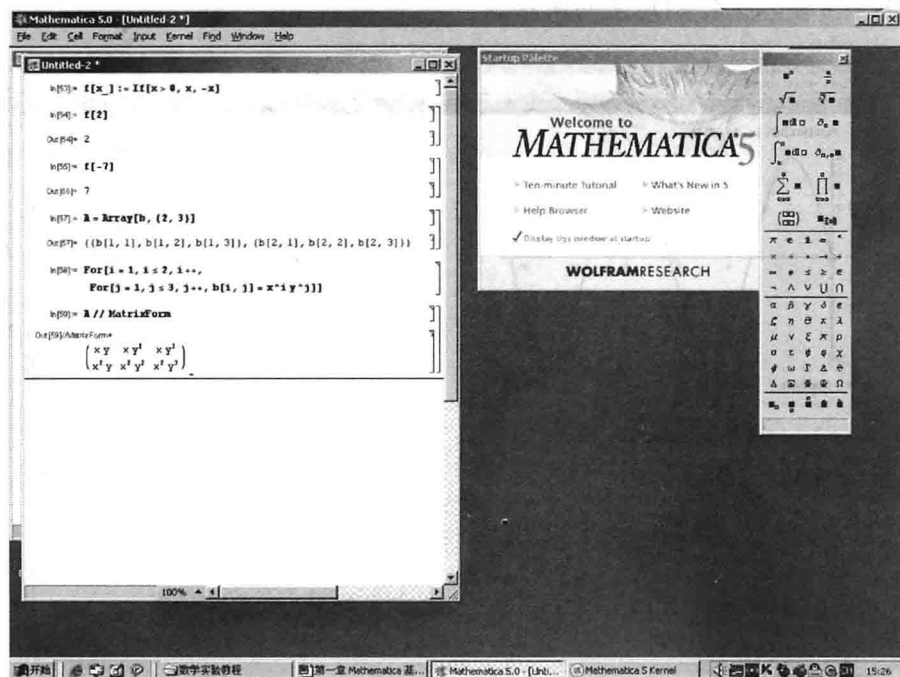


图 1.4 编程演示

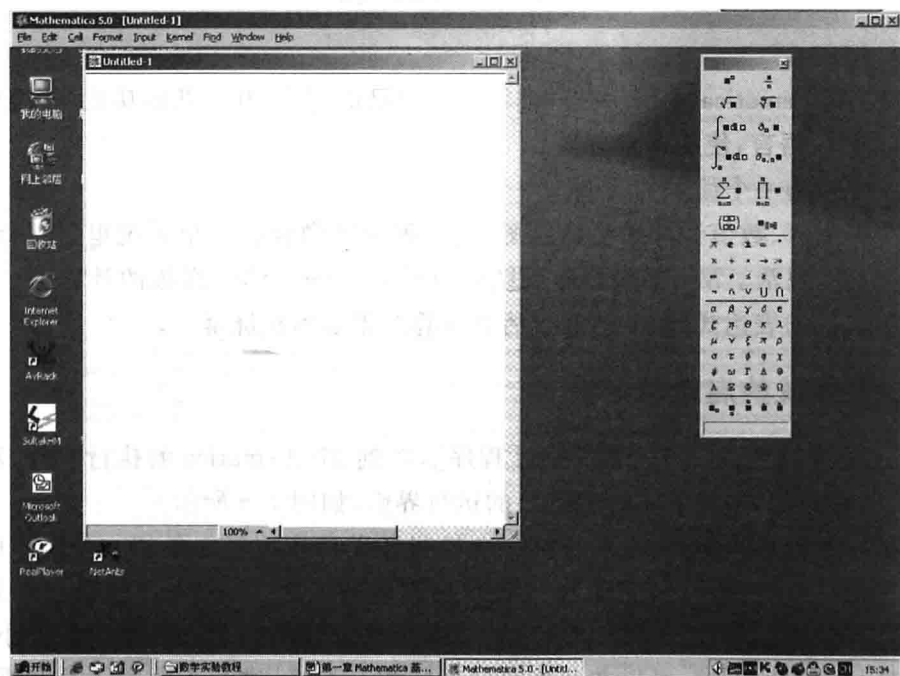


图 1.5 Mathematica 的运行界面

[file]中的[Palettes],能看到九类函数的菜单(注意 Mathematica 系统中的函数概念较广),包括各种代数式的运算,如展开多项式、分解因式、通分、约分等;微积分的运算,如求极限、求导、求积分等;作图函数,如二维作图、三维作图、参数作图等;以及各种数学符号等。用户可以直接在此菜单中寻找所需的命令,然后直接点击即可,如图 1.6 所示。

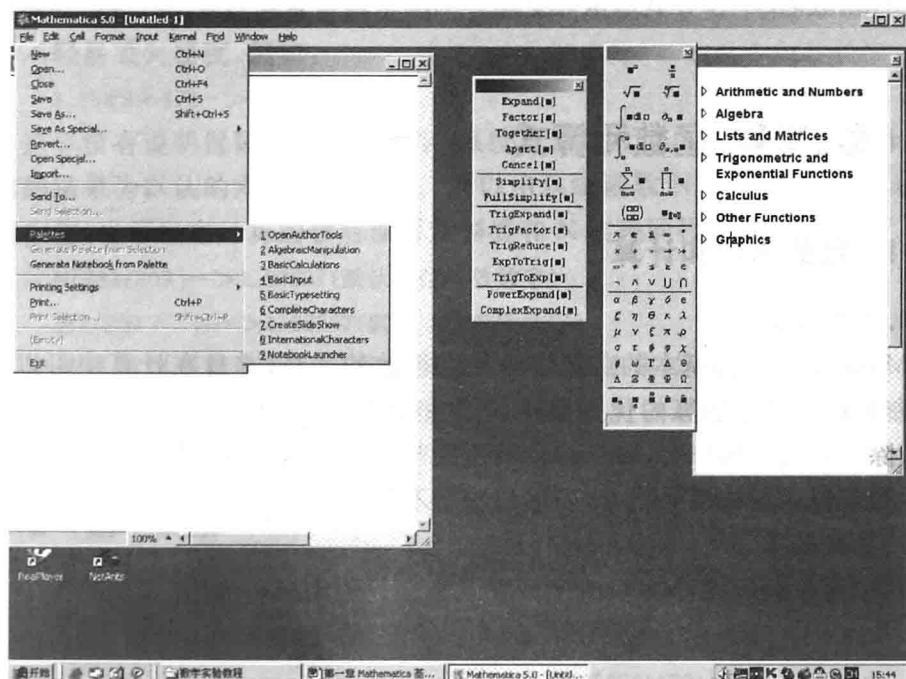


图 1.6 Palettes 子菜单

可一次输入一个命令,也可一次输入多个命令。如果一行命令太长,可用回车符将命令分行。但要注意:回车符相当于一个空格的作用,应避免在禁止使用空格的地方分行,命令输入完毕,要想运行,可按键盘上的[Enter]+[Shift]键。运行完毕,想要退出,可由主对话框中[file]中的[Exit]退出,也可单击右上角的[×]关闭,操作非常简单、快捷。需要说明的是,当第一次输入的命令运行完毕后,系统会自动给第一次输入的命令加上标号 In[1];给其输出的结果则标上 Out[1],表示第一次输入的命令及输出的结果。如果想要再输入一个与第一个命令大同小异的命令,可直接将光标停在第一次输入的命令上,进行修改,然后运行,这时修改后的命令行会自动标出 In[2],其输出结果则标出 Out[2],也可利用工具条的[Edit]中的 Copy、Paste 等编辑功能。

1.1.3 查询与帮助

- | | |
|--------|-------------------|
| ? 变量名 | 显示一个变量的信息。 |
| ? ab * | 显示以字母 ab 打头的全部变量。 |
| ? 函数名 | 显示函数的帮助信息。 |
| ?? 函数名 | 显示函数更加详细的帮助信息。 |

1.2 数、变量、函数和算式

1.2.1 数的表示和计算

1. 基本计算

Mathematica 最基本的功能之一是进行数的计算,并且在计算中可以保持和控制精度。算术运算的优先顺序符合一般数学中的习惯,先乘方($\wedge$),再乘($*$)、除($/$),最后加($+$)、减($-$)。可用括号改变运算顺序,负号用减号($-$)表示,乘号可以用空格符号代替,一般情况下不可省略。

2. 整数运算

对于整数的运算,Mathematica 系统将永远给出精确的结果。

$$(87-235)*24-28->-3580$$

$$2^64-1->18446744073709551615$$

上式中的符号“ $->$ ”,表示运算结果为符号“ $->$ ”后面的数,以后本书都采用这个符号,表示运算结果。

3. 精确数

Mathematica 支持数的精确表示,系统自动对有理数进行可能的简化,并设法用分数的形式将有理数表示成两个整数的商,例如:

$$.562/213->\frac{562}{213}$$

$$14/14^5->\frac{1}{38416}$$

$$15^*(1/2)->\sqrt{15}$$

4. % 的用法

符号“%”表示前面紧挨的一次计算结果,如果计算上一表达式的输出结果的四次方根,可以写成:

$$.\%(1/4)$$

两个百分号“%%”表示倒数第二次的计算结果。符号“%”后面紧跟一个整数表示以这个整数为序号的那一次计算的结果。如果表示第四次的计算结果(即 out[4]的那一行)的四次方根,可以写成:

`%4^(1/4)`

5. 精度

Mathematica 可以表示精度很高的实数(用多位有效数字表示),并且在计算中不轻易丢失精度,例如:

`3.258*3+372->406.582`

这里没有说明保留几位有效数字,系统默认是六位。如果算式中有小数,则输出的结果为默认的六位有效数字。可以用系统函数 `N[ ]` 求出括号中表示数的近似值;也可以在计算的数后加写双斜线和 `N` 实现同样的功能,例如:

`N[381/209]->1.82297`(默认 6 位有效数字)

`381/209 // N->1.82297`(默认 6 位有效数字)

如果要得到更精度数可以把光标放在输出的结果处然后回车,就会出现比原来多出 11 位的有效数字;如果精度依然不够,还可以运用函数 `N[exper,n]` 计算表达式 `exper`,得到具有 `n`(大于 17)位的有效数字。

1.2.2 数学常数

Mathematica 系统中,用第一个字母大写的英文字母串表示常用的数学常数,如表 1.1 所列,这些常数可以直接参加数学计算。

表 1.1 常用数学常数

符 号	含 义
Pi	圆周率 π ,可以直接参加运算
E	自然对数的底 e ,可以直接参加运算
Degree	角度 1 度, $\pi/180$,如 15° 可以写为 15 Degree
I	虚数单位,如复数 $3-5i$ 可以写为 $3-5 I$
Infinity	无穷大 ∞ ,正无穷大可表示为 +Infinity

要计算 $10\pi+15e$ 可以键入:

`10Pi+15E->10Pi+15E`

要计算其近似值,可以键入:

`N[10Pi+15E]->72.1902`

表示正弦函数在 45° 处的近似值,可以键入:

`Sin[45 * Degree]/N->0.707107`

1.2.3 变量

1. 变量命名

Mathematica 中的变量名必须是以字母开头的并由字母或数字组成的字符串,但不能含空格或标点符号,区分大、小写字母。

2. 变量的赋值

使用等号给变量赋值,具体格式如下:

$x = \text{value}$ 给 x 赋值

$x = y = \text{value}$ 给 x, y 赋相同的值

$\{x, y, \dots\} = \{\text{value1}, \text{value2}, \dots\}$ 给 $x, y, \dots$ 赋值

3. 清除变量

$x = .$ 清除 x 的值但保留变量 x

$\text{Clear}[x]$ 清除 x 的值但保留变量 x

$\text{Remove}[x]$ 将变量 x 清除

1.2.4 常用数学函数

1. 函数名称与计算

Mathematica 系统定义了常用数学函数,它们可以参加所有的数学计算和 Mathematica 运算,其中大部分与数学上的习惯相同,但有几个函数有差别。数学中常用函数的表示如表 1.2 所列。

表 1.2 数学中常用函数的表示

常用函数	含 义
$\text{Sqrt}[x]$ 或 $x^{(1/2)}$	x 的平方根 $\sqrt{x}$
x^u	x 的幂函数 x^u
$\text{Exp}[x]$ 或 E^x	以 e 为底 x 的指数函数 e^x
b^x	以 b 为底 x 的指数函数 b^x
$\text{Log}[x]$	以 e 为底 x 的自然对数函数 $\ln x$
$\text{Log}[b, x]$	以 b 为底 x 的对数函数 $\log_b x$
$\text{Sin}[x]$	x 的正弦函数 $\sin x$
$\text{Cos}[x]$	x 的余弦函数 $\cos x$
$\text{Tan}[x]$	x 的正切函数 $\tan x$
$\text{Cot}[x]$	x 的余切函数 $\cot x$
$\text{Sec}[x]$	x 的正割函数 $\sec x$