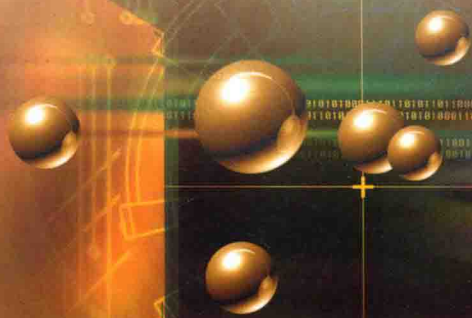


全国煤炭高职高专（成人）“十二五”规划教材

# 物理实验

张清 王爱群 张丽萍 主编

*Wuli Shiyan*



中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

全国煤炭高职高专(成人)“十二五”规划教材

# 物 理 实 验

主 编 张 清 王爱群 张丽萍  
主 审 王 皓

中国矿业大学出版社

## 内 容 提 要

本教材的主要内容包括实验基础理论和 28 个物理实验。实验基础理论中给出了一些在实验数据处理中必须要用到的计算公式(如求测量与实验结果的不确定度),同时介绍了有关随机误差的概念和数据处理的方法。

实验部分分基础实验、综合实验和设计性实验 3 种,每个实验安排了目的、仪器、原理、实验步骤、注意事项、思考题等相关内容。

本教材依据高等学校工程专科物理实验课程教学基本要求,根据高职高专学生所掌握的物理概念与实验基础知识编写而成,可以作为高职高专物理实验教材使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

物理实验/张清,王爱群,张丽萍主编. —徐州:

中国矿业大学出版社,2012.6

ISBN 978 - 7 - 5646 - 1515 - 4

I. ①物… II. ①张…②王…③张… III. ①物理学—实验—高等职业教育—教材 IV. ①O4—33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 132331 号

书 名 物理实验

主 编 张 清 王爱群 张丽萍

责任编辑 耿东锋 孟 茜

责任校对 张海平

出版发行 中国矿业大学出版社有限责任公司  
(江苏省徐州市解放南路 邮编 221008)

营销热线 (0516)83885307 83884995

出版服务 (0516)83885767 83884920

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com

印 刷 徐州中矿大印发科技有限公司

开 本 787×1092 1/16 印张 9.75 字数 243 千字

版次印次 2012 年 6 月第 1 版 2012 年 6 月第 1 次印刷

定 价 18.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

# 全国煤炭高职高专(成人)“十二五”规划教材 建设委员会成员名单

主任:李增全

副主任:于广云 丁三青 王廷弼

委员:(按姓氏笔画排序)

王宪军 王继华 王德福 刘建中

刘福民 孙茂林 李维安 张吉春

陈兴华 周智仁 赵文武 赵济荣

郝虎在 荆双喜 徐国财 廖新宇

秘书长:王廷弼

秘书:何 戈

# 全国煤炭高职高专(成人)“十二五”规划教材 基础类编审委员会成员名单

主任:孙茂林

副主任:杜 群

委员:(按姓氏笔画排序)

王凤志 白 静 刘 威 刘明举

刘锦玲 李国元 杨 莉 张 清

张天驹 段荣娟 曾 旗 漆旺生

# 前 言

物理学就其本质来讲是一门实验的科学。在物理学的发展过程中,每一个物理概念的确立,原理和定律的发展,无不需坚实的实验基础。而且,物理实验有它自身的一套知识、方法、操作技能等独特内容。所以,高等学校在开设大学物理理论课的同时,往往还要开设一定量的大学物理实验课。通过对物理实验这门课程的学习,学生学会一些基本的实验方法、基本仪器的使用和基本的数据处理方法,得到规范化训练,养成良好的实验习惯,即在实验能力和实验素养方面得到培养。物理实验是物理工作者和其他科学技术人才不可缺少的一门基础课。

为了适合学生预习和课堂独立操作,本书在介绍基本原理与实验方法、实验内容与步骤时,力求繁简适当、通俗易懂。本书的内容基本上都是学生未来从事科学研究时经常要用到的基础知识。同时,在编写本书的过程中广泛参阅了兄弟院校的有关教材,吸收了其中富有启发性的观点和优秀内容,在此表示由衷的感谢。

本教材的绪论、第一章由张清编写;实验一至实验四由张忠厚编写;实验五由孙雪松编写;实验八至实验十二由张丽萍编写;实验十三至实验十六由王爱群编写;实验十九至实验二十一由张永义编写;实验六至实验七、实验十七至实验十八、实验二十二至实验二十八、附表由张晓莹编写。全书由张清统稿,王皓教授细致地审阅了全部书稿,并提出了许多中肯的修改意见。

由于编写时间仓促,编者水平有限,难免有不当和错误,希望读者指正,以便于今后的修订。

编 者

2011年10月

## 目 录

绪论	1
第一章 测量误差和不确定度	4
第一节 物理量的测量及分类	4
第二节 测量的误差和不确定度	4
第三节 直接测量结果与不确定度的估算	11
第四节 间接测量结果与不确定度的估算	15
第五节 测量的有效数字及其运算规则	18
第六节 数据处理	20
第二章 基础实验	25
实验一 测量固体的密度	25
实验二 用单摆测重力加速度	31
实验三 用拉伸法测钢丝的杨氏模量	35
实验四 用转动惯量仪测圆盘的转动惯量	39
实验五 用焦利秤测液体的表面张力系数	41
实验六 测定不良导体的导热系数	45
实验七 电桥测电阻	48
实验八 弹簧振子周期经验公式总结	53
实验九 测晶体二极管伏安特性	55
实验十 用直流电位差计测电动势	60
实验十一 固体线胀系数的测定	65
实验十二 示波器的使用	67
实验十三 声速的测量	76
实验十四 测量薄透镜的焦距	78
实验十五 气垫导轨上的实验	81

---

---

实验十六 霍耳效应 .....	93
实验十七 霍耳效应测定螺线管轴向磁感应强度分布 .....	100
实验十八 分光仪的调整与光栅测波长 .....	106
<b>第三章 综合实验</b> .....	<b>114</b>
实验十九 电表的改装与校正 .....	114
实验二十 用模拟法测绘静电场 .....	121
实验二十一 用双臂电桥测低电阻 .....	125
实验二十二 密立根油滴法测电子电荷 .....	131
实验二十三 光电效应 .....	136
<b>第四章 设计性实验</b> .....	<b>142</b>
实验二十四 重力加速度的研究 .....	142
实验二十五 简谐振动的研究 .....	143
实验二十六 测量小灯泡的伏安特性曲线 .....	144
实验二十七 测量给定电阻丝的电阻 .....	144
实验二十八 用电位差计测电阻 .....	145
<b>附表</b> .....	<b>146</b>
<b>参考文献</b> .....	<b>148</b>



# 绪 论

## 一、大学物理实验的重要性

物理学研究方法有实验的方法和理论的方法两种。实验是一种人类有意识的、自觉的科学实践活动,以期以实验结果为依据,归纳出一定的规律;或在理论的指导下,通过一定的手段向新的认知领域探索。理论研究虽然不进行实验,但是研究课题的提出和结论的检验,必须通过实验。物理实验在物理科学的创立和发展中占有十分重要的地位,物理学是一门实验科学。历史上自从伽利略用实验方法否定了亚里士多德“力是速度的原因”的论断以后,实验逐渐被人们所认识,并形成了自己独立的体系。物理实验课和物理理论课一样,是最基本的课程。其内容包括力、热、电、光、声等,是其他实验的基础。如果把现代高、精、尖的实验拆分开来,绝大部分是常见的物理实验内容。

对于任何一个工程技术人员来讲,必须具有较强的科学实验能力,才能胜任今后的工作。对于工科学生来讲,不论什么专业,物理实验技能的培养是必不可少的。

因此,物理实验是一门重要的必修科目。

## 二、大学物理实验的目的和任务

(1) 进行物理实验基本功的训练。

① 学习物理实验的基本知识,如力、热、电、光、声等的基本知识及误差理论等。

② 掌握物理实验的基本方法,如比较法、交换法、补偿法、放大法等。

③ 掌握物理实验的基本仪器使用,如卡尺、天平、千分尺、电表等。

④ 培养物理实验的基本实验技能,如再现物理现象的观察与分析,实验条件的控制(恒温、绝热、低压、平衡态、磁干扰),实验方案的初步设计,有关实验数据的处理和结果评价(误差、有效数字、作图法、线性回归、撰写实验报告)。

(2) 培养严肃认真、实事求是、勇于探索的科学态度和注意安全、团结合作、爱护国家财产的优良品德与工作作风。

(3) 通过观察、测量和分析,加深对理论的认识,巩固与应用所学知识,扩大知识面。

物理实验课虽然是在教师指导下的学习环节,但在实验过程中,同学们有较强的独立性,应以一个研究者的态度去组装仪器,进行观测与分析,探讨最佳的实验方案,从中积累经验,锻炼技巧,为以后独立设计实验方案、选择并使用新的仪器设备和解决新的实验课题打下良好的基础。

## 三、大学物理实验的基本过程

物理实验的过程包括实验前的准备、实验的观测与记录、数据的整理与实验报告这三大步骤。

1. 实验前的准备(预习)

实验前的准备是保证实验顺利进行,并能取得满意结果的重要步骤。

(1) 理论的准备：从实验指导书和有关参考书中充分了解实验的理论依据和条件，预习思考题。

(2) 实验仪器的准备：了解可用仪器的工作原理、工作条件和操作规程。

(3) 观测的准备：掌握实验步骤和注意事项，设计记录表格。

## 2. 实验的观测与记录

(1) 仪器的安装和调整：使用仪器进行测量时，必须满足仪器的正常工作条件(水平、铅直、工作电压、光照等)；必须按操作规程进行，不明确操作规程，千万不要动用仪器。

以下举出几点共同性的注意事项：

① 安排仪器时，应尽量做到便于观察读数和便于记录。

② 灵敏度高的仪器(如天平、灵敏电流计)都有制动器，不进行测量时，应使仪器处于制动状态。

③ 拧动仪器上的旋钮或转动部分时，不要用力过猛。

④ 使用电学仪器时要注意电源电压、极性，并需经教师允许后方能接通电源。

⑤ 不要乱动别组仪器，实验后将仪器整理、恢复到实验前的状态。

(2) 观测：在明确了实验目的和测量内容、步骤，并能正确使用仪器之后，才可以进行正式观测。观测时要精神集中，尽量排除外界的干扰，注意不要影响别人。

观测时要养成实事求是、严肃认真的良好观测习惯。

(3) 记录：实验记录是以后计算与分析问题的依据，在实际工作中则是宝贵的资料。记录应记在专用的记录用纸上，初学者往往都记得很乱，想着先记下来，后面再整理抄在记录纸上，这样不好。记录就是如实地记下各观测数据、简单的过程以及观测的现象，要记得简单、整洁、清楚，数值记在表格中，注明单位，不允许用铅笔记录；发现某数据记录有误不能擦掉此数据，应用单斜线划掉，以便参考；记录应留有补充记录空间。

记录的内容包括日期、时间、地点、合作者、室温、气压、仪器、数据等。

原始数据是指从仪器上直接读出的，未经任何运算的数值。观测时，从仪器上读出数值后，不要记忆数据，以后补记，而应立即进行记录，以减少差错。

除有明确理由肯定某一数据有错误不记录外，其他数据一律记录；出现异常数据时，应增加测量次数。

## 3. 数据的整理与实验报告

测量结束后要尽快整理好数据，计算出结果并绘出必要的图线。数据整理工作尽量在实验课上完成，并根据数据整理中出现的问题进行必要的补充测量。

撰写一份合格的实验报告，也是实验课的一项基本训练。实验报告要力求简洁明了，用词确切，字迹清楚。实验报告一律采用“标准报告”格式。

### (1) 实验“标准报告”的内容

① 实验名称。

② 实验目的。

③ 实验仪器：注明仪器名称、编号，必要时画出仪器简图。

④ 实验原理：应包括原理摘要，测定公式、方法等。

⑤ 实验步骤：实验指导书中已具体给出的步骤，可简略写出；如果是设计性实验，步骤应具体。

⑥ 实验数据记录：实验数据一般采用表格形式记录，包括原始数据和处理数据、误差列表等。

⑦ 实验数据处理：包括计算实验结果及其不确定度，作出图线或经验公式，对实验结果进行评价或给出实验结果的图示等。

⑧ 回答问题及讨论：对实验结果进行误差分析，提出自己的看法或改进意见，回答思考题。

## (2) 实验讨论的内容

实验的讨论是培养学生分析能力的一个非常重要的环节，应当努力去做好它。实验后可供讨论的问题是多方面的，以下几点仅供参考：

① 实验的原理、方法、仪器给你留下什么印象？实验目的完成得如何？

② 实验的系统误差表现在哪些地方？怎样改进测量方法或装置可以减少误差？对实验的改进有何设想？

③ 实验步骤怎样安排更好？

④ 观察到什么反常现象？遇到过什么困难？能否提出可供以后实验人员借鉴的东西？

⑤ 测量结果是否满意？如果未达到可能达到的结果，是何缘故？

⑥ 对实验的安排(目的、要求、方法和仪器的配置等)和教师的指导有何希望？

# 第一章 测量误差和不确定度

## 第一节 物理量的测量及分类

### 一、测量

在生产、科学实验以及人们的生活中,都离不开测量。在物理实验中,要用实验的方法研究各种物理规律,常常要定量地测量出有关物理量的大小。例如,测出一摆线长为 0.986 7 m,某物体质量为 6.87 kg,某电路的电流强度为 1.56 A,某地的重力加速度为 9.796 m/s<sup>2</sup>等。所谓测量,就是使用一定的量具或仪器,通过一定的方法,用同类量的单位把待测量表示出来的过程。或者说,测量就是借助仪器用某一计量单位把待测量的大小表示出来,即待测量是计量单位的多少倍。数据应包括数值(大小)和单位,缺一不可,否则就没有物理意义。

### 二、测量的分类

按测量采用的手段和方法,测量分直接测量和间接测量两种。

#### 1. 直接测量

用计量仪器或标准量具直接与待测量进行比较的过程就是直接测量,比较的结果就是测量值。如用米尺测长度,用天平测质量,用秒表测时间等。

#### 2. 间接测量

间接测量是指在不能直接用计量仪器把待测量的大小测出来的情况下,依据待测量和某几个直接测量值的函数关系求出待测量的过程,运算结果就是间接测量值。如圆柱体的体积是通过直接测量直径  $d$  和高  $h$ ,代入函数关系式  $V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$  而求出来的。

物理量多数是间接测量值,一般通过几个直接测量值求出。一个物理量的测量是否能直接测量,决定于测量的手段和方法。随着科学技术的发展,能够直接测量的物理量必将越来越多。

## 第二节 测量的误差和不确定度

测量的目的是希望获得待测量的客观真值,但测量是由操作人员在一定的环境,使用一定的测量仪器,依据一定的理论或方法进行的,由于操作人员的操作、调整和读数不可能是完全准确的,测试环境、条件也不可能是理想不变的,测量方法与测试技术又受科学发展程度的限制,理论也有一定的缺陷或只是近似,这样就必然导致测量值不可能百分之百准确。换句话说,待测量的客观真值是永远也不可能测得的,测量结果和被测量真值之间总会存在

或多或少的偏差,我们只能获得一个最接近真值的量,所以测量的任务就是:

- (1) 设法把测量时的偏差减至最小;
- (2) 求出被测量的最近真值(最佳值);
- (3) 对最近真值的可靠程度进行评价,也就是估计误差的不确定度范围。

所有的误差理论都是为了这一目的建立起来的,随着科学的发展,误差理论已经形成了自己特有的一套体系。概率论、数理统计等理论的建立,都是建立在实验科学的基础上的,反过来又为科学实验提供了有力的数学工具。下面只介绍这些理论的最基本部分。

## 一、真值与误差

### (一) 真值

每一个物理量都是客观存在的,在一定的条件下,具有不以人的意志为转移的客观大小,这个客观大小称为该物理量的真值。物理量的真值是一个理想概念,一般是不可能确切知道的,我们用符号  $A$  表示。

### (二) 测量误差

测量值与真值之差就定义为误差。

设被测量的真值为  $A$ ,测得值为  $x$ ,误差为  $\Delta x$ ,则其数学形式为

$$\Delta x = x - A$$

测量所得的一切数据,毫无例外地都包含有一定的误差。上式所定义的误差,反映的是测量值偏离客观真值的大小和方向,因此又常称为绝对误差,应特别注意,“绝对误差”具有符号,不应与误差的绝对值相混淆。

## 二、误差的分类

按照误差产生的原因,误差可分为系统误差、随机误差(也称偶然误差)和过失误差(也称粗大误差)三类。实验数据中,三类误差是混杂在一起出现的,但必须分别讨论其产生规律,以便采取相应的措施减少误差。为了对误差性质进行深入了解,以便有助于对实验结果的分析改进,我们做如下具体讨论。

### (一) 系统误差

在同一测量条件(方法、仪器、环境和观测者等不变)下,多次测量同一物理量时,其误差的绝对值和符号保持不变或误差按某一确定规律变化,这种误差称为系统误差。

系统误差的特点是,它的出现是有规律的,在测量条件不变时有确定的大小和方向,增加测量次数并不能减小系统误差。在实验之前,要对可能产生的系统误差加以充分的分析和估计,并采取必要的措施尽量消除其影响。测量后应设法估计未能消除的系统误差值,对测量结果加以修正。

#### 1. 系统误差的来源

##### (1) 理论和方法误差

这种误差是由实验理论和方法本身不完善导致的,如理论公式的近似,实验条件或方法不满足理论公式的要求。如单摆周期公式  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  成立的条件是摆角  $\theta \rightarrow 0^\circ$ ,摆球的体积  $V \rightarrow 0$ ,摆线的质量  $m \rightarrow 0$ ,且长度无变化,空气无阻力等。这些在实验中都不可能达到,只能取其近似。

##### (2) 仪器装置误差

这种误差是由于实验所用仪器装置不完善而产生的。如仪器在制造时有缺陷,使用前未经校准,装置的安装、布置、调整不当等。

### (3) 环境误差

这种误差是由外界各种环境因素造成的,如温度、湿度、光照、气压、振动、电磁场等因素与实验要求的理想状态不一致。

### (4) 人员误差

这种误差是由观测人本身的生理特点、心理因素、固有习惯等引起的,如色盲、色弱、计式中习惯于超前或滞后、反应速度快或慢等。

## 2. 系统误差的发现方法

系统误差的出现一般都有较明确的原因,因此可采取适当措施使之降低到可忽略的程度。找到产生系统误差的原因,从而采取恰当的对策,需要我们在实验过程中逐渐积累经验,提高实验素养。下面简单介绍几种发现系统误差的方法。

首先,要发现系统误差,必须仔细地研究测量理论和方法的每一步推导,检验和校准每一件仪器,分析每一种实验条件,考虑每一步调整和测量,注意每一种因素对实验的影响。

其次,运用一些常用的方法。

### (1) 对比法

① 实验方法对比。用不同方法测量同一物理量,看其结果是否一致。如用单摆测重力加速度和用自由落体测重力加速度,看其在随机误差内是否重合。

② 仪器对比。用两个同类仪器测同一物理量,看其结果是否一致。如用两个电表接入同一电路,若读数不一致,说明其中至少有一个是不准的。如果其中一个是标准表,则可以找出另一个表的修正值。

③ 测量方法对比。如用正、反电流测量,用增、减砝码的顺序测量,用度盘旋转  $180^\circ$  测量等。

④ 测量条件对比。如改变电路中某元件的位置,磁测量中磁性物质的远与近,热测量中热源的远与近,实验中某个量的改变等。

⑤ 人员对比。由不同人进行测量,观察是否有误差。

### (2) 分析法

① 分析理论公式所要求的条件是否满足。如单摆实验用到的周期公式  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ,  $\theta \neq 0, V \neq 0$  必然产生误差。

② 分析仪器所要求的条件是否满足。

③ 分析环境因素是否与要求一致。

④ 数据分析法(残差观察法)。

## 3. 消除系统误差影响的途径

从原则上讲,消除系统误差影响的途径,首先是设法使它不产生。如果做不到,就应在测量中设法抵消或减少其影响,或者进行修正。对可定系统误差,可以在确定其误差值后,对结果进行修正;对未定系统误差,则应确定其误差限,与随机误差一起作统计合成处理。

(1) 消除系统误差产生的根源。要从理论方法、仪器装置、环境条件和人员等方面进行仔细分析,对于可能产生系统误差的各种因素,在实验前加以处理,消除其产生的根源。

(2) 利用修正公式对结果进行修正,如作校准曲线、找出修正项、零点修正等。

(3) 测量过程中采用消除或减少系统误差的典型技术措施。例如:

① 比较法。与标准量在同一条件下进行比较。

② 补偿法。如迈克耳孙干涉仪的光程补偿、气轨验证牛顿第二定律时的质量补偿。

③ 替换法。对未知量进行测量后,再用标准量代替未知量进行测量,但要注意保证其他条件不变。

④ 交换法。在测量过程中将某些条件进行交换,使产生的系统误差对测量结果起相反作用,以消除系统误差。如天平测量的复称法,可消除天平不等臂引入的误差。

⑤ 倒号法。改变测量条件,使两次测量结果中的误差符号相反,取其平均值。如用拉伸法测杨氏模量实验中,沿伸长和收缩两个方向增减砝码,取相应读数的平均值,可消除阻力或形变不均匀引入的系统误差。

⑥ 消去法。通过某种方法,在测量公式中消去某些不易测准的物理量。如测透镜焦距时采用共轭法,即可消去由于透镜光心不易确定而不能测准的物距与像距。

⑦ 线性观测法。如电源电动势随时间降低,可用电位差计以等时间间隔,交替测标准量与待测量,那么可有第一、第三次标准量的平均值与第二次待测量相对应,修正待测量,消除线性系统误差的影响。

⑧ 半周期偶数法(也叫对径测量法)。在相差  $\pi$  角的位置上读两个数,取平均值,可消去按正弦曲线变化的周期性系统误差。如分光计读数盘的双窗读数,可消除因度盘中心与转盘中心不重合引起的周期性系统误差。

⑨ 一次倍测法(积累放大测量法)。延伸测量范围,可提高测量精度。如测单摆周期时,通常不是测一个周期,而是测多次摆动的时间来求周期。

## (二) 随机误差(偶然误差)

在同一条件下多次测量同一物理量时,测得值总是有稍许差异而且变化不定,并在消除系统误差之后依然如此,这部分绝对值和符号经常变化的误差,称为随机误差。

这种误差产生的原因很多,不可预测,具有一定的随机性,不像系统误差那样,可找出具体原因加以消除。但随机误差并非毫无规律,它的规律性只有在大量观测数据或多次测量中才显现出来。正是因为随机误差遵循这种规律性,我们才可以多次测量来减小随机误差,并进行误差估计,得出其可能出现的大小。

### 1. 随机误差的正态分布

对某一物理量进行多次测量,可以发现,物理实验中的误差遵循正态分布规律。

如某一长度的测量共 64 次,其数据如表 1 所列。以长度  $x_i$  为横坐标,以出现次数  $n$  为纵坐标,作直方图,可得一接近于对称的图形,如图 1 所示。

表 1 长度测量数据

测量值 $x_i/\text{cm}$	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.10	1.11
出现次数 $n$	1	3	6	10	15	11	8	4	3	2	1

若同样再测 64 次,也作相应的图形,所得图形一般来说不会与第一次完全吻合,但轮廓相似,因为它们具有相同的规律。



如果把测量次数增至 5 000 次,甚至 10 000 次,同时用宽度更小的间距  $\Delta x$ ,就会得到非常接近光滑的曲线。当测量次数无限增加,直方图间距宽度无限减小时,得到的图形是一条光滑的曲线,并且图形的对称性越来越好,这就是正态分布,也叫高斯分布。同样以测量的绝对误差( $\Delta x_i = x_i - A$ )为横坐标,以一个与误差出现的概率有关的概率密度函数  $f(\Delta x)$  为纵坐标,所得图形也遵循正态分布规律,如图 2 所示。

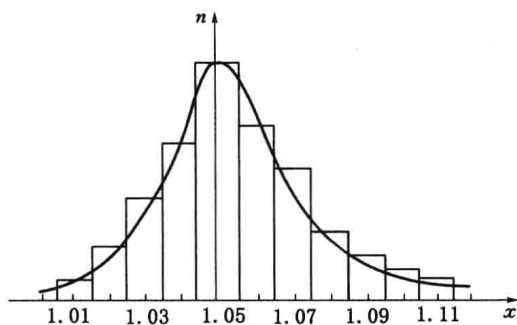


图 1 测量数据分布规律

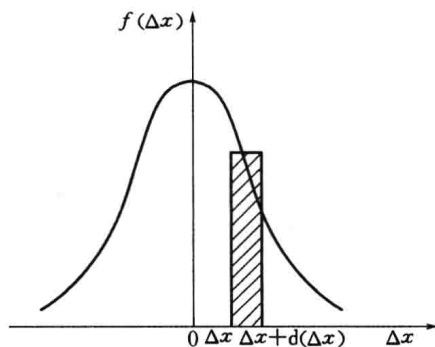


图 2 误差分布规律

## 2. 误差的分布函数

设对某物理量  $x$  进行  $N$  次测量,在偏离真值  $\Delta x$  至  $\Delta x + d(\Delta x)$  区间的误差有  $dN$  次,在  $\Delta x$  附近  $d(\Delta x)$  区间误差出现的概率(几率)为  $dN/N$ ,则有

$$dN/N = f(\Delta x)d(\Delta x) \quad (1)$$

由正态分布概率密度函数的数学方程式

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} \quad (\sigma \text{ 是标准差}) \quad (2)$$

可知,当  $\Delta x = 0$  时,  $f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$ 。 $\sigma$  越小,  $f(0)$  越大,误差曲线越陡,测量数据越集中; $\sigma$  越大,  $f(0)$  越小,误差曲线越平坦,测量数据越分散。

由归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta x)d(\Delta x) = 1$$

可得,不论曲线平陡,曲线下面的面积必然相等,即曲线下的总面积是相等的。

## 3. 随机误差的正态分布规律

① 单峰性。绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

② 对称性(抵偿性)。误差呈对称分布,绝对值相等的正、负误差出现的概率相同。则有公式  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$ 。

③ 有界性。在一定测量条件下,误差的绝对值不超过一定的限度。

## 4. 随机误差正态分布的特征量

(1) 算术平均值(近真值或测量结果的最佳值)

当对某一物理量进行  $n$  次精测量时,其测量值分别为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,测量结果的算术平均值为



$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

根据误差的定义,有

$$\Delta x_1 = x_1 - A$$

$$\Delta x_2 = x_2 - A$$

$$\vdots$$

$$\Delta x_n = x_n - A$$

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots + \Delta x_n = (x_1 - A) + (x_2 - A) + \cdots + (x_n - A)$$

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = \sum_{i=1}^n x_i - nA$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - A$$

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i$$

按随机误差的抵偿性,当  $n \rightarrow \infty$  时,  $\sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$ , 则

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

可见,测量次数越多,算术平均值越接近真值。所以,测量结果可用多次测量的算术平均值作为真值的最佳值。但测量次数也应科学地选取,一般取 10~20 次,物理实验取 4~10 次。

## (2) 标准差 $\sigma$

随机误差为正态分布时,概率密度函数  $f(\Delta x)$  由式(2)表示,其特征量  $\sigma$  为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - A)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n}}, n \rightarrow \infty \quad (4)$$

称此特征量  $\sigma$  为标准差。

标准差  $\sigma$  是取决于具体测量条件的常数。由分布曲线可见,曲线的两侧上凹,曲线必有一转折点。这一转折点由数学上可证,当  $\Delta x = \pm \sigma$  时,  $\frac{d^2 f(\Delta x)}{d(\Delta x)^2} = 0$ , 是误差分布函数  $f(\Delta x)$  的拐点,说明  $-\sigma$  到  $+\sigma$  之间测量数据很集中,  $-\sigma$  到  $+\sigma$  之外数据很分散,所以标准差  $\sigma$  是描述测量数据的离散程度的。

应注意,标准差  $\sigma$  和各测量值的误差  $\Delta x_i$  有着完全不同的含义,  $\Delta x_i$  是实在的误差值,而  $\sigma$  并不是一个具体的测量误差值,它反映在相同条件下进行一组测量后的随机误差概率分布情况,只具有统计性质的意义,是一个统计性的特征值。

由概率论可知,随机误差落在  $[\Delta x, \Delta x + d(x)]$  区间内的概率为  $f(\Delta x) d(\Delta x)$ , 所以,误差出现在  $(-\sigma, +\sigma)$  区间内的概率  $P$  就是图 2 中该区间内  $f(\Delta x)$  曲线下的面积,即

$$P(-\sigma < \Delta x < \sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta x) d(\Delta x) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} d(\Delta x) = 68.3\%$$