特色专业

普通高等教育电子通信类国家级特色专业系列规划教材

信号与系统习题精解及考研应试指导

主　编　杨晓非　李　强　何　丰
副主编　张　刚　黄　胜　刘占军
主　审　王继森

科学出版社

普通高等教育电子通信类国家级特色专业系列规划教材

信号与系统习题精解及考研应试指导

主　编　杨晓非　李　强　何　丰
副主编　张　刚　黄　胜　刘占军
主　审　王继森

科学出版社
北　京

内 容 简 介

《信号与系统习题精解及考研应试指导》涵盖了“信号与系统”课程的主要内容，是科学出版社出版的普通高等教育电子通信类国家级特色专业系列规划教材《信号与系统(第二版)》的配套辅助教材。全书共6章，内容包括信号与系统概论、LTI系统的时域分析法、信号与系统的频域分析、连续信号与系统的复频域分析、离散信号与系统的 z 域分析、状态变量分析法，最后附有信号与系统考研应试例题释解和两套模拟试题。前6章包括主要知识点、重要公式摘要和习题全解。

本书可作为通信工程、电子信息工程、电子科学与技术等学科相关专业本科学生学习辅导用书，也可作为硕士研究生应试复习用书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统习题精解及考研应试指导/杨晓非，李强，何丰主编．—北京：科学出版社，2015.1

普通高等教育电子通信类国家级特色专业系列规划教材

ISBN 978-7-03-043143-1

Ⅰ.①信…　Ⅱ.①杨…②李…③何…　Ⅲ.①信号系统-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第017703号

责任编辑：潘斯斯　张丽花/责任校对：桂伟利

责任印制：霍　兵/封面设计：迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

安泰印刷厂印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2015年1月第　一　版　　开本：787×1092　1/16

2015年1月第一次印刷　　印张：20

字数：474 000

定价：45.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　言

本书根据高等理工类学校“信号与系统”课程教学基本要求编写而成，是科学出版社出版，由杨晓非、何丰和李强主编的《信号与系统(第二版)》的配套辅助书籍。旨在向那些正在学习信号与系统并想要进一步考研提高的学生提供一本自学、复习和应试的辅导教材。

“信号与系统”是通信、信息、电子科学与技术和自动控制类等专业的一门重要的专业基础课，同时，也是国内高校相应专业的主干课程和研究生入学专业课考试的应试课程。它主要讨论线性时不变系统的基本理论和分析方法。包括确定信号的时域和频域特性，线性时不变系统的时域和变换域分析，信号与系统概念与理论的工程应用及方法以及状态变量分析法。

与高等数学和普通物理等工科专业基础课程一样，在学习信号与系统的过程中仅靠阅读和记忆是不够的，学生必须亲自动手试解相当数量的练习题才能对所涉及的定义、定理、公式及分析方法等理论知识产生印象、加深理解并进一步地融会贯通。但是，现如今大学二年级学时有限，课目繁多，给学生的解题带来许多现实困难，进而不少学生反映信号与系统难学，甚至，有的学生通过了期末考试后依然对本课程的基本理论不甚了解，或者知其然不知其所以然。为此，本书首先按照《信号与系统》配套教材的章节，提供了主要知识点、重要公式，有的章节还弥补了一些例题，同时，提供了全部练习题的精解。为了强调解题思路与基本理论的联系，有的习题做了多种不同解法。对那些有志于参加研究生考试的学生，在前述练习的基础上还可参阅本书的第二部分，作者在这一章从历年研究生考试的疑难试题中分类精选了 85 道大题(100 多道小题)，并做了详细释解。考研试题以基础知识为主，不可能全是难题，但是，作为未来的科研工作的践行者，研究难题可培养自己不惧困难、克服困难的习惯。最后，本书在附录部分提供了两套以真题为基础的模拟试题。

在学习方法上，作者建议学生首先要开动脑筋，独立思考，亲自求解每一道练习题，然后可对照本书的题解寻找差异，尤其是对那些出错的地方要找到原因，做出标记，重点强调，反复练习。作者也接受每一位读者对练习题提供其他的不同解法，作为后续版本的补充。

全书共 6 章，内容包括信号与系统概述、LTI 系统的时域分析法、信号与系统的频域分析法、连续信号与系统的复频域分析、离散信号与系统的 z 域分析、状态变量分析法，最后还精选了信号与系统考研应试例题释解和两套模拟试题。前 6 章每一章都包括主要知识点、重要公式和习题全解。

本书由杨晓非、李强和何丰主编。张刚、黄胜和刘占军参加编写。全书由杨晓非统稿，王继森主审。在本书编写过程中，始终得到重庆邮电大学信号处理教学研究中心一线老师的支持和帮助，王继森教授提供了大量考研例题并审核了全部书稿，在此一并致谢。

由于作者水平有限，书中难免有错误和不妥之处，恳请读者指正。

编　者

2014 年 12 月

目　　录

第 1 章　信号与系统概论

一、基本内容及公式摘要

(一) 信号分类

1. 连续周期信号

$$f_T(t)=f(t-kT),\quad k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots,\quad T>0$$

式中，T 叫做周期信号的周期。

若 $f(t)=f_1(t)+f_1(t)$，且 $f_1(t)=f_{T1}(t)=f(t-n_1T)$，$f_2(t)=f_{T2}(t)=f(t-n_2T)$，则当 $\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{\omega_2}{\omega_1}=\dfrac{n_2}{n_1}$（$n_1$、$n_2$ 为不可约的整数）时，$f(t)$ 为周期信号，其周期 $T=n_1T_1=n_2T_2$。

2. 离散周期信号

$$f_N(k)=f(k-mN),\quad m=0,\pm 1,\pm 2,\cdots,\quad N>0$$

式中，N 是正整数，叫做离散周期信号的周期。

离散正弦序列

$$f(k)=A\cos(\Omega k)$$

离散正弦序列周期性的判定：

(1) 当 $\dfrac{2\pi}{\Omega}=N$ 为整数时，正弦序列具有周期性，周期 $N=\dfrac{2\pi}{\Omega}$。

(2) 当 $\dfrac{2\pi}{\Omega}=\dfrac{N}{m}$，$\dfrac{N}{m}$ 是有理数且为不可约的整数比时，正弦序列仍具有周期性，周期 $N=m\dfrac{2\pi}{\Omega}$。

(3) 当 $\dfrac{2\pi}{\Omega}$ 是无理数时，正弦序列不具有周期性。

3. 信号的功率和能量

(1) 连续信号的功率和能量。

在全时域$(-\infty,\infty)$的归一化总能量为

$$E_{总}=\lim_{\tau\to\infty}\int_{-\tau}^{\tau}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

归一化平均功率为

$$P=\lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{2\tau}\int_{-\tau}^{\tau}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

或

$$P=\lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{\tau}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

(2) 离散信号的功率和能量。

离散信号 $f(k)$ 的归一化总能量为

$$E_{总} = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=-n}^{n} |f(k)|^2 \quad (-n \leqslant k \leqslant n)$$

其归一化平均功率为

$$P = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n+1}\sum_{k=-n}^{n} |f(k)|^2 \quad (-n \leqslant k \leqslant n)$$

(二) 信号的运算和分解

1. 冲激信号 $\delta(t)$ 的基本性质

定义

$$\begin{cases} \delta(t) = \begin{cases} \infty & t=0 \\ 0 & t\neq 0 \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1 \end{cases}$$

加权性质

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$$

取样性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(t_0)$$

尺度变换性质

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

$$\delta(at \pm b) = \frac{1}{|a|}\delta\left(t \pm \frac{b}{a}\right)$$

偶函数性质

$$\delta(t) = \delta(-t)$$

$$\delta[-(t-t_0)] = \delta(t-t_0)$$

$\delta[f(t)]$形式的冲激信号

$$\delta[f(t)] = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{|f'(t_i)|}\delta[(t-t_i)]$$

$\delta(t)$与$\varepsilon(t)$的关系

$$\begin{cases} \varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau = \int_{0_-}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \\ \delta(t) = \dfrac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} = \varepsilon'(t) \end{cases}$$

2. 冲激偶信号 $\delta'(t)$ 的基本性质

定义

$$\delta'(t) = \frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

加权性质

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

取样性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t = -f'(t_0)$$

奇函数性质

$$\delta'(t) = -\delta'(-t)$$

$$\delta'[-(t-t_0)] = -\delta'(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t = 0$$

尺度变换性质

$$\delta'(at) = \frac{1}{|a|}\frac{1}{a}\delta'(t)$$

$$\delta'(at-b) = \frac{1}{|a|}\frac{1}{a}\delta'\left(t-\frac{b}{a}\right)$$

与$\delta(t)$的关系

$$\int_{-\infty}^{t}\delta'(t)\mathrm{d}t = \delta(t)$$

3. 单位序列 $\delta(k)$ 的基本性质

定义
$$\delta(k)=\begin{cases}1 & k=0\\ 0 & k\neq 0\end{cases}$$

加权性质
$$f(k)\delta(k-n)=f(n)\delta(k-n)$$

筛选性质
$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)\delta(k-n)=f(n)$$

与 $\varepsilon(k)$ 的关系
$$\delta(k)=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-1)=\nabla\varepsilon(k)$$
$$\varepsilon(k)=\sum_{m=-\infty}^{k}\delta(m)$$

4. 连续信号的微积分

连续信号的微分
$$f^{(n)}(t)=\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}f(t)$$

连续信号的积分
$$f^{(-m)}(t)=\int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{\tau_m}\cdots\int_{-\infty}^{\tau_2} f(\tau_1)\mathrm{d}\tau_1\cdots\mathrm{d}\tau_{m-1}\mathrm{d}\tau_m$$

5. 离散信号的差分和累加

一阶前向差分
$$\Delta f(k)=f(k+1)-f(k)$$

n 阶前向差分
$$\Delta^n f(k)=\Delta\left[\Delta^{n-1}f(k)\right]=\sum_{i=0}^{n}(-1)^i\frac{n!}{i!\,(n-i)!}f(k+n-i)$$

一阶后向差分
$$\nabla f(k)=f(k)-f(k-1)$$

n 阶后向差分
$$\nabla^n f(k)=\nabla\left[\nabla^{n-1}f(k)\right]=\sum_{i=0}^{n}(-1)^i\frac{n!}{i!\,(n-i)!}f(k-i)$$

对 $f(k)$ 关于序号 k 作一次累加
$$y(k)=\sum_{n=-\infty}^{k}f(n)$$

对 $f(k)$ 关于序号 k 作 m 次累加
$$y(k)=\underbrace{\sum_{n_m=-\infty}^{k}\sum_{n_{m-1}=-\infty}^{n_m}\cdots\sum_{n_1=-\infty}^{n_2}}_{m\text{次}}f(n_1)$$

6. 非奇非偶信号分解为奇分量 $f_o(t)$ 与偶分量 $f_e(t)$ 之和
$$f(t)=f_e(t)+f_o(t)$$
$$f_e(t)=\frac{f(t)+f(-t)}{2}$$
$$f_o(t)=\frac{f(t)-f(-t)}{2}$$

(三) 线性非时变因果系统的特性

1. 线性特性

设初始状态 $\{x_j(0_-)\}\xrightarrow{\text{引起}}$ 零输入响应 $\{y_{ZI}(t)\}$，$j=1,2,\cdots,n$；激励 $f(t)=a_1f_1(t)+a_2f_2(t)$，$t\geqslant 0$，且 $f_1(t)\xrightarrow{\text{引起}}$ 零状态响应 $y_{ZS1}(t)$，$t\geqslant 0$，$f_2(t)\xrightarrow{\text{引起}}$ 零状态响应 $y_{ZS2}(t)$，$t\geqslant 0$，则全响应

$$y(t)=\sum_{j=1}^{n}y_{Z1j}(t)+\sum_{j=1}^{n}y_{ZSj}(t)\quad(t\geqslant 0)$$

上式表明，线性系统具有全响应 $y(t)$ 的分解性、零输入线性和零状态线性。

线性连续系统可用 $y(t)$、$f(t)$ 的线性微分方程描述

$$\sum_{i=0}^{n}a_iy^{(i)}(t)=\sum_{j=0}^{m}b_jf^{(j)}(t)\quad(a_n=1)$$

线性离散系统可用 $y(k)$、$f(k)$ 的线性差分方程描述

$$\sum_{i=0}^{n}a_iy(k+i)=\sum_{j=0}^{m}b_jf(k+j)\quad(a_n=1)$$

或
$$\sum_{i=0}^{n}a_{n-i}y(k-i)=\sum_{j=0}^{m}b_{m-j}f(k-j)\quad(a_n=1)$$

2. 非时变特性

(1) 对于连续系统，若 $f(t)\to y(t)$，且 $\{x_i(0_-)\}=\{x_i(t_{0-})\}, i=1,2,\cdots,n$

则非时变系统有
$$f(t-t_0)\to y(t-t_0)$$

对于离散系统，若 $f(k)\to y(k)$ 且 $\{x(M)\}=\{x(N)\}$，$\begin{cases}M=0,1,\cdots,n-1\\N=-1,-2,\cdots,-n\end{cases}$

则非时变系统有
$$f(k-k_0)\to y(k-k_0)$$

即可通过激励和响应是否作同样大小的时移来判断。

(2) 对于 n 阶连续系统，描述它的 n 阶线性常系数微分方程为

$$a_ny^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+\cdots+a_1y^{(1)}(t)+a_0y(t)=f(t)$$

对于 n 阶离散系统，描述它的 n 阶线性常系数差分方程为

$$a_ny(k+n)+a_{n-1}y(k+n-1)+\cdots+a_1y(k+1)+a_0y(k)=f(k)$$

如果一个系统的系统参数 a_n、a_{n-1}、…、a_1、a_0 随自变量（时间 t 或序号 k）改变，则该系统是时变系统；反之，如果系统参数是与自变量（时间 t 或序号 k）无关的常数，则该系统为非时变系统（又称时不变系统或定常数系统）。

3. 微积分特性

若 $f(t)\to y_{ZS}(t)$

则
$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\to\frac{\mathrm{d}y_{ZS}(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\int_0^t f(\tau)\mathrm{d}\tau\to\int_0^t y_{ZS}(\tau)\mathrm{d}\tau$$

4. 因果特性

若 $t<t_0$ 时 $f(t)=0$，则 $t<t_0$ 时 $y_{ZS}(t)=0$。

因果系统表明，响应不能出现在激励之前。

对于离散系统，描述离散系统的差分方程

$$\sum_{i=0}^{n}a_iy(k+i)=\sum_{j=0}^{m}b_jf(k+j)\quad(a_n=1)$$

当 $n\geqslant m$ 时，为因果离散系统，当 $n<m$ 时，为非因果离散系统。

二、第 1 章练习题精解

1.1　求出下列各信号的总能量和平均功率，并判定它们哪些是能量信号？哪些是功率信

号？哪些是非功非能信号？

(1) $\varepsilon(t)$　　(2) $\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)$　　(3) $6t\varepsilon(t)$

(4) $5e^{j(\omega_0 t+\varphi)}$　　(5) $e^{-t}\sin 2t\varepsilon(t)$　　(6) $\frac{1}{1+t}\varepsilon(t)$

解　(1) $f(t)=\varepsilon(t)$

$$\because\quad P=\lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{2\tau}\int_{-\tau}^{\tau}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{2\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\mathrm{W}$$

$E_{总}=\lim_{\tau\to\infty}\int_{-\tau}^{\tau}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{\tau\to\infty}\int_{-\tau}^{\tau}\mathrm{d}t=\infty$ $\therefore f(t)=\varepsilon(t)$是非周期功率信号。

(2) $f(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)$

$\because f(t)$是矩形脉冲信号，$E_{总}=\lim_{\tau\to\infty}\int_0^1\mathrm{d}t=1\mathrm{J}$，$P=0$ $\therefore f(t)$为脉冲能量信号。

(3) $f(t)=6t\varepsilon(t)$，教材中已作证明，斜坡信号为非功非能信号。

(4) $f(t)=5e^{j(\omega_0 t+\varphi)}$

$$\because\ |f(t)|=5\quad\therefore P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}25\mathrm{d}t=25\mathrm{W}$$

$E_{总}=\lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}25\mathrm{d}t=\infty$　$\therefore f(t)$为周期功率信号。

(5) $f(t)=e^{-t}\sin 2t\varepsilon(t)$

$$\begin{aligned}
E_{总}&=\lim_{\tau\to\infty}\int_{-\tau}^{\tau}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{\tau\to\infty}\int_{-\tau}^{\tau}(e^{-t}\sin 2t)^2\mathrm{d}t\\
&=\lim_{\tau\to\infty}\int_0^{\tau}\frac{e^{-2t}\ (e^{j2t}-e^{-j2t})^2}{(2j)^2}\mathrm{d}t=\left(-\frac{1}{4}\right)\lim_{\tau\to\infty}\int_0^{\tau}e^{-2t}(e^{j4t}+e^{-j4t}-2)\mathrm{d}t\\
&=\left(-\frac{1}{4}\right)\lim_{\tau\to\infty}\int_0^{\tau}[e^{-(2-j4)t}+e^{-(2+j4)t}]\,\mathrm{d}t=\left(-\frac{1}{4}\right)\lim_{\tau\to\infty}\left[-\frac{e^{-(2-j4)t}}{2-j4}-\frac{e^{-(2+j4)t}}{2+j4}+e^{-2t}\right]\Bigg|_0^{\tau}\\
&=\left(-\frac{1}{4}\right)\left[\frac{1}{2-j4}+\frac{1}{2+j4}-1\right]=\left(-\frac{1}{4}\right)\left[\frac{2+j4+2-j4}{4+16}-1\right]=\frac{1}{5}\mathrm{J}
\end{aligned}$$

$P=\lim_{\tau\to\infty}\frac{E_{总}}{2\tau}=0$　$\therefore f(t)=e^{-t}\sin 2t\varepsilon(t)$为脉冲能量信号。

(6) $f(t)=\frac{1}{1+t}\varepsilon(t)$

$$E_{总}=\lim_{\tau\to\infty}\int_{-\tau}^{\tau}f^2(t)\mathrm{d}t=\lim_{\tau\to\infty}\int_{-\tau}^{\tau}\frac{1}{(1+t)^2}\mathrm{d}t=\lim_{\tau\to\infty}\left(-\frac{1}{1+\tau}\right)+1=1\mathrm{J}$$

$P=\lim_{\tau\to\infty}\frac{E_{总}}{2\tau}=0$　$\therefore f(t)=\frac{1}{1+t}\varepsilon(t)$为脉冲能量信号。

1.2　判断下列各信号是否为周期信号，如果是周期信号，试确定其周期。

(1) $f(t)=3\cos(2t)+2\cos(\pi t)$　　(2) $f(t)=|\cos(2t)|$

(3) $f(t)=3e^{j(2t+45^\circ)}$　　(4) $f(t)=\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)+\cos\left(\frac{\pi}{5}t\right)$

(5) $f(t)=\left[\sin\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\right]^2$　　(6) $f(k)=\cos\left(\frac{8\pi}{7}k-\frac{\pi}{8}\right)$

解　(1) $f(t)=3\cos(2t)+2\cos(\pi t)$

$\because \dfrac{\omega_1}{\omega_2}=\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{2}{\pi}$是无理数　∴该合成正弦信号 $f(t)$是非周期信号。

(2) $f(t)=|\cos(2t)|$

显然 $f(t)=|\cos(2t)|$为周期信号,周期为 $T=\dfrac{\pi}{2}\mathrm{s}$。

(3) $f(t)=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2t+45^\circ)}$

$f(t)=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2t+45^\circ)}=3[\cos(2t+45^\circ)+\mathrm{j}\sin(2t+45^\circ)]$为周期信号,周期为 $T=\pi\mathrm{s}$。

(4) $f(t)=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{5}t\right)$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{T_2}{T_1}=\frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{3}}=\frac{3}{2}\quad T_1=2\pi/\frac{\pi}{2}=4\mathrm{s}\quad T_2=2\pi/\frac{\pi}{3}=6\mathrm{s}\quad T_3=2\pi/\frac{\pi}{5}=10\mathrm{s}$$

$$T'=mT_1=nT_2=12\mathrm{s}\quad \omega'=2\pi\frac{1}{T'}=\frac{\pi}{6}\quad \frac{\omega'}{\omega_3}=\frac{T_3}{T'}=\frac{\pi/6}{\pi/5}=\frac{5}{6}$$

$T=5\times T'=5\times12=60\mathrm{s}$　∴$f_3(t)$为周期信号,周期 T=60s。

(5) $f(t)=\left[\sin\left(t-\dfrac{\pi}{6}\right)\right]^2$

$f(t)=\left[\sin\left(t-\dfrac{\pi}{6}\right)\right]^2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\cos\left(2t-\dfrac{\pi}{3}\right)$为周期信号,周期 $T=\pi\mathrm{s}$。

(6) $f(k)=\cos\left(\dfrac{8\pi}{7}k-\dfrac{\pi}{8}\right)$

$\because \dfrac{2\pi}{\Omega}=\dfrac{2\pi}{\frac{8}{7}\pi}=\dfrac{7}{4}=\dfrac{N}{m}$　∴$f(k)$为周期序列,离散周期 $N=m\times\dfrac{2\pi}{\Omega}=4\times\dfrac{2\pi}{\frac{8}{7}\pi}=7$。

1.3　将下列信号的实部表示成 $A\mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\omega t+\varphi)$的形式,$A$、$\alpha$ 和 ω 须为实数且 $A>0$,$-\pi<\varphi<\pi$。

(1) $f(t)=-6$　　(2) $f(t)=2\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{4}}\cos(2t+2\pi)$

(3) $f(t)=3\mathrm{e}^{-t}\sin(3t+\pi)$　　(4) $f(t)=\mathrm{j}\mathrm{e}^{(\mathrm{j}100t-2)}$

解　(1) $f(t)=-6=\mathrm{Re}(6\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi})=6\cos\pi$

(2) $\mathrm{Re}[f(t)]=2\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2t+\frac{\pi}{4})}]=2\sqrt{2}\cos\left(2t+\dfrac{\pi}{4}\right)$

(3) $f(t)=3\mathrm{e}^{-t}\sin(3t+\pi)=3\mathrm{e}^{-t}\sin\left(3t+\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{2}\right)=3\mathrm{e}^{-t}\cos\left(3t+\dfrac{\pi}{2}\right)$

(4) $f(t)=j\,\mathrm{e}^{(\mathrm{j}100t-2)}=\mathrm{e}^{-2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(100t+\frac{\pi}{2})}$,$\mathrm{Re}[f(t)]=\mathrm{e}^{-2}\cos\left(100t+\dfrac{\pi}{2}\right)$

1.4　试绘出下列各连续信号的波形,注意它们的区别。

(1) $f(t)=(2-3\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$　　(2) $f(t)=\sin\pi t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

(3) $f(t)=\varepsilon(\cos t)$　　(4) $f(t)=t\varepsilon(t-1)$

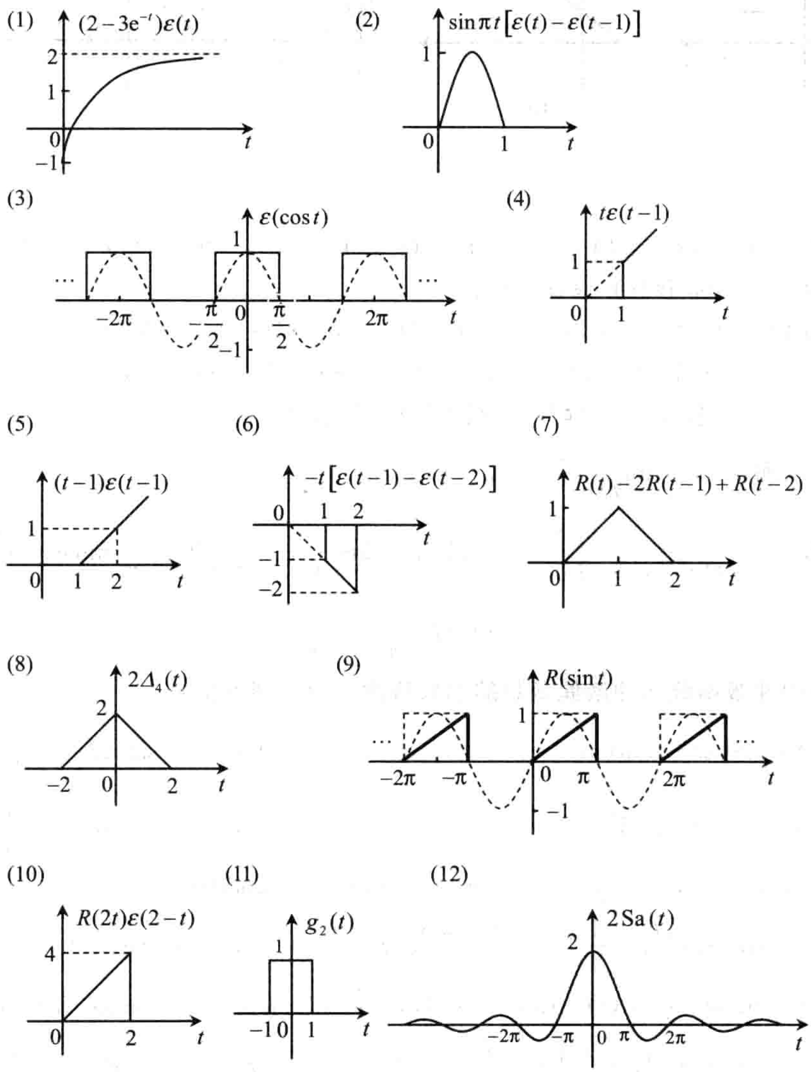
(5) $f(t)=(t-1)\varepsilon(t-1)$　　(6) $f(t)=-t[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$

(7) $f(t)=R(t)-2R(t-1)+R(t-2)$　　(8) $f(t)=2\Delta_4(t)$

(9) $f(t)=R(\sin t)$　　(10) $f(t)=R(2t)\varepsilon(2-t)$

(11) $f(t)=g_2(t)$　　(12) $f(t)=2\mathrm{Sa}(t)$

解



题 1.4 解图

1.5　设 $f(t)=0(t<3)$，试确定下列各信号的零值时间区间。

(1) $f(1-t)$　　(2) $f(1-t)+f(2-t)$　　(3) $f(2t)$

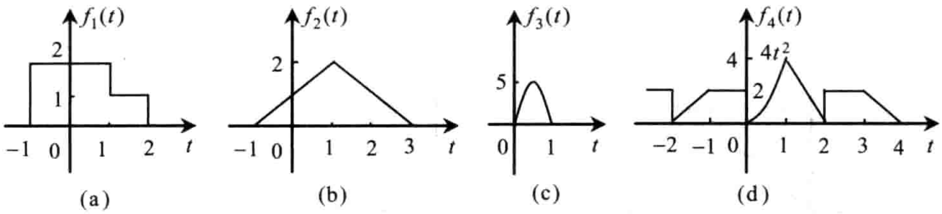
(4) $f(1-t)\times f(2-t)$　　(5) $f(t/2)$

解　(1) $f(1-t)=0(-2<t)$　　(2) $f(1-t)+f(2-t)=0(-1<t)$

(3) $f(2t)=0\left(t<\dfrac{3}{2}\right)$　　(4) $f(1-t)\times f(2-t)=0(-2<t)$

(5) $f\left(\dfrac{t}{2}\right)=0(t<6)$

1.6　试写出题 1.6 图所示各连续信号波形的表达式。



题 1.6 图

解　(a) $f_1(t)=2\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)$　　(b) $f_2(t)=2\Delta_4(t-1)$

(c) $f_3(t)=5\sin\pi t\,[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

(d) $f_4(t)=2\varepsilon(-t-2)+2(t+2)\varepsilon(t+2)-2(t+1)\varepsilon(t+1)-2\varepsilon(t)$

$$+4t^2[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-4(t-2)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$$

$$+2[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]-2(t-4)[\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-4)]$$

1.7　试证明 $\delta(t)=\lim\limits_{\alpha\to0}\dfrac{\alpha}{\pi(\alpha^2+t^2)}$。

证明　∵　$\lim\limits_{\alpha\to\infty}\dfrac{\alpha}{\pi(\alpha^2+t^2)}=\begin{cases}\infty & t=0\\ 0 & t\neq0\end{cases}$，且 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\lim_{\alpha\to\infty}\frac{\alpha}{\pi(\alpha^2+t^2)}\mathrm{d}t=\frac{1}{\pi}\lim_{\alpha\to\infty}\arctan\left(\frac{t}{\alpha}\right)\bigg|_{-\infty}^{\infty}=1$

∴
$$\delta(t)=\lim_{\alpha\to0}\frac{\alpha}{\pi(\alpha^2+t^2)}$$

1.8　利用冲激函数和冲激偶函数的加权特性化简下列各信号。

(1) $f(t)=\sin(\omega t-\varphi)\delta(t)$　　(2) $f(t)=\sin\pi t\delta\left(t+\dfrac{1}{4}\right)$

(3) $f(t)=\sin(\omega t-\varphi)\delta'(t)$　　(4) $f(t)=\sin\pi t\delta'\left(t+\dfrac{1}{4}\right)$

解　(1) $f(t)=\sin(\omega t-\varphi)\delta(t)=\sin(-\varphi)\delta(t)=-\sin\varphi\delta(t)$

(2) $f(t)=\sin(\pi t)\delta\left(t+\dfrac{1}{4}\right)=\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\delta\left(t+\dfrac{1}{4}\right)=-0.707\delta\left(t+\dfrac{1}{4}\right)$

(3) $f(t)=\sin(\omega t-\varphi)\delta'(t)=\sin(-\varphi)\delta'(t)-\omega\cos(-\varphi)\delta(t)=-\sin\varphi\delta'(t)-\omega\cos\varphi\delta(t)$

(4) $f(t)=\sin(\pi t)\delta'\left(t+\dfrac{1}{4}\right)=\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\delta'\left(t+\dfrac{1}{4}\right)-\pi\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\delta\left(t+\dfrac{1}{4}\right)$

$$=-0.707\delta'\left(t+\frac{1}{4}\right)-0.707\pi\delta\left(t+\frac{1}{4}\right)$$

1.9　利用冲激函数和冲激偶函数的取样性质求解下列积分。

(1) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\sin t\delta\left(t-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}t$　　(2) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin5t}{t}\delta(t)\mathrm{d}t$

(3) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-2t}[\delta(t)+\delta'(t)]\mathrm{d}t$　　(4) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+t+1)\delta\left(\frac{t}{2}\right)\mathrm{d}t$

(5) $\displaystyle\int_{0}^{3}(t^2+2)\delta(t-5)\mathrm{d}t$　　(6) $\displaystyle\int_{0}^{10}(t^2+2)\delta(t-5)\mathrm{d}t$

(7) $\displaystyle\int_{0_-}^{t}\sin\tau\delta(\tau-5)\mathrm{d}\tau$　　(8) $\displaystyle\int_{-\infty}^{t}(\tau^2+\tau+1)\delta\left(\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}\tau$

(9) $\int_{-10}^{10}(2t^2+t-5)\delta'\left(t+\dfrac{1}{4}\right)\mathrm{d}t$　　　　(10) $\int_{-\infty}^{t}(1-\tau)\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau$

解　(1) $\int_{-\infty}^{\infty}\sin t\delta\left(t-\dfrac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}t=\sin\dfrac{\pi}{4}=0.707$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty}\dfrac{\sin 5t}{t}\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}5\mathrm{Sa}(5t)\delta(t)\mathrm{d}t=5$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-2t}[\delta(t)+\delta'(t)]\mathrm{d}t=1+2\mathrm{e}^{-2t}\big|_{t=0}=3$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+t+1)\delta\left(\dfrac{t}{2}\right)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+t+1)\mid 2\mid\delta(t)\mathrm{d}t=2$

(5) $\int_{0}^{3}(t^2+2)\delta(t-5)\mathrm{d}t=0$　　(6) $\int_{0}^{10}(t^2+2)\delta(t-5)\mathrm{d}t=\int_{0}^{10}(5^2+2)\delta(t-5)\mathrm{d}t=27$

(7) $\int_{0_-}^{t}\sin\tau\delta(\tau-5)\mathrm{d}\tau=\sin 5\varepsilon(t-5)$

(8) $\int_{-\infty}^{t}(\tau^2+\tau+1)\delta\left(\dfrac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}(\tau^2+\tau+1)2\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=2\varepsilon(t)$

(9) $\int_{-10}^{10}(2t^2+t-5)\delta'\left(t+\dfrac{1}{4}\right)\mathrm{d}t=-(2t^2+t-5)'\big|_{t=-\frac{1}{4}}=-(4t+1)\big|_{t=-\frac{1}{4}}=0$

(10) $\int_{-\infty}^{t}(1-\tau)\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}[\delta'(\tau)+\delta(\tau)]\mathrm{d}\tau=\delta(t)+\varepsilon(t)$

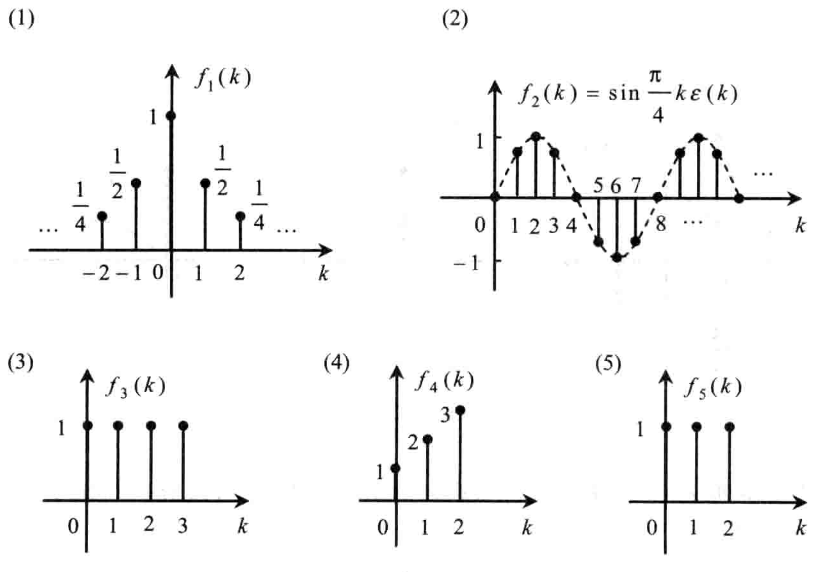
1.10　试绘出下列各序列的波形。

(1) $f_1(k)=\begin{cases}2^k & k<0\\ 2^{-k} & k\geqslant 0\end{cases}$　　　　(2) $f_2(k)=\sin\left(\dfrac{\pi k}{4}\right)\varepsilon(k)$

(3) $f_3(k)=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-4)$　　　　(4) $f_4(k)=\delta(k)+2\delta(k-1)+3\delta(k-2)$

(5) $f_5(k)=g_3(k)$　　　　(6) $f_6(k)=\delta(k+1)\varepsilon(k)$

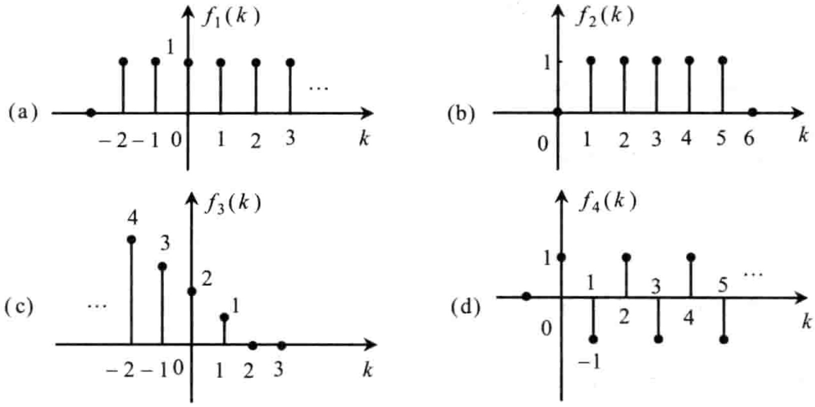
解



题 1.10 解图

(6) 无意义，不能画出波形。

1.11　试写出题 1.11 图所示各序列的数学表达式。

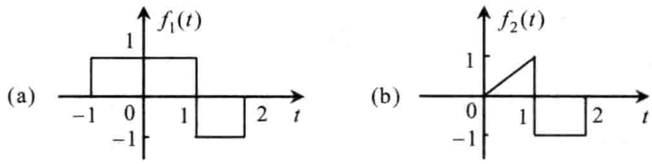


题 1.11 图

解　(a) $f_1(k)=\varepsilon(k+2)$　　(b) $f_2(k)=\varepsilon(k-1)-\varepsilon(k-6)$

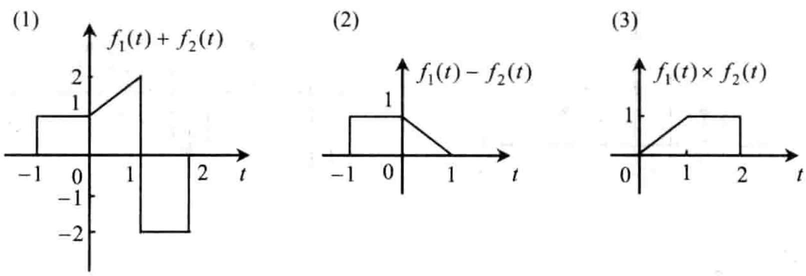
(c) $f_3(k)=(-k+2)\varepsilon(-k+2)=R(-k+2)$　　(d) $f_4(k)=(-1)^k\varepsilon(k)$

1.12　连续信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的波形如题 1.12 图所示，试绘出 $f_1(t)+f_2(t)$、$f_1(t)-f_2(t)$ 和 $f_1(t)\times f_2(t)$ 的波形。



题 1.12 图

解



题 1.12 解图

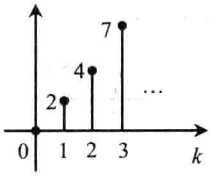
1.13　已知序列 $f_1(k)=k\varepsilon(k)$，$f_2(k)=(2)^{k-1}\varepsilon(k-1)$，试分别写出下列各序列的数学表示式，并绘其图形。

(1) $f_1(k)+f_2(k)$　　(2) $f_1(k)-f_2(k)$　　(3) $f_1(k)\times f_2(k)$

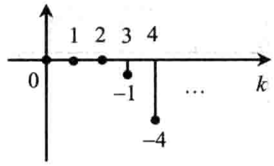
(4) $f_1(k-1)+f_2(k+1)$　　(5) $f_1(k-1)\times f_2(k+1)$

解

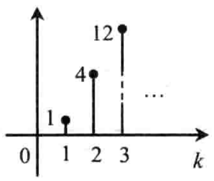
(1) $f_1(k)+f_2(k)=k\varepsilon(k)+(2)^{k-1}\varepsilon(k-1)$



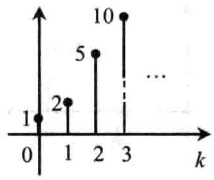
(2) $f_1(k)-f_2(k)=k\varepsilon(k)-(2)^{k-1}\varepsilon(k-1)$



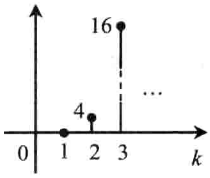
(3) $f_1(k)\times f_2(k)=k(2)^{k-1}\varepsilon(k-1)$



(4) $f_1(k-1)+f_2(k+1)=(k-1)\varepsilon(k-1)+(2)^{k}\varepsilon(k)$



(5) $f_1(k-1)\times f_2(k+1)=(k-1)(2^{k}\varepsilon(k-1)$



题 1.13 解图

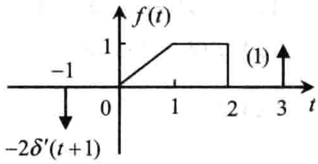
1.14　连续信号 $f(t)$ 的波形如题 1.14 图所示，试分别绘出下列各信号的波形。

(1) $f(-t)$　　(2) $f(t-1)$

(3) $f(-t+1)$　　(4) $f(t)+f(-t)$

(5) $f\left(\dfrac{t}{2}\right)$　　(6) $f(3-2t)$

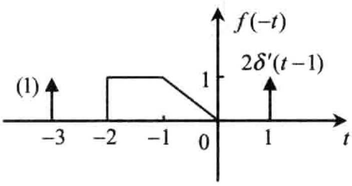
(7) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f\left(\dfrac{t}{2}+1\right)$　　(8) $\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$



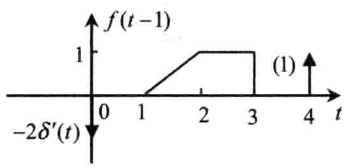
题 1.14 图

解

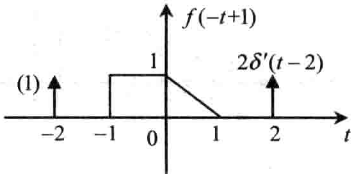
(1)



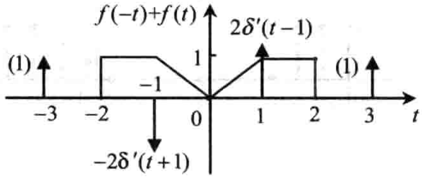
(2)

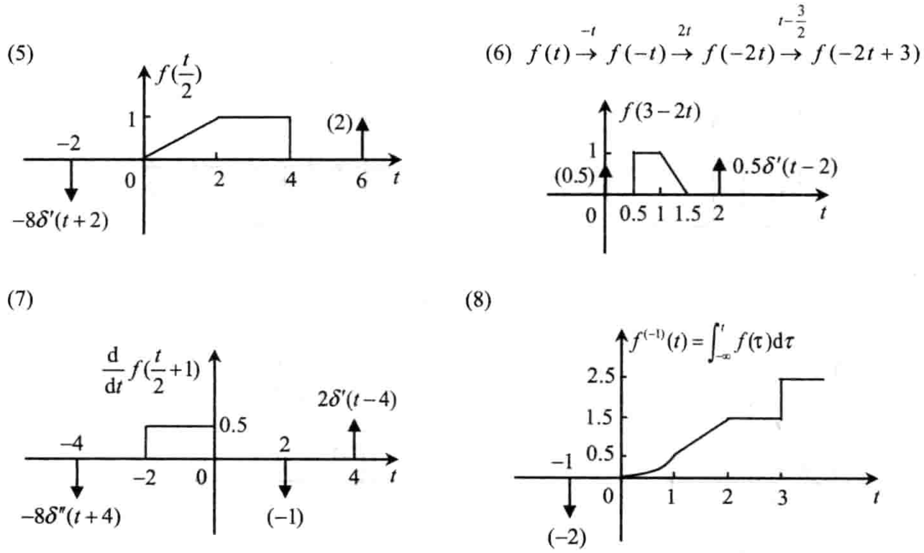


(3)



(4)





题 1.14 解图

1.15 已知 $f(t)$，试问 $f(3-2t)$ 应按哪一种转换可得到正确结果？

(1) $f(-2t)$ 左移 3　　(2) $f(2t)$ 右移 3

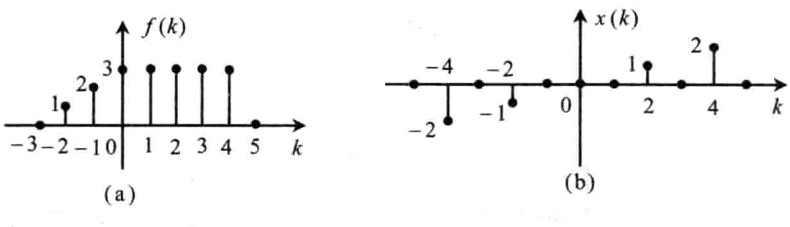
(3) $f(2t)$ 左移 $\frac{3}{2}$　　(4) $f(-2t)$ 右移 $\frac{3}{2}$

解　(4) $f(-2t)$ 右移 $\frac{3}{2}$ 为正确结果。

1.16 离散序列 $f(k)$ 和 $x(k)$ 的波形如题 1.16(a)、(b)图所示，试绘出下列序列的图形。

(1) $f(k+2)\varepsilon(k)$　　(2) $f(k+2)\varepsilon(2-k)$　　(3) $f(k)+x(k)$

(4) $\Delta f(k)$　　(5) $\nabla f(k)$　　(6) $\sum_{n=-\infty}^{k} f(n)$



题 1.16 图

解