



LILUN LIXUE

JIBEN XUNLIAN

理论力学 基本训练

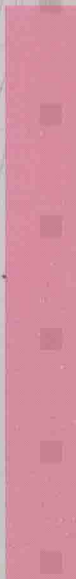
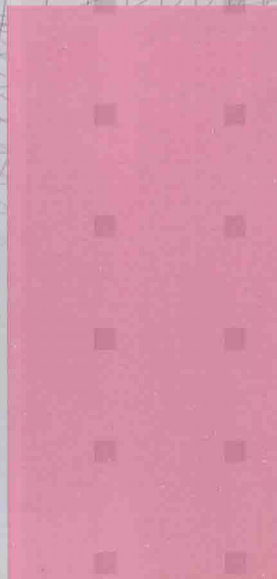


唐晓雯 石 萍 主编



科学出版社

www.sciencep.com



理论力学基本训练

唐晓雯 石 萍 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书以教育部公布的《高等工业学校理论力学教学基本要求》中规定的内容为主,包括理论力学课程中的静力学、运动学和动力学,共分为十三章。每章均分为“基本内容及基本要求”、“典型例题与解题方法”和“课外训练习题”三部分。本书的例题与习题主要选自近期国内外较优秀的教材、习题集和部分院校的考试试题,习题难度以中等和中等偏上水平为主,各章习题均附有答案。

本书主要是为普通高等工科院校的本、专科学生做课外练习或准备考研复习而编写的,也可作为夜大、电大、高职等学生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学基本训练/唐晓雯,石萍主编:—北京:科学出版社,2004
ISBN 7-03-012506-1

I. 理… II. ①唐…②石… III. 理论力学—习题 IV. 031-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 113536 号

责任编辑:刘剑波 / 责任校对:宋玲玲

责任印制:刘士平 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004 年 1 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2004 年 1 月第一次印刷 印张:14 3/4

印数:1—3 500 字数:287 000

定价:20.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈明辉〉)

前 言

理论力学是土木、机械、交通、水利、航空等工科专业的一门十分重要的技术基础课。它不仅是专业课程的基础,同时还在实际工程中有着广泛的应用,因此,学好理论力学这门课程,对于工科院校的学生以及有关的工程技术人员来说是很重要的。理论力学的理论严谨,逻辑缜密,而且研究问题和解决问题的方法又灵活多变。为了帮助读者学好理论力学,透彻领会其基本概念和理论、掌握基本解题方法,我们特编写了这本课外辅导教材,其目的在于通过归纳、总结本课程的基本内容、基本理论和基本方法,同时精选典型例题加以分析并详解,加深读者对基本概念的理解,加强对基本理论和基本技能的掌握,提高分析问题与解决问题的综合能力。

本书以教育部公布的《高等工业学校理论力学教学基本要求》中规定的内容为主,包括理论力学课程中的静力学、运动学和动力学,共分为十三章。每章均分为“基本内容及基本要求”、“典型例题与解题方法”和“课外训练习题”三部分。“基本内容及基本要求”包括“内容提要”、“基本要求”、“重点难点”与“基本公式”四个方面,它对复习和总结所学内容、把握重点难点有一定的帮助。“典型例题与解题方法”则精选了各类有代表性的典型例题,并给出了思路分析、解题方法、步骤、过程及要点,并附有“讨论”——突出解题的重点、难点、技巧,不同解法的优缺点,分析容易出现的错误和错误的原因。通过这部分内容的学习,可以帮助读者对所学知识融会贯通,开阔思路,提高分析、解题与应用能力,从而达到举一反三之目的。“课外训练习题”部分精选了包括是非题、选择题、填空题、计算题和证明题在内的各类型的习题,既反映了教学基本要求的水平,又突出了概念性与综合性,有利于训练读者的是非判断、公式记忆、逻辑思维和计算能力。某些带“*”号的习题可供学有余力的读者参考。本书的例题与习题主要选自近期国内外较优秀的教材、习题集和部分院校的考试试题,习题难度以中等和中等偏上水平为主,各章习题均附有答案。

本书主要是为普通高等工科院校的本、专科学生做课外练习或准备考研复习而编写的,也可作为夜大、电大、高职等学生的参考书。

参加本书编写的有张英、石萍(第一章和第二章),郝莉(第三章),钱民刚(第四章),石萍(第五章),唐晓雯(第六章、第八章和第十二章),赵燕湘(第七章和第九章),刘燕(第十章、第十一章和第十三章)。唐晓雯和石萍担任主编,负责全书的统稿与修改,以及具体的组织、联系、协调工作。

由于我们的水平所限,书中难免有疏漏和不妥之处,敬望读者批评指正。

目 录

前 言

第一章 静力学的基本概念和物体受力分析	1
1.1 基本内容及基本要求	1
1.2 典型例题与解题方法	1
1.3 课外训练习题	6
第二章 平面汇交力系和平面力偶系	8
2.1 基本内容及基本要求	8
2.2 典型例题与解题方法	9
2.3 课外训练习题.....	12
第三章 平面任意力系	16
3.1 基本内容及基本要求.....	16
3.2 典型例题与解题方法.....	18
3.3 课外训练习题.....	29
第四章 空间力系	35
4.1 基本内容及基本要求.....	35
4.2 典型例题与解题方法.....	38
4.3 课外训练习题.....	45
第五章 摩擦	50
5.1 基本内容及基本要求.....	50
5.2 典型例题与解题方法.....	52
5.3 课外训练习题.....	60
第六章 点的运动学	65
6.1 基本内容及基本要求.....	65
6.2 典型例题与解题方法	67
6.3 课外训练习题	73
第七章 刚体的简单运动	79
7.1 基本内容及基本要求.....	79
7.2 典型例题与解题方法.....	81
7.3 课外训练习题.....	86
第八章 点的复合运动	91
8.1 基本内容及基本要求.....	91

8.2	典型例题与解题方法	93
8.3	课外训练习题	109
第九章	刚体的平面运动	117
9.1	基本内容及基本要求	117
9.2	典型例题与解题方法	118
9.3	课外训练习题	127
第十章	动力学普遍定理	133
10.1	基本内容及基本要求	133
10.2	典型例题与解题方法	137
10.3	课外训练习题	151
第十一章	达朗贝尔原理(动静法)	165
11.1	基本内容及基本要求	165
11.2	典型例题与解题方法	166
11.3	课外训练习题	174
第十二章	虚位移原理	181
12.1	基本内容及基本要求	181
12.2	典型例题与解题方法	184
12.3	课外训练习题	198
第十三章	动力学普遍方程及第二类拉格朗日方程	204
13.1	基本内容及基本要求	204
13.2	典型例题与解题方法	205
13.3	课外训练习题	212
	课外训练习题答案	216

第一章 静力学的基本概念和物体受力分析

1.1 基本内容及基本要求

1. 内容提要

本章介绍静力学的基本概念、静力学公理、约束和约束反力及物体的受力分析和受力图。

2. 基本要求

深入理解并掌握平衡、刚体、力和约束等基本概念和静力学公理；掌握各种约束的特征及其约束反力的画法；能熟练地对单个物体及物体系统进行受力分析，正确地画出受力图。

3. 重点难点

重点：平衡、刚体、力等基本概念和静力学公理；约束类型及约束力的确定；物体的受力分析和受力图。

难点：准确理解静力学公理，常见约束的特征和约束反力的正确画法。

1.2 典型例题与解题方法

1. 解题步骤与要点

(1) 画受力图的一般步骤

- 1) 明确研究对象，画出其分离体图。
- 2) 在分离体上画出所有的主动力（一般皆为已知力）。
- 3) 在每个约束处，根据约束的特征画出其约束反力。

(2) 初学者在画受力图时易犯的错误

- 1) 画约束反力时不考虑约束类型。
- 2) 多画、错画或漏画力。
- 3) 在作受力分析时不知如何选取研究对象。

(3) 注意事项

1) 若取若干个刚体组成的系统为研究对象时,其研究对象的内力不能在受力图中画出。

2) 物体系统的整体、部分及单个物体的受力图中,作用于物体上的力的符号、方向要彼此协调,注意作用力与反作用力的画法。

2. 典型例题分析

例 1-1 平面承重支架如图 1-1(a)所示,在 C 点上作用荷载 F ,若不计各杆件的重力,试分别画出杆 AC 和 BD 的受力图。

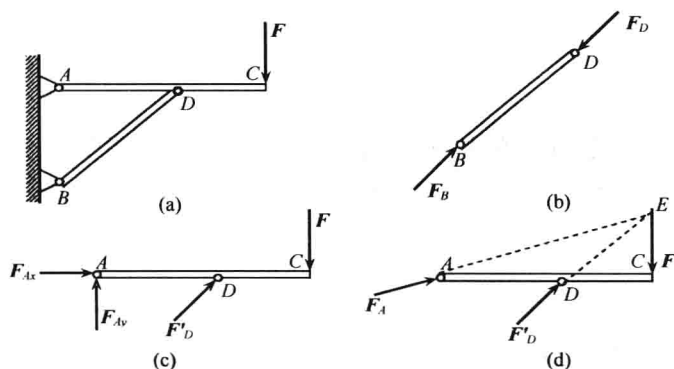


图 1-1

解: 该承重构架由 AC 、 BD 两杆组成, A 、 B 处为固定铰链支座, C 处为一圆柱铰链。主动力只有一个 F 。严格按约束的类型,解除约束代之以相应的约束反力。

1) 首先取杆 BD 。

在不计自重的情况下, BD 杆仅在 B 、 D 两处受力, BD 杆又处于平衡状态, 因此, BD 杆为二力构件(即二力杆), B 、 D 两端的受力一定沿着 B 、 D 的连线方向。受力分析结果如图 1-1(b)所示, 而且 B 点和 D 点的约束反力 F_D 和 F_B 满足以下关系: $F_D = -F_B$ 。

2) 再取杆 AC 。

方法一: 因为 AC 上点 D 的约束反力与 BD 上点 D 的约束反力是一对作用力与反作用力, 所以大小相等、方向相反, 且沿同一作用线。用 F'_D 表示 F_D 的反作用。杆 AC 上的 A 处约束是固定铰支座, 其约束反力用一对正交分量来表示。受力分析结果如图 1-1(c)所示。

方法二: 在不计重力的情况下, AC 杆仅在 A 、 D 、 C 三处受力, AC 杆又处于平衡状态, 而 D 、 C 处的作用力的方向已知, 其作用线交于一点 E 。由三力平衡汇交定理可知, A 处约束反力的作用线必过 E 点。受力分析结果如图 1-1(d)所示。

讨论: 1) 比较两种解法可知,在第二种解法中,绘制受力图是考虑了二力平衡条件(二力杆)和三力平衡定理,从而使受力图更为简洁、准确,也便于用几何法求解平衡问题。但是,若用解析法求解平衡问题,第二种受力分析的结果并不能带来方便。

2) 在不计自重的情况下,凡满足仅在两处受力且处于平衡状态的构件,不论其形状如何,都是二力杆。所以该题中的 BD 杆可以是曲杆或直角折杆。正确分析二力杆是解决物体系统平衡的关键。

例 1-2 平面支架如图 1-2(a)所示,若不计各杆件的重力,试绘制各杆的受力图。

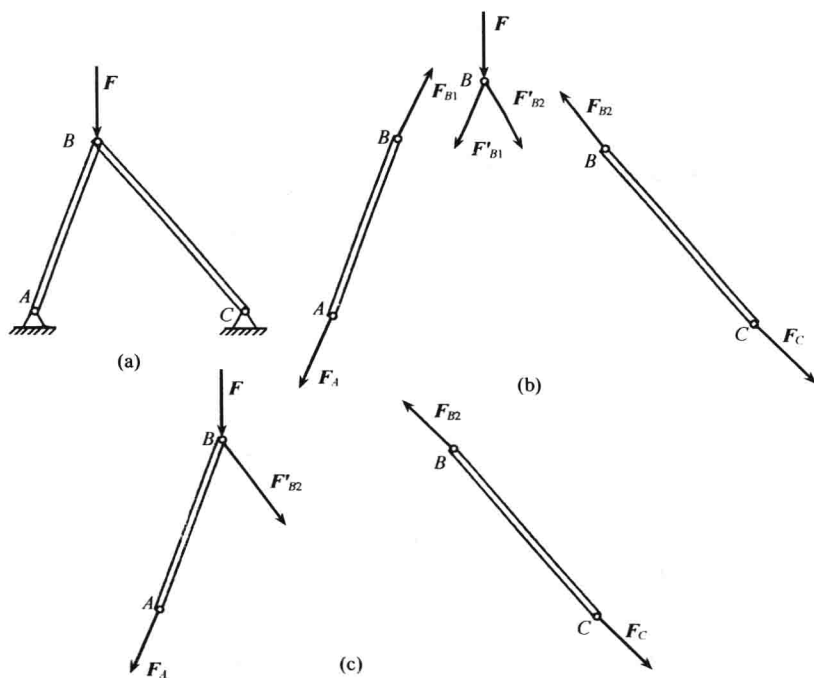


图 1-2

解: 当结构有中间铰时,受力图有两种画法:

1) 中间铰单独取出,可将结构分为三部分: AB 杆、 B 铰、 BC 杆,其中杆 AB 、 BC 都是二力杆,其受力分析结果如图 1-2(b)所示。

2) 可将中间铰 B 放在任意杆上,在这里,把中间铰 B 固连在杆 AB 上,结构分为杆 AB (带铰 B)、杆 BC 两部分,受力分析结果如图 1-2(c)所示。

讨论: 分析杆 AB (带铰 B),中间铰 B 固连在杆 AB 上,铰 B 与杆 AB 组成一子系统,铰 B 与杆 AB 的相互作用力 F_{B1} 、 F'_{B1} 成为系统内力,不用画出,在 B 点要画出的是主动力 F 和杆 BC 对铰 B 的作用力 F'_{B2} (即系统外力)。若中间铰 B 固连

在杆 BC 上,请读者自己分析其受力。

例 1-3 如图 1-3(a)所示,构架由三根直杆和一个滑轮铰接而成,跨过滑轮的绳索上挂一重量为 P 的物块。不计摩擦及各物体的重力,试绘制构架中各物体的受力图。

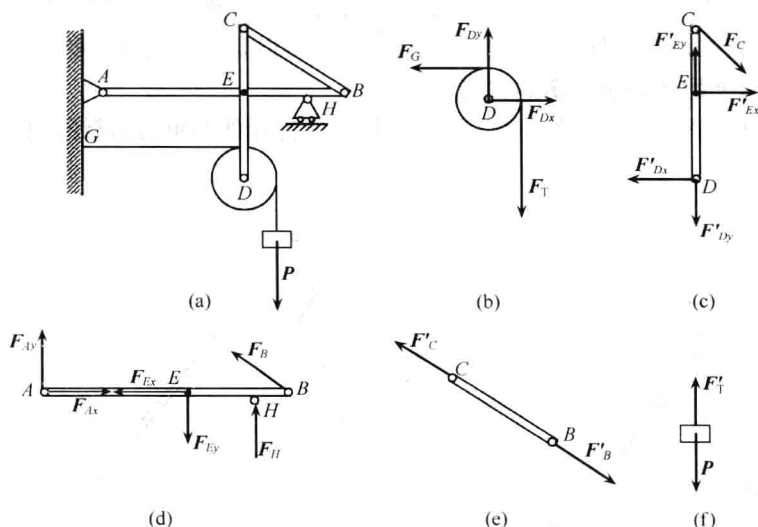


图 1-3

解: 本题有四种约束:固定铰支座 A 、中间铰 E 、可动铰支座 H 和绳索,绘制受力图时,要注意各局部受力图之间的作用力与反作用力的方向。局部受力图之间一定要相互照应。并且:

- ① BC 是二力杆[如图 1-3(e)所示];
- ② 绳子只能受拉力;
- ③ 滑轮和绳子一起分析。

分别取滑轮、杆 CD 、 AB 、 BC 和重物为研究对象,受力分析如图 1-3(b)、(c)、(d)、(e)、(f)所示。

例 1-4 图 1-4(a)所示组合结构由三个构件 AB 、 BC 、 CD 组成, A 为固定端约束, B 、 C 处为光滑铰链, D 端为一固定铰支座。不计各构件的重力和摩擦,试画出各物体及整体的受力图。

解: 思路——认清约束类型, A 为固定端约束, CD 为二力杆, B 、 C 处为光滑铰链, D 处为一固定铰支座。系统及各个物体的受力分析如图 1-4(b)、(c)、(d)、(e)所示。

讨论: A 处的受力比较特殊, A 处属于固定端约束,其约束特征是既限制物体的移动,又限制物体的转动,因此在约束反力中出现了约束反力偶 M_A 。其原因在学习了平面任意力系的简化后,读者自然会明白。这种约束很重要,在土木、机械工

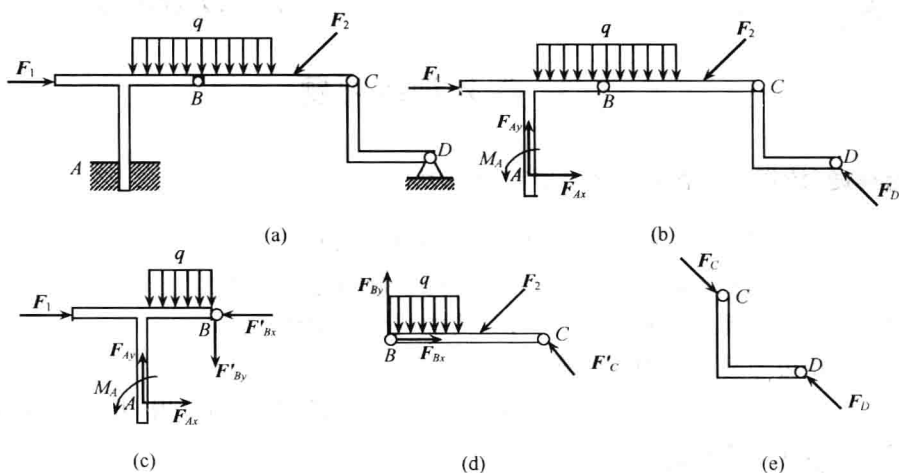


图 1-4

程中经常出现,初学者常犯的错误就是漏画固定端的约束反力偶。

例 1-5 一支架如图 1-5(a)所示,各构件的重力、接触面的摩擦不计,试绘制滑轮 B、杆 AB、杆 BC、销钉 B 及整个系统的受力图。(注意:滑轮 B、杆 AB、杆 BC 都不含销钉 B,销钉 B 单独取出分析)

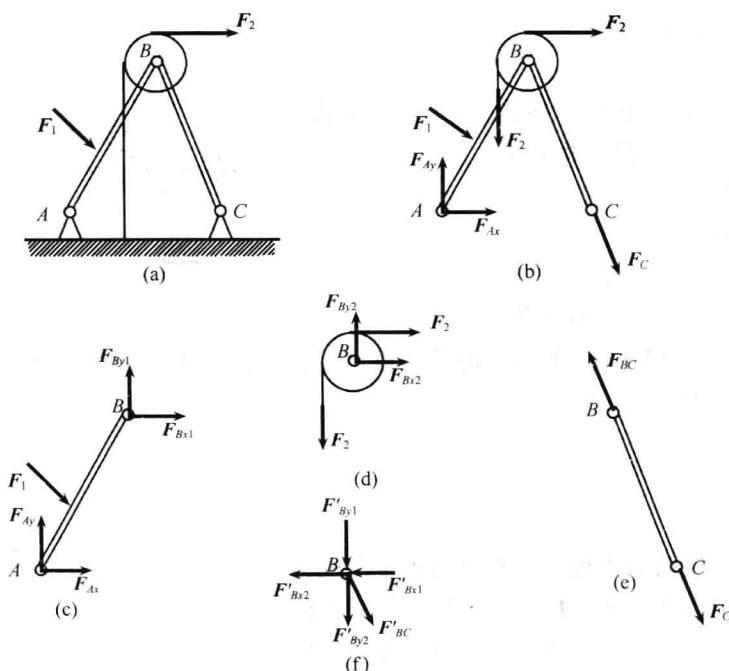


图 1-5

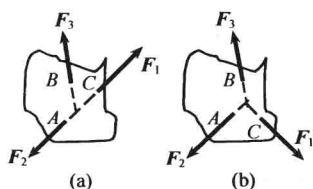
解:系统及各个物体的受力分析如图 1-5(b)、(c)、(d)、(e)、(f)所示。

1.3 课外训练习题

1. 选择题(请将正确答案的序号填在划线上)

1-1 在下述原理、法则、定理中,只适用刚体的有 A、C、D。

- A. 二力平衡原理 B. 力的平行四边形法则
C. 加减平衡力系原理 D. 力的可传性原理
E. 作用力与反作用力原理



题 1-2 图

1-2 如图所示,刚体受三力作用,并且三力均不为零,则 A。

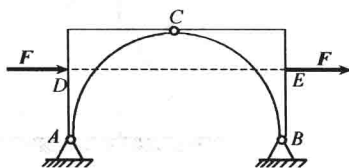
- A. 情况(a)刚体不可能平衡
B. 情况(b)刚体不可能平衡
C. 两种情况都不能平衡
D. 两种情况都可能平衡

1-3 作用于刚体上的平衡力系,如果作用在变形体上,则变形体 C。

- A. 平衡
B. 不平衡
C. 不一定平衡

1-4 力 F 沿其作用线由 D 点滑移到 E 点,则 A 、 B 、 C 三铰处的约束反力 B。

- A. 都不变
B. 都改变
C. 只有 C 铰反力不变
D. 只有 C 铰反力改变



题 1-4 图

1-5 作用于刚体上的力是滑动矢量,作用于物体上的力是定位矢量 A。

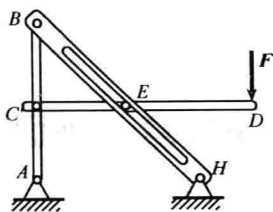
- A. 正确
B. 错误

2. 作图题

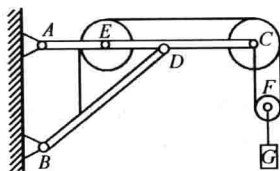
- 1-6 画出图示机构中各构件及系统的受力图。
1-7 画出图示平面构架中各杆件及系统的受力图。
1-8 画出图示平面构架中各杆件及系统的受力图。
1-9 画出图示平面构架中各物体及系统的受力图。



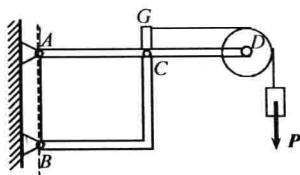
题 1-6 图



题 1-7 图



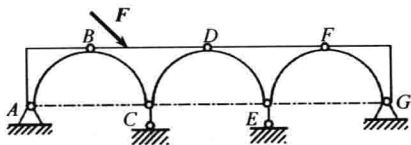
题 1-8 图



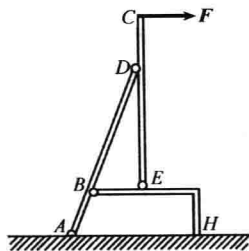
题 1-9 图

1-10 画出图示多跨拱中各物体及系统的受力图。

1-11 画出图示平面构架中各杆件及系统的受力图。



题 1-10 图



题 1-11 图

第二章 平面汇交力系和平面力偶系

2.1 基本内容及基本要求

1. 内容提要

本章介绍了平面汇交力系合成的两种方法:几何法与解析法;平面汇交力系的平衡条件(几何条件、解析条件)及其应用;力在坐标轴上的投影;力对点之矩的概念;合力矩定理;力偶及力偶矩的概念;平面力偶系的合成及平衡条件。

2. 基本要求

会用几何法和解析法求解力的合成与力的分解;熟练计算力在坐标轴上的投影;熟练利用平面汇交力系平衡的几何条件(力多边形自行封闭)和解析条件(平衡方程)求解平面汇交力系的平衡问题。

掌握力对点之矩的计算方法;掌握力偶的基本性质,会应用平面力偶系的平衡条件(平衡方程)求解其平衡问题。

3. 重点难点

重点: 计算力在坐标轴上的投影和力对点的矩,应用汇交力系平衡的几何条件、解析条件(平衡方程)求解平面汇交力系的平衡问题;力偶的基本性质和平面力偶系平衡条件的应用。

难点: 力偶的基本性质。

4. 基本公式

汇交力系的合成:

$$\begin{aligned}F_x &= \sum F_{xi} & F_y &= \sum F_{yi} \\F_R &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(\sum F_{xi})^2 + (\sum F_{yi})^2} \\ \cos(\mathbf{F}_R, \mathbf{i}) &= \frac{F_x}{F_R} = \frac{\sum F_{xi}}{F_R} & \cos(\mathbf{F}_R, \mathbf{j}) &= \frac{F_y}{F_R} = \frac{\sum F_{yi}}{F_R}\end{aligned}$$

汇交力系的平衡:

$$\sum F_{xi} = 0 \quad \sum F_{yi} = 0$$

力偶系的合成:

$$M = \sum M_i$$

力偶系的平衡:

$$\sum M_i = 0$$

2.2 典型例题与解题方法

1. 解题步骤与要点

(1) 平面汇交力系平衡问题解题的主要步骤

1) 选取研究对象。按题目要求,合理选取其中某一个或某几个物体为研究对象,画出其形状简图。所取的研究对象应包含已知的主动力和待求的未知力。

2) 分析受力。分析研究对象的受力情况,画出受力图。

3) 根据平衡条件(几何条件或解析条件)求解。

几何法: 画出封闭的力多边形,利用几何关系计算未知力的大小和方向;或按比例作图,从图中直接量出未知力。

解析法: 先恰当选取投影轴(即,使所选的投影轴与尽可能多的未知力相垂直,以减少投影方程中未知力的个数),然后列平衡方程(最好一个方程只含一个未知数)求解。

(2) 平面力偶系的平衡问题

通常在这类习题中,刚体或刚体系统只受主动力偶或主动力偶系作用,根据力偶只能与力偶相平衡的理论,可以断定约束反力必构成力偶,从而可确定其约束反力的方向。

2. 典型例题分析

例 2-1 已知如图 2-1 所示平面汇交力系, $F_1 = 200\text{N}$, $F_2 = 300\text{N}$, $F_3 = 100\text{N}$, $F_4 = 250\text{N}$, 求该平面汇交力系的合力。

解: 用解析法:

$$\begin{aligned} F_x &= \sum F_{xi} \\ &= F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ \\ &\quad - F_3 \cos 45^\circ + F_4 \cos 45^\circ \\ &= 129.27\text{N} \\ F_y &= \sum F_{yi} \end{aligned}$$

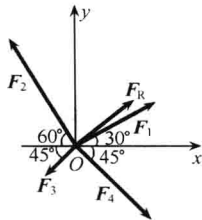


图 2-1

$$= F_1 \sin 30^\circ + F_2 \sin 60^\circ - F_3 \sin 45^\circ - F_4 \sin 45^\circ$$

$$= 112.32 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{129.29^2 + 112.32^2} = 171.25 \text{ N}$$

$$\cos(F_R, i) = \frac{F_x}{F_R} = \frac{129.27}{171.25} = 0.755 \quad \angle(F_R, i) = 40.99^\circ$$

$$\cos(F_R, j) = \frac{F_y}{F_R} = \frac{112.32}{171.25} = 0.656 \quad \angle(F_R, j) = 49.01^\circ$$

合力 F_R 的方向如图 2-1 所示。

例 2-2 图 2-2(a) 所示为一压紧机构, 已知压力缸直径 $D=120\text{mm}$, 压力 $p=600 \times 10^4 \text{ N/m}^2$, 试求当 $\theta=30^\circ$ 时滑块 C 所产生的压紧力 F 。

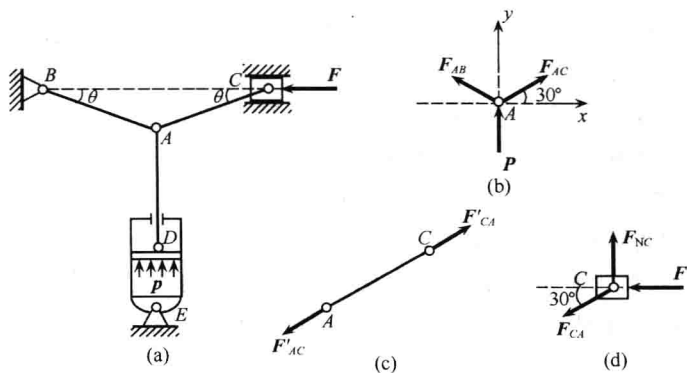


图 2-2

解: 分析: 作用在活塞上的压力通过铰链 A 推动杆 AB、杆 AC, 使滑块 C 压紧工件。为求滑块的压紧力, 必须首先确定 AC 杆的推力, 故先以铰链 A 作为研究对象, 杆 AB 和杆 AC [图 2-2(b)] 均为二力杆, 其受力沿杆 AB、AC 轴线。

1) 取铰链 A: 其受力为一平面汇交力系, 如图 2-2(b) 所示。列平衡方程

$$\sum F_x = 0 \quad F_{AC} \cos \theta - F_{AB} \cos \theta = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{AC} \sin \theta + F_{AB} \sin \theta + P = 0$$

因为

$$P = p\pi R^2$$

所以, 解方程得

$$F_{AC} = F_{AB} = -\frac{p\pi R^2}{2\sin \theta}$$

2) 取滑块 C, 受力分析如图 2-2(d) 所示。由平面汇交力系的平衡方程得

$$\sum F_x = 0 \quad -F_{CA} \cos \theta - F = 0$$

所以

$$F = -F_{CA}\cos\theta = -F_{AC}\cos\theta = +\frac{p\pi R^2}{2\tan\theta} = 5.88 \times 10^4 \text{ N} = 58.8 \text{ kN}$$

例 2-3 直接判断如图 2-3(a)所示结构中 A、B 处约束反力的正确方向。

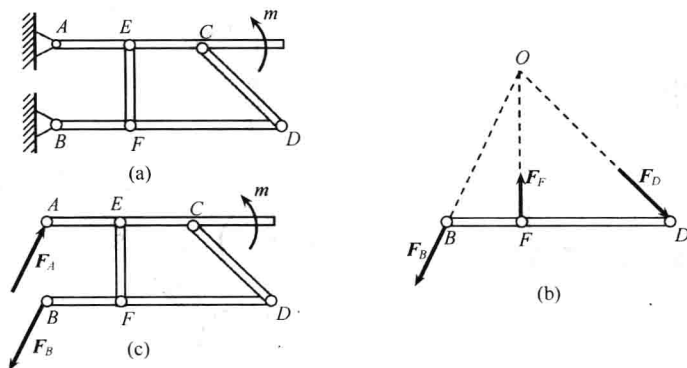


图 2-3

解：由于 CD 杆、EF 杆均为二力杆，所以各铰接点的约束反力均沿两杆的轴线。

取杆 BD，如图 2-3(b)所示；因为 F、D 两点处约束反力汇交于 O 点，所以 B 点的约束反力也必定交于 O 点(三力平衡汇交)。

取系统，如图 2-3(c)所示：因系统只受外力偶矩 m 的作用，所以根据力偶的特性及力偶系平衡条件可知，A、B 两支座处的约束反力 F_A 、 F_B 必构成一力偶与 m 平衡，其转向与 m 相反。

例 2-4 已知平面机构如图 2-4(a)所示，AC 杆上有一滑槽，该滑槽套在 BD 杆的销钉 E 上，在 AC 与 BD 上各有一力偶作用。主动力偶 M_1 为已知，不计杆重和摩擦，求支座 A、B 的约束力及主动力偶矩 M 。

解：本题有两点要注意：① 力偶要用力偶来平衡；② 正确分析销钉与滑槽之间的约束反力。

取杆 BD 为研究对象，受力分析如图 2-4(b)所示。根据平面力偶系的平衡方程，有

$$\sum M = 0 \quad M_1 - F_{Ea} = 0$$

即

$$F_B = F_E = \frac{M_1}{a} \quad (1)$$

取杆 AC 为研究对象，受力分析如图 2-4(c)所示。根据平面力偶系的平衡方程，有