

预处理共轭梯度法

**识别桥梁动荷载
分析与应用**

陈震 著



中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

预处理共轭梯度法 识别桥梁动荷载 分析与应用

陈震 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

V446
09

内 容 提 要

基于桥梁动态响应识别桥面移动车载,对监测桥上移动荷载、评估在役桥梁抗裂性能和承载能力、预测桥梁剩余寿命以及桥梁结构可靠度设计和运营维护管理等方面都具有重要意义。本书第1章综述国内外研究现状,第2章介绍目前移动荷载识别主要方法,第3章提出采用预处理共轭梯度法识别桥梁移动荷载,第4章介绍预优矩阵的选取理论及其方法,第5章通过实验室试验进一步阐述移动荷载识别理论和方法,第6章基于试验数据验证提出的预处理共轭梯度法的精确性和有效性。

本书适合道路桥梁、交通工程、土木工程等专业科研、设计人员参考借鉴,也可供相关专业院校师生参考阅读。

图书在版编目(CIP)数据

预处理共轭梯度法识别桥梁动荷载分析与应用 / 陈震著. — 北京:中国水利水电出版社, 2014.12
ISBN 978-7-5170-2812-3

I. ①预… II. ①陈… III. ①共轭梯度法—应用—桥梁试验—荷载分析 IV. ①0241.6②U446

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第302715号

书 名	预处理共轭梯度法识别桥梁动荷载分析与应用
作 者	陈 震 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京京华虎彩印刷有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 9.25印张 219千字
版 次	2014年12月第1版 2014年12月第1次印刷
定 价	38.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前言

车辆荷载是对在役桥梁影响最大的活荷载，通过布设传感器可记录车辆激励荷载作用下桥梁的动态响应，基于桥梁动态响应识别桥面移动车载，对监测桥上移动荷载、评估在役桥梁抗裂性能和承载能力、预测桥梁剩余寿命以及桥梁结构可靠度设计和运营维护管理等方面都具有重要意义。

车辆动荷载会引起路面和桥梁的附加应力，引起桥梁的累积损伤和疲劳破坏，甚至诱发桥梁结构恶性事故。随着桥梁轻型化而车辆荷载重型化、车速高速化的发展，移动荷载的精确识别引起越来越多桥梁工程研究人员的关注。

移动荷载识别属于结构动力学逆问题的范畴，而逆问题的一个显著特点就是存在不适定性。大多数移动荷载识别方法最终都转化为线性方程组的求解，方程组的不适定往往造成不同求解方法给出不同的识别精度。由桥梁响应识别移动车载已有较深入研究，但各识别方法的测点敏感性、鲁棒性以及抗不适定性差异较大，尤其是在车辆上桥和下桥时刻，由于各方法抗不适定性不同，而导致识别精度有较大差异。本书第2章重点介绍第一识别法、第二识别法、时域法、频时域、矩量法、奇异值分解法、Tikhonov 正则化方法、小波分析法和正交函数法等移动荷载识别方法，推导各方法移动荷载识别过程及其特点，为后续新方法的提出奠定理论基础。

本书第3章基于第一识别法、第二识别法、时域法和频时域法理论，结合移动荷载识别的特点，提出采用预处理共轭梯度法识别桥梁移动荷载，并将其与时域法识别移动荷载进行对比。通过数值仿真，发现预处理共轭梯度法较时域法识别有很多优点，例如识别精度高，抗噪能力强，收敛速度快，初始参数易于选取等，可以很大程度地改善移动荷载识别中的不适定问题。预处理共轭梯度法在方程组不适定情况下仍能给出较高的识别精度，且识别结果对噪声影响有明显的抵抗能力。特别当仅仅采用弯矩响应识别移动荷载时，其识别精度较时域法有明显的提高。这为移动荷载识别方法的实际应用打下了基础，因为在实际情况下，测量响应总是不可避免地包含高频噪声，而弯矩响应成分多为

低频成分,不易受到噪声的干扰,因而由其识别荷载精度也会更高。

本书第4章针对预优矩阵的选取理论及其方法进行了详细阐述,针对三种不同预优矩阵类型分别进行数值模拟。预优矩阵的选取对预处理共轭梯度法非常重要,因为它影响到预处理共轭梯度法的识别精度、抗噪性以及抗不适定性等关键问题。数值仿真结果表明三对角预优矩阵较其他两类预优矩阵具有更好的识别效果,预处理共轭梯度法识别精度明显高于共轭梯度法,将共轭梯度法进行预处理后得到的预处理共轭梯度法具有广泛的应用前景和工程实际意义,其中选取合适的预优矩阵是保证其高精度识别的前提条件。

为了进一步检验预处理共轭梯度法,也将这种方法推广到现场识别移动荷载,在实验室开展了车桥模型试验。利用试验测量的桥梁弯矩响应数据,检验预处理共轭梯度法在不同工况下的识别结果。比较桥梁模态数、预处理共轭梯度法迭代次数、桥面粗糙度、车辆重量以及测点选择对识别结果精度的影响后,研究结果表明:基于PCGM方法能够精确地识别车辆荷载,收敛较快且能较好改善荷载识别方程的不适定性,在绝大多数工况下,预处理共轭梯度法均可有效识别桥面移动荷载,且识别精度较高,建议将其推广到实际移动荷载识别中去。同时,桥梁参数对识别精度的影响也很重要,选择合适的参数有助于提高方法的识别精度。

笔者长期从事桥梁移动荷载动态识别的理论研究以及数值模拟工作,并结合实验室车桥模型试验验证本书提出的预处理共轭梯度法,希望以该方法为切入点,对移动荷载识别理论、数值模拟及试验研究开展较为详细的分析与讨论。撰写此书,希望能够抛砖引玉。又囿于本人学识水平有限,书中的错误和缺点在所难免,敬请同行专家批评指正。

陈震

2014年10月

目 录

前言	
第 1 章 绪论	1
1.1 研究意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.3 主要研究内容	5
第 2 章 移动荷载识别理论	6
2.1 第一识别法 (IMI)	6
2.2 第二识别法 (IMII)	7
2.3 时域法 (TDM)	9
2.4 频时域法 (FTDM)	16
2.5 矩量法 (ITDM)	21
2.6 奇异值分解法 (SVD)	25
2.7 Tikhonov 正则化方法	25
2.8 小波分析法	28
2.9 正交函数法	40
2.10 本章小结	51
第 3 章 预处理共轭梯度法识别桥梁移动荷载	52
3.1 理论	52
3.2 数值仿真计算	54
3.3 本章小结	64
第 4 章 预优矩阵的选取	66
4.1 常用预优矩阵类型	66
4.2 预优矩阵比较	67
4.3 本章小结	75
第 5 章 移动荷载识别试验	76
5.1 试验模型	76
5.2 车桥模型动力特性	82

5.3	试验设置	86
5.4	车桥模型试验	89
5.5	试验步骤	95
5.6	本章小结.....	101
第 6 章	预处理共轭梯度法的应用	102
6.1	采样频率的选取	102
6.2	模态数的影响	102
6.3	迭代次数的影响	103
6.4	车桥参数对识别精度的影响	104
6.5	本章小结.....	107
附表		108
参考文献		134

第 1 章

绪 论

1.1 研究意义

桥梁是结构工程领域的一个重要部分,对一个国家和地区的发展有着重要意义。桥面上运动的车辆(动荷载)影响路面和桥梁的使用寿命,制约甚至影响到一个地区或国家的经济发展。车辆总重及各轴轴重数据是世界上许多国家交通部门关心的问题,因为车辆总重及各轴轴重是桥梁规划设计、维护管理及其安全健康监测的重要参考数据,但实际测量这些数据却很困难。传统的测量手段在测量静载时非常精确,但是在移动荷载的测量方面却存在巨大的误差,在这种情况下,由桥梁响应识别移动荷载就成为各国专家学者的研究重点。

随着我国经济建设的迅猛发展,公路交通量急剧增大,车辆的行驶速度和轴重不断增加,公路桥梁在移动荷载作用下遭受的破坏也日益严重。公路交通量迅速增长,车辆速度明显加快,各种载重货车、大平板车、带挂汽车和集装箱运输车的数量和比重逐年递增,相对而言,道路与桥梁等基础设施的发展则较为滞后。许多早期设计的桥梁现时通常要承受比当时设计高出很多的车流量,而新建造的桥梁,则往往由于景观和建筑上的需要,以及高强材料的应用,设计得较为细长而柔软,要确保这些桥梁有足够的强度和刚度,就必须考虑汽车动荷载对桥梁的影响。根据我国的具体国情,准确识别移动车载,设计维护桥梁,发展公路桥梁事业,可以说是从事桥梁研究设计人员的一项非常有意义的工作。

现行的美国公路车辆重量和尺寸规章(标准)是美国公路管理局于 1995 年制定的。车辆尺寸和重量标准是规范和控制国家公路适用车辆最大允许尺寸和重量的重要指标,也是检查和控制超限和超载车辆的基本依据,主要包括轴重、总重、长度及车桥荷载公式限制重量等。该规章具有几个特点:一是既有固定的标准数值,又有允许的超出范围值,如马里兰州和俄亥俄州规定,单轴重量容许范围可以超出标准值的 50% 左右;二是仅对卡车(车辆)的最大允许长度和宽度尺寸加以规定,最大允许高度由各州酌情确定;三是在统一原则规定的前提下,允许各州根据当地地理气候和自然资源条件对规章进行适当调整、修改和补充。

1987 年以来,我国国务院和交通部陆续颁布了公路及超限运输管理的有关条例和法规,但一些运输企业为了谋取更大的利润,违背国家有关车辆额定尺寸和载重量的规定进行超限超载运输,严重破坏了道路等交通基础设施,而且威胁着行车安全。严格按照车辆尺寸和载重法规执法、治理超限超载车辆一直是各级政府部门道路运输管理的主要内容之一,如何利用各种先进技术精确识别移动车载是我国面临的重大课题。

美国各州实施车辆尺寸和重量规章的检测设施主要包括固定检测站、移动检测站、动态称重技术（也称不停车车重检测技术）和设备等。不停车车重检测技术是一项高效率、低成本的检测技术。目前，传统的停车车重检测设备，如地磅检测设备等，大多数已被动态称重所取代。该项技术正在进一步开发，与车辆自动识别、计算机技术和视频技术等系统集成应用，实现车重检测的自动化、智能化。与国外先进的移动称重技术相比，我国移动荷载识别技术严重滞后，而国内市场对该技术需求又十分迫切，因此对这一领域的研究有着重要的现实意义和巨大的应用前景。

1.2 国内外研究现状

随着结构动力学问题研究的深入，人们对振动问题有了更深层次的认识，振动问题发展成很多新的相关研究学科，如结构参数识别、动荷载识别、结构的故障诊断、结构的减振与隔振、结构的动力学优化等。

振动系统与别的系统一样也是由三部分组成，即系统特性、输入和输出。系统特性是指结构系统本身所固有的特性，包括结构的固有频率、固有振型、阻尼、质量特性和刚度特性等；输入是外界对结构系统的作用，即激励，如外荷载激励、位移激励、速度激励、加速度激励等；输出则是输入与系统特性相互作用的结果，振动系统中称之为响应，包括结构的位移响应、速度响应、加速度响应、应变响应等。

振动系统的三方面是相互关联在一起的，构成一封闭的系统。三者之间可以构成完整的数学模型，确定了系统中的两个参量时，另一个参量就确定了。已知输入（激励）和系统特性，求解输出（响应），称为动力学中的正问题；已知输入（激励）、输出（响应），求系统特性，即参数识别，是动力学中的第一类逆问题；已知系统特性、输出（响应），求输入（激励），即荷载识别，是动力学中的第二类逆问题。第一类问题的研究起步较早，相关理论非常成熟和完善，这也为反问题的提出打下了基础，而反问题又有其自身的特点和难点，如不适定性和非线性等。

第一类逆问题的研究（即系统参数识别）较成熟，形成了系统的理论，并在工程中得到了很好的运用。第二类逆问题的研究（即荷载识别）起步较晚，相关理论尚有待于进一步完善，随着科学技术的不断发展，人们对这方面的研究也越来越重视，特别是近年来，该领域已成为研究热点，越来越多的研究人员投入到该研究中来，随着研究的深入，在荷载识别理论不断完善的同时，又有很多新的问题出现。

随着科学技术的发展，人们对作用于工程结构上的荷载关注程度越来越大，对其研究逐渐深入，其中动荷载对结构的影响较大，且具有破坏性和不可预见性，如飞行中飞机受到的气动荷载、轮船受到波浪的冲击荷载等，因此动荷载是研究的重点。尽管动力学参数识别的研究取得了很大的进展，但是作为动力学模型三要素之一的荷载的识别技术尚不完善，在结构的动力学设计、动力学优化、减振隔振设计、抗震设计、强度校核等研究领域中，动态荷载是重要的参考因素。因此准确获得动荷载的数据是一项非常重要的工作。

确定动荷载的方法主要有直接法和间接法，直接法是直接测量出动荷载的大小或测量与动荷载有关的参数来换算出荷载的大小，但是对于大多数实际工程结构，其所受的外部

动荷载往往很难直接测量，甚至不可能测量，例如火箭在飞行过程中所受的推力，房屋或建筑所受的地震力，核反应堆壳体在工作时所受的荷载，汽车行驶时所受的路面激振力，飞机发动机作用到机体的动荷载，直升机旋翼系统作用到机体的动荷载，各种军用飞机发射导弹、火箭、航炮等武器时对飞机本身产生的动荷载等。基于结构实测响应反演动荷载的识别技术是确定动荷载的间接途径，即动荷载识别技术。所谓动荷载识别是通过对结构动响应（位移、速度、加速度或应变等）的测量，根据已知结构动态特性，识别作用在结构上的动荷载。它包含两大方面的研究内容，一是系统建模技术，二是识别方法。对于不同类型的动荷载在这两方面技术上存在着很大的差异，而研究出工程适用的建模过程和识别方法是研究的难点。

动荷载识别的研究建立在系统实测响应的基础上，结构响应的测量是重要的环节。动荷载识别中测量点的布置应遵循以下原则：

(1) 测量点数应不小于待识别的荷载数。

(2) 充分反映参与计算的模态信息，尽可能地将测量点布置在振型的峰谷处，以弥补动响应信息不完善的缺陷，应尽量避免将测量点布置在振型的节点处。

(3) 同方向的测量点不要布置得太近。

(4) 尽量不要将测量点布置在反映激励点作用效应雷同的部位。

(5) 尽量将测量点布置在响应较大的部位，提高信噪比。

(6) 测量点尽可能靠近荷载作用位置，这些部位的响应包含动态荷载的信息较丰富。

建模是研究动力学问题的重要方面，系统建模通常可划分如下：

(1) 数学模型，即以数学公式为基础的纯理论模型，该类模型往往需要用试验数据验证并进行修正。

(2) 实验模型，以实验数据为基础而建立起来的，这种模型更能符合实际结构的特征，但是受实验条件及实验成本的限制，很多情况下，实验数据是不完备的，因此建立实验模型的难度较大。

(3) 有限元模型，运用有限元分析技术，建立系统的分析模型，它是理论模型和实验模型的结合，模型要根据测量数据进行多次修正。随着计算机技术的发展，大型有限元分析软件的出现，使得大型复杂结构的分析成为可能，也极大地推动了该项技术的发展。

动荷载识别技术开始于 20 世纪 70 年代，早期的动荷载识别技术源于军事用途。此后，该技术得到迅速的发展，随着该项技术在国民经济领域的广泛运用，很多研究学者从事该领域的研究，并取得了丰硕的研究成果。概括起来可以分为两大类：频域动荷载识别技术和时域动荷载识别技术。

频域动荷载识别技术是将系统的动力学方程转化到频域中，运用已知条件识别未知动荷载，最后将频域中的动荷载进行傅里叶反变换转化成时域动荷载。由于在频域中，系统的输入和输出成简单的线性关系，这给计算带来方便，也使复杂的问题简单化，加速了该项技术的发展。目前频域动荷载识别技术较成熟，并成功运用于工程中。

时域动荷载识别技术的研究起步较晚，尚有很多问题需要解决。在时域中，系统的输入输出成复杂的卷积关系，这给数学处理上带来不便。近年来，随着研究的深入，时域方法在不断地得到完善。伴随着新的数学工具和信号处理工具的出现，动荷载识别技术进入

了一个新的阶段，其中小波工具的出现，为人们研究动荷载识别提供了新的途径。

结构的动态荷载识别问题属于结构动力学的反问题，传统的移动荷载识别方法是利用地磅技术来称取车辆的轴重或总重，但是这种方法仅能用于测量车辆静荷载。许多研究表明动荷载引起的桥梁响应比静载引起的桥梁响应大，对桥梁的影响和损坏也比静载高得多——是静载的 2~4 倍。在这种情况下，由桥梁响应间接识别移动荷载，就成为解决这些问题的重要手段。

移动荷载识别技术发展到现在，已经产生了很多种识别方法，其中较常用的方法包括第一识别法（IMI）、第二识别法（IMII）、时域法（TDM）、频域法（FTDM）、矩量法、Tikhonov 正则化方法、小波分析法、正交函数法、有限元法（FEM）以及多项式拟合法等。通过对各种方法识别精度、识别效率以及各种影响参数的比较，发现各种方法都有其优点但也各有不足。鉴于此，余岭于 2001 年将前四种方法组合在一起发展成为“移动荷载识别系统（MFIS）”，借以扬长避短，发挥各自的长处，从而使移动荷载识别技术更为合理有效。

第一识别法（力平衡法）基于梁单元模型发展而来，将桥梁模型简化为由无质量弹性梁单元连接的集中质量块组成，利用数字差分法和积分，通过求解振动方程来识别移动荷载；第二识别法（模态叠加法）采用连续梁模型，通过模态叠加求解方程来识别移动荷载；时域法是将系统的运动方程进行模态坐标转换，并认为在离散的时间间隔内荷载是一个阶跃力，据此将动力方程解耦得到非耦合动力方程，然后就可以解出动态荷载的时间历程；频域法是通过傅里叶变换将运动方程转化到频域求解，求得频域荷载后再通过傅里叶逆变换即可获得时域时变荷载。

余岭通过大量的实验比较研究，以及对各种影响参数的考虑，得出时域法除了较费时以外，是四种方法中最有效的识别方法。四种方法都可以在误差允许范围内识别荷载，但是改变参数对各种方法的影响均有不同，因此针对不同工况，采用合适的识别方法非常重要。

大多数移动荷载识别方法最终都转化为线性方程组 $Ax=b$ 的求解问题。其中 A 代表与车辆荷载和桥梁结构有关的系统矩阵， x 是未知时变荷载时间列向量， b 是桥梁测点响应时间列向量。一般情况下，方程组是超定方程组，应用最小二乘法即可求得荷载向量。除了最小二乘法，常用的方法有伪逆解法，但是由于测量噪声或者测量响应数据的误差，矩阵 A 经常是欠秩或者接近欠秩，此时荷载向量不唯一，导致识别结果不稳定。利用奇异值分解求解伪逆可以很好地解决这一问题，然而，奇异值分解法要求出系数矩阵所有的特征值和特征向量，这在秩亏损较小而矩阵较大时，其工作量将相当大。因此，针对以上各种方法存在的问题，仍然有必要对系数矩阵求逆产生的误差进行改进，可由两方面改进：①采用一种使估计误差最小的系数矩阵优化估计方法；②避免系数矩阵求逆。

求解数学物理反问题面临的两个本质性的困难是：①原始问题可能不属于所论问题精确解所对应的数据集，因而，其近似解可能不存在；②原始资料小的观测误差可能会导致近似解与真实解的严重偏离（例如病态矩阵情况）。概言之，反问题常常就是不适定问题，若不用特殊的方法求解，将得不到合理的解答。

不适定的概念是 Hadamard 为了描述数学物理问题与定解条件的合理搭配，于 20 世

纪初引入的。即在解的存在性、解的唯一性、解的稳定性这三个条件中,至少有一个不能满足,则称其为不适定的。对于不适定问题,首先要定义原问题的近似解,在近似解确定后,还需要寻求稳定的数值解法,进而确定原问题的稳定的数值解。针对线性方程组 $Ax=b$ 的求解特点,可以采用一族与原问题相“临近”的适定问题 $Ax+\lambda x=b$ 的解去逼近原问题的真解,当参数 λ 较小时与原问题的解是“临近”的。因此,如何构造“临近”的问题(即如何构造正则算子),以及如何确定相应的合适的参数,将成为解决线性方程组不适定问题的核心内容。

1.3 主要研究内容

全书共分6章,各章内容如下:

第1章简要介绍研究意义,国内外研究现状及主要研究内容。

第2章较详细地论述了目前有关移动荷载识别的理论,主要包括几种常用的移动荷载识别方法。

第3章引入了预处理共轭梯度法,简要介绍了预处理共轭梯度法的基本理论。通过数值仿真,由桥梁弯矩响应、加速度响应及其组合来识别移动荷载。通过比较预处理共轭梯度法与时域法识别结果,可以发现预处理共轭梯度法在方程组不适定情况下仍能给出较高的识别精度,且具有明显的抗噪能力。

第4章介绍了不同的预优矩阵选择理论,通过选择不同的预优矩阵,由桥梁弯矩响应、加速度响应及其组合来识别桥梁移动荷载,通过比较识别结果,可以发现预优矩阵的选取对识别结果的影响很大,是预处理共轭梯度法成败的关键。

第5章通过设计制作车桥模型试验,分析车桥模型的动力特性,记录不同工况下车桥相互作用的响应数据,为下一章预处理共轭梯度法的应用准备数据资料。

第6章将预处理共轭梯度法应用于试验研究,通过各种工况识别精度的比较,发现预处理共轭梯度法能精确识别移动荷载,建议将其推广到实践应用中去。同时比较了不同车桥参数对识别结果精度的影响,可以发现选择合适的参数有助于精确识别桥梁移动荷载。

第 2 章

移动荷载识别理论

由桥梁动力响应识别移动荷载是个非常重要的反问题，传统的车辆轴载或总重的称量方法仅能得到车辆的静荷载。识别方法的不断改进促进了“动态地磅（WIM）”技术的发展，现有大多数 WIM 系统都能精确测量静力轴载，但是动力轴载也很重要。因此很有必要利用桥梁动力响应来识别车辆动力荷载。本章将介绍由桥梁响应来识别桥面动力荷载的几种常用方法：它们分别是第一识别法（IMI）、第二识别法（IMII）、时域法（TDM）和频域法（FTDM）、矩量法（ITDM 又称广义伽辽金法）、奇异值分解法（SVD）、Tikhonov 正则化方法。

2.1 第一识别法（IMI）

如图 2.1.1 所示，将简支梁桥简化为由一系列集中质量块组成的系统，各集中质量块间由无质量弹性梁单元相连接。在任意时刻、节点响应，如：位移和弯矩响应，可分别由式（2.1.1）和式（2.1.2）表示：

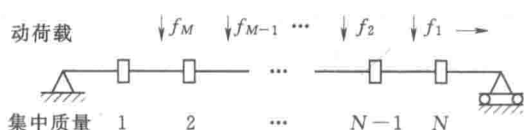


图 2.1.1 梁的结构模型

$$Y = Y_A f - Y_I \Delta m \ddot{Y} - Y_I C \dot{Y} \quad (2.1.1)$$

$$M = M_A f - M_I \Delta m \ddot{Y} - M_I C \dot{Y} \quad (2.1.2)$$

这里 f 是荷载向量， Δm 是对角矩阵，其对象元素为集中质量值， C 是阻尼矩阵， M ，

Y ， $\dot{Y}$ ， $\ddot{Y}$ 分别是节点弯矩、位移、速度和加速度向量。 Y_A ， Y_I 是节点荷载与节点位移关系矩阵， M_A ， M_I 是节点荷载与节点弯矩关系矩阵，其中下标 A 和 I 分别代表实际作用力和结构内力。

利用加速度 $\ddot{Y}$ 、位移 Y 或弯矩 M 可以求得移动荷载。对于所有节点，若位移 Y 已知，则 $\dot{Y}$ 和 $\ddot{Y}$ 可通过差分法求得，式（2.1.1）是超定线性方程组，其中 f 可以求出。类似地，若 $\ddot{Y}$ 已知，则通过积分法可求解 $\dot{Y}$ 和 Y ，进一步亦可求得 f 。然而，若把测量弯矩响应作为输入数据，则会出现求解困难，因为移动荷载 f 并不总是在节点上，此时节点位移和节点弯矩间关系为

$$Y = Y_B M + Y_C f \quad (2.1.3)$$

这里 $Y_C f$ 代表一点或多点荷载 f 作用在单元内引起的附加弯矩而导致的变形。 Y_C 可根据

已知荷载的位置来计算。 Y_B 和 M 均已知, 但 Y 不能确定, 因为 f 未知, 不过 O'Connor 和 Chan (1988a 和 1988b) 给出了 f 详细的解。

2.2 第二识别法 (IMII)

如图 2.2.1 所示, 将桥梁考虑为一简支梁, 其跨长为 L , 抗弯刚度为 EI , 单位长度质量为 ρ , 黏性比例阻尼为 C , 忽略剪切变形和转动惯量 (即伯努利-欧拉梁)。假设一移动荷载 $f(t)$ 以速度 c 自梁左端支承处向右移动, 则其振动微分方程:

$$\rho \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} = \delta(x-ct) f(t) \quad (2.2.1)$$

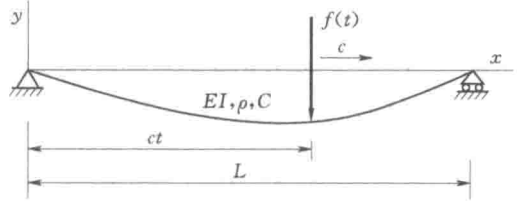


图 2.2.1 移动荷载识别简支梁模型

这里 $v(x,t)$ 是梁在时刻 t 、位置 x 处的变形, $\delta(x-ct)$ 是狄拉克函数。

式 (2.2.1) 的边界条件为

$$v(0,t)=0, v(L,t)=0, \left. \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0, \left. \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0$$

$$\text{和 } v(x,0)=0, \left. \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0$$

基于模态叠加原理, 假设梁的第 n 阶模态振型函数为 $\phi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L}$, 则式 (2.2.1) 的解可表示为

$$v(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) q_n(t) \quad (2.2.2)$$

矩阵形式为

$$v = \left\{ \sin \frac{\pi x}{L} \quad \sin \frac{2\pi x}{L} \quad \cdots \quad \sin \frac{n\pi x}{L} \right\} \{q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_n\}^T \quad (2.2.3)$$

这里 n 为模态数, $q_n(t)$ ($n=1,2,\dots,\infty$) 是第 n 阶模态位移。将式 (2.2.2) 代入式 (2.2.1), 并在 $[0,L]$ 内对 x 进行积分, 利用边界条件和狄拉克函数特性, 系统振动微分方程可用模态位移 $q_n(t)$ 表示为

$$\ddot{q}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{2}{\rho L} p_n(t), (n=1,2,\dots,\infty) \quad (2.2.4)$$

这里 $\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho}}$ 、 $\xi_n = \frac{C}{2\rho\omega_n}$ 、 $p_n(t) = f(t) \sin \frac{n\pi ct}{L}$ 分别为桥梁第 n 阶模态频率、阻尼比和模态力。

如有 k 个荷载, 且第 k 个荷载到第一个荷载的距离为 $\bar{x}_k$ ($\bar{x}_1=0$), 则式 (2.2.4) 可写为

$$\begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \vdots \\ \ddot{q}_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 2\xi_1\omega_1\dot{q}_1 \\ 2\xi_2\omega_2\dot{q}_2 \\ \vdots \\ 2\xi_n\omega_n\dot{q}_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \omega_1^2q_1 \\ \omega_2^2q_2 \\ \vdots \\ \omega_n^2q_n \end{Bmatrix} = \frac{2}{\rho L} \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi(ct-\bar{x}_1)}{L} & \sin \frac{\pi(ct-\bar{x}_2)}{L} & \cdots & \sin \frac{\pi(ct-\bar{x}_k)}{L} \\ \sin \frac{2\pi(ct-\bar{x}_1)}{L} & \sin \frac{2\pi(ct-\bar{x}_2)}{L} & \cdots & \sin \frac{2\pi(ct-\bar{x}_k)}{L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin \frac{n\pi(ct-\bar{x}_1)}{L} & \sin \frac{n\pi(ct-\bar{x}_2)}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi(ct-\bar{x}_k)}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_k \end{Bmatrix} \quad (2.2.5)$$

$x_1, x_2, \dots, x_l$ 处的模态位移可通过式 (2.2.1) 求得

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi x_1}{L} & \sin \frac{2\pi x_1}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_1}{L} \\ \sin \frac{\pi x_2}{L} & \sin \frac{2\pi x_2}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_2}{L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin \frac{\pi x_l}{L} & \sin \frac{2\pi x_l}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_l}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{Bmatrix} \quad (2.2.6)$$

梁上 $x_1, x_2, \dots, x_l$ 处的速度可通过位移的一次微分求得

$$\begin{Bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \vdots \\ \dot{v}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi x_1}{L} & \sin \frac{2\pi x_1}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_1}{L} \\ \sin \frac{\pi x_2}{L} & \sin \frac{2\pi x_2}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_2}{L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin \frac{\pi x_l}{L} & \sin \frac{2\pi x_l}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_l}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{Bmatrix} \quad (2.2.7)$$

进一步, 梁上 $x_1, x_2, \dots, x_l$ 处的加速度可通过位移的二次微分求得

$$\begin{Bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \vdots \\ \ddot{v}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi x_1}{L} & \sin \frac{2\pi x_1}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_1}{L} \\ \sin \frac{\pi x_2}{L} & \sin \frac{2\pi x_2}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_2}{L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin \frac{\pi x_l}{L} & \sin \frac{2\pi x_l}{L} & \cdots & \sin \frac{n\pi x_l}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \vdots \\ \ddot{q}_n \end{Bmatrix} \quad (2.2.8)$$

类似地, 相应位置的弯矩可利用关系式 $M = -EI(\partial^2 v / \partial x^2)$ 求得

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_l \end{Bmatrix} = -\frac{EI\pi^2}{L^2} \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi x_1}{L} & 2^2 \sin \frac{\pi x_1}{L} & \cdots & n^2 \sin \frac{\pi x_1}{L} \\ \sin \frac{\pi x_2}{L} & 2^2 \sin \frac{\pi x_2}{L} & \cdots & n^2 \sin \frac{\pi x_2}{L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin \frac{\pi x_l}{L} & 2^2 \sin \frac{\pi x_l}{L} & \cdots & n^2 \sin \frac{\pi x_l}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{Bmatrix} \quad (2.2.9)$$

若 $f_1, f_2, \dots, f_k$ 为已知常量移动荷载, 忽略阻尼的影响, 则式 (2.2.1) 的解为

$$v(x, t) = \frac{L^3}{48EI} \sum_{i=1}^k f_i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n^2 - \alpha^2)} \sin \frac{n\pi x}{L} \left[\sin \frac{n\pi(ct - \bar{x}_i)}{L} - \frac{\alpha}{n} \sin \omega_n \left(t - \frac{\bar{x}_i}{c} \right) \right] \quad (2.2.10)$$

这里 $\alpha = \frac{\pi c}{L\omega_n}$, 若在一组常量移动荷载作用下, $x_1, x_2, \dots, x_l$ 处的位移已知, 则每个常量移动荷载可通过解下式方程求得

$$v = S_{vp} f \quad (2.2.11)$$

其矩阵形式可表示为

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \\ v_l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & \cdots & s_{1j} & \cdots & s_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{i1} & & s_{ij} & & s_{ik} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{l1} & \cdots & s_{lj} & \cdots & s_{lk} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_k \end{Bmatrix} \quad (2.2.12)$$

这里

$$s_{ij} = \frac{L^3}{48EI} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n^2 - \alpha^2)} \sin \frac{n\pi x_i}{L} \left[\sin \frac{n\pi(ct - \bar{x}_j)}{L} - \frac{\alpha}{n} \sin \omega_n \left(t - \frac{\bar{x}_j}{c} \right) \right] \quad (2.2.13)$$

若 $l \geq k$, 即位移的测量点数大于或等于车轴轴数, f 可用最小二乘法求解:

$$f = (S_{vp}^T S_{vp})^{-1} S_{vp}^T v \quad (2.2.14)$$

若已知的不是桥梁位移响应, 而是弯矩响应, 则同样可以从弯矩响应求得式 (2.2.1) 的解:

$$M(x, t) = \frac{L}{4} \sum_{i=1}^k f_i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8n^2}{\pi^2} \sin \frac{n\pi x}{L} \frac{1}{n^2(n^2 - \alpha^2)} \left[\sin \frac{n\pi(ct - \bar{x}_i)}{L} - \frac{\alpha}{n} \sin \omega_n \left(t - \frac{\bar{x}_i}{c} \right) \right] \quad (2.2.15)$$

2.3 时域法 (TDM)

式 (2.2.4) 可以通过卷积积分在时域求解 $q_n(t)$:

$$q_n(t) = \frac{1}{M_n} \int_0^t h_n(t - \tau) p_n(\tau) d\tau \quad (2.3.1)$$

这里

$$h_n(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\xi_n \omega_n' t} \sin(\omega_n' t) (t \geq 0), \omega_n' = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2}, M_n = \frac{2}{\rho L}$$

将式 (2.3.1) 代入式 (2.2.8) 即可得到梁上 x 处, t 时刻的位移为

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{M_n \omega_n'} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_0^t e^{-\xi_n \omega_n' (t-\tau)} \sin \omega_n' (t - \tau) \sin \frac{n\pi c\tau}{L} f(\tau) d\tau \quad (2.3.2)$$

2.3.1 由弯矩响应识别移动荷载

梁上 x 处, t 时刻的弯矩为

$$M(x, t) = -EI \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.3.3)$$

将式 (2.3.2) 代入式 (2.3.3) 得到

$$M(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2EI\pi^2}{\rho L^3} \frac{n^2}{\omega_n} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_0^t e^{-\xi_n \omega_n (t-\tau)} \sin \omega'_n (t-\tau) \sin \frac{n\pi c\tau}{L} f(\tau) d\tau \quad (2.3.4)$$

假定 $f(t)$ 是时间步长 Δt 的函数, 上式可写成离散形式:

$$M(i) = \frac{2EI\pi^2}{\rho L^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\omega_n} \sin \frac{n\pi x}{L} \sum_{j=0}^i e^{-\xi_n \omega_n \Delta t (i-j)} \sin \omega'_n \Delta t (i-j) \sin \frac{n\pi c \Delta t j}{L} f(j) \Delta t$$

($i=0, 1, 2, \dots, N$)

(2.3.5)

这里 Δt 为采样时间间隔, $N+1$ 为数据样本数, 设

$$C_m = \frac{2EI\pi^2}{\rho L^3} \frac{n^2}{\omega_n} \sin \frac{n\pi x}{L} \Delta t, E_n^{i-j} = e^{-\xi_n \omega_n \Delta t (i-j)}$$

$$S_1(i-j) = \sin \omega'_n \Delta t (i-j), S_2(j) = \sin \left(\frac{n\pi c \Delta t j}{L} \right)$$

则式 (2.3.5) 可写成矩阵形式:

$$\begin{Bmatrix} M(0) \\ M(1) \\ M(2) \\ \vdots \\ M(N) \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} C_m \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_n^1 S_1(1) S_2(1) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & E_n^{N-1} S_1(N-1) S_2(1) & E_n^{N-2} S_1(N-2) S_2(2) & \cdots & E_n^{N-N_B} S_1(N-N_B) S_2(N_B) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ f(2) \\ \vdots \\ f(N_B) \end{Bmatrix} \quad (2.3.6)$$

这里 $N_B = \frac{L}{c \Delta t}$

设在上、下桥时, $f(t)=0$, 即

$$f(0)=0 \quad f(N_B)=0$$

从式 (2.3.5) 可得

$$M(0)=0 \quad M(1)=0$$

式 (2.3.5) 可重写为

$$\begin{Bmatrix} M(2) \\ M(3) \\ \vdots \\ M(N) \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} C_m \begin{bmatrix} E_n^1 S_1(1) S_2(1) & 0 & \cdots & 0 \\ E_n^2 S_1(2) S_2(1) & E_n^1 S_1(1) S_2(2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_n^{N-1} S_1(N-1) S_2(1) & E_n^{N-2} S_1(N-2) S_2(2) & \cdots & b_m \end{bmatrix}$$