

特别收录

最新奥赛真题



学科主编
周沛耕

国家奥林匹克集训队教练
北京大学附中数学特级教师



解题方法与 赛前实战

小学数学

《金牌奥赛》编委会 编

考试让你得高分!



北京出版集团公司
北京教育出版社

课本内容概述

课外知识拓展

奥赛真题解析

助力小学奥赛



解题方法与 赛前实战

小学数学

《金牌奥赛》编委会 编

本册主编：毕淑云 俞晓宏 舒秀 施恩
编委：于志斌 王红娟 王美玲 尹志梅 兰俊义
孙冬梅 任延明 邵波 苏正楷 苏孝从
苏岫云 李永哲 李英淑 李海军 陈家锐
陈天辉 辛德辉 林银 周萌 金成哲
金英兰 郑培敏 施恩 胡均宇 郭灵恩
苗凤龙 梁永久 程晓敏 舒秀



北京出版集团公司
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

解题方法与赛前实战. 小学数学/《金牌奥赛》编委会编. —北京:北京教育出版社, 2014. 8

(金牌奥赛)

ISBN 978 - 7 - 5522 - 2047 - 6

I. ①解… II. ①金… III. ①小学数学课—题解 IV. ①G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 102366 号

金牌奥赛·解题方法与赛前实战 小学数学

《金牌奥赛》编委会 编

*

北京出版集团公司 出版
北京教育出版社
(北京北三环中路6号)

邮政编码:100120

网址:www.bph.com.cn

北京出版集团公司总发行

全国各地书店经销

三河市聚河金源印刷有限公司

*

787×1 092 16 开本 20.25 印张 430 000 字

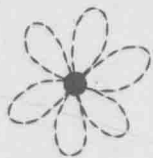
2014 年 8 月第 1 版 2014 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5522 - 2047 - 6

定价:36.80 元

版权所有 翻印必究

质量监督电话:(010)62698883 58572750 58572393 购书电话:(010)58572822



前言



知识经济时代的竞争是高素质人才的竞争。高素质人才的培养必须从小抓起,培养他们的思维能力、创新精神和解决实际问题的能力。在数学教育中就要体现现代数学思想,增加富有灵活性和创造性的数学内容,以达到培养学生数学素质的目的。

学生除了在课堂上科学地、规范地不断进行系统的数学基础知识和技能学习外,还要进行课外学习。科学合理地开展数学课外活动,更好地将数学课外活动与课堂教学结合起来,既可以引导学生学好课本内容,又能使学有余力的学生适应更高要求,是提高教学效益和教学质量的基本保证。本书以国内外中小学数学竞赛为背景、以全日制九年义务教育数学课程标准为准绳进行编写。

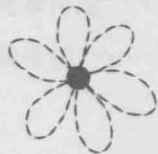
本书在编写过程中力求遵循两条原则:

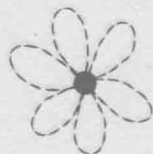
1. 课内与课外相结合。在内容安排上力争与课堂教学同步,采用从课内到课外逐步引申扩充的方式形成系统的教程,着重于解题思路的分析和方法技巧的总结,引导学生努力学好现行的课本知识,使学生进一步加深对现行课本内容的理解,体现“以课堂教学为主,课外活动为辅”的原则。因此学生只要把课内数学知识学好,并善于思考,就可以顺利地学好本书。

2. 普及与提高相结合。随着社会对人才要求的提高,越来越多的学生迫切要求提高自身的数学素质,因此课外活动应面向大多数学生,普遍提高学生的数学素质并促进其全面发展。基于这一想法,本书强调普及,注重基础,是课堂教学内容的加深和拓宽;强调提高,帮助学生拓宽知识视野,介绍课堂教学中没有但竞赛选拔考试要求的内容、方法和技巧。

本书的特点:

一、一题多解:数学的一题多解是最能体现数学解题基本方法的。所谓一题多解,就是用不同的思维分析方法,多角度、多途径地解答问题。因此,本书这一类题的解法极富技巧性、趣味性,对数学感兴趣的学生可以从中提高自己的数学素养,并得到美的享受;对数学不感兴趣的学生可以





从中逐渐培养自己的数学兴趣。老师若认真研读体味本书提供的各种解题技巧和方法，就会对数学课堂教学产生极强的指导作用。

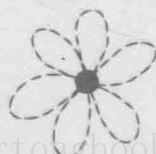
二、习题典型：数学练习题浩如烟海，我们从众多数学试题中精选提炼出具有典型性的试题，按知识点分类，给学生提供极富典型性的练习题，启发引导学生举一反三、触类旁通，帮助学生更好地掌握中小学数学的各项内容，跳出茫茫题海，进而实现从应试教育向素质教育的转变。

本书立足于基础知识，着眼于培养学生灵活运用知识的能力，以思维训练为核心，以内容浅显、形式灵活多样为主旨，覆盖面广，趣味性强。考虑到学生的认知规律，例题力求典型、新颖、独特，解法力求简练、灵活、别致，着眼于提高学生的解题能力和数学思维能力。练习有详细解答，便于学生自学自练，也便于教师及家长辅导学生。为了不加重学生负担，各册书前后虽有一定的连贯性，但每册又自成体系，每章篇幅小、内容精。

本书的作者均为各册教学一线的骨干教师及资深奥赛教练，他们积累了大量的宝贵经验。书中的例题、练习题都是经过精心挑选并经过反复实践的有代表性的名题、好题，有很强的可读性和实用性。建议读者在使用本书的过程中，注意循序渐进，边学边练，以达到巩固提高的目的。

此外，还要指出的是，本书在取材、编写上充分做到了知识性与趣味性、理论性与实践性、全面性与针对性、选拔性与适应性的结合，充分体现了数学课程的目标和要求。同时本书侧重于开拓解题思路和解题技巧，使读者通过本书的学习和练习，找到规律性的方法，从而达到举一反三的目的，并进而提高其整体素质。

我们在编写本书时，参阅了国内有关著作，在此对这些著作的作者深表谢意。由于编者水平有限，在编辑成书过程中难免存在一些缺陷和遗漏，恳请广大读者和有关专家学者提出宝贵意见，以便再版时修订。





目 录

上册 小学数学竞赛题型介绍

第一章 高斯算法	002
第二章 算式谜	008
第三章 幻方与数阵图	016
第四章 整除问题	022
第五章 余数问题	027
第六章 平均数问题	031
第七章 植树问题	037
第八章 工程问题	041
第九章 相遇问题	050
第十章 追及问题	057
第十一章 火车过桥	064
第十二章 三角形的等积变形	066
第十三章 分数、百分数问题	072
第十四章 年龄问题	081
第十五章 鸡兔同笼	087
第十六章 盈亏问题	092
第十七章 周期问题	099
第十八章 页码问题	106
第十九章 有趣的拆数	110
第二十章 定义新运算	115
第二十一章 牛吃草问题	122
第二十二章 逻辑推理	128





第二十三章 抽屉原理	134
第二十四章 策略问题	139
第二十五章 容斥原理	144

下册 小学数学竞赛解题技巧

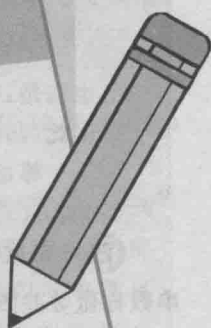
第二十六章 有序思考	152
第二十七章 化整为零	160
第二十八章 整体分析	166
第二十九章 计算技巧	173
第三十章 以简驭繁	180
第三十一章 以实代虚	187
第三十二章 枚举筛选	197
第三十三章 估值调整	204
第三十四章 变换角度	210
第三十五章 倒着推算	216
第三十六章 同中求异, 异中求同	224
第三十七章 推向极端	230
第三十八章 图示与理解	236
第三十九章 联想转化	245
附录: 2014 年第十二届“走进美妙的数学花园”青少年展示交流活动趣味数学 解题技能展示大赛初赛 (B 卷)	257
2014 年第十九届华罗庚金杯少年数学邀请赛决赛 (A 卷)	260
参考答案	263

上册

小学数学竞赛

题型介绍

123.....





第一章

高斯算法



内容精要

德国有一位世界著名的数学家叫高斯(1777—1855),他上学时,老师出了一道数学题: $1+2+3+\cdots+100=?$ 小高斯看了看题目,想了一下,很快说出结果是5050。他的同学无不为之惊奇,甚至还有的同学以为他在瞎说。但小高斯得出的结果被确定是正确的。同学们,你们知道他是怎么算出来的吗? 原来小高斯在认真审题的基础上,根据题目的特点,发现了这样的有趣现象: $1+100=101$, $2+99=101$, $3+98=101$, $\cdots$, $50+51=101$, 一共有多少个101呢? 100个数,每两个数是一对,共有50对,即共有50个101,所以

$$\begin{aligned} & 1+2+3+\cdots+100 \\ &= \underbrace{(1+100)+(2+99)+(3+98)+\cdots+(50+51)}_{\text{共50个101}} \\ &= 101 \times 50 \end{aligned}$$

也就是: $(1+100) \times (100 \div 2) = 101 \times 50 = 5050$ 。

由此,归纳出一个公式,是

等差数列的和 = (首项 + 末项) $\times$ 项数 $\div 2$

(注) 在数学上,人们把1~100这些数中的每个数都叫做一个项,并把这样的一串数称做等差数列。

这就是“高斯算法”的公式。有了它,好多数学竞赛中的问题解答起来就方便多了。

例 1 计算: $6000 - 1 - 2 - 3 - \cdots - 99 - 100$ 。

分析 可先利用减法的性质,把原题变为 $6000 - (1+2+3+\cdots+100)$, 然后再利用高斯求和公式计算。

$$\begin{aligned} & \text{解} \rightarrow 6000 - 1 - 2 - 3 - \cdots - 99 - 100 \\ &= 6000 - (1+2+3+\cdots+99+100) \\ &= 6000 - (1+100) \times 100 \div 2 \\ &= 6000 - 5050 \\ &= 950 \end{aligned}$$



例 2 计算: $1+2+3-4+5+6+7-8+9+\cdots+25+26+27-28$ 。

解法一 → 变减为加, 整体推算。

(其中减数为 4 的倍数, 共 $28 \div 4 = 7$ (个))

$$\begin{aligned} & (1+28) \times 28 \div 2 - [(4+28) \times 7 \div 2] \times 2 \\ &= 406 - 224 \\ &= 182 \end{aligned}$$

解法二 → 分组累计。

从头算起每 4 个数为一组, 分别计算每组数的得数为 2、10、18……50。其和为: $(2+50) \times 7 \div 2 = 182$ 。

解法三 → 加数、减数分别统计。

减数全部拿出以后, 剩下的加数是

$$1+2+3+5+6+7+9+\cdots+25+26+27。$$

把这些加数每 3 个一组, 并求出每组之和:

$$\begin{aligned} & (1+2+3) + (5+6+7) + \cdots + (25+26+27) \\ &= 6+18+\cdots+78 \\ &= (6+78) \times 7 \div 2 \\ &= 294 \end{aligned}$$

七个减数的和为 $(4+28) \times 7 \div 2 = 112$ 。

原式的得数为 $294 - 112 = 182$ 。

技巧点拨

仔细观察这个算式, 发现它很有规律地出现着一些“减数”。因此, 计算时应特别细心。在此介绍了三种解法。

解法一可这样想: 开始我们把减数当成加数来算了, 所以后来应减去这些减数的和的 2 倍。

解法二可这样想: 四个数为 1 组, 28 个数即可分成 7 组, 所以项数是 7。

技巧点拨

根据以上解法, 我们不难得出求数列末项的公式:

$$\begin{aligned} & \text{首项} + \text{公差} \\ & \times (\text{项数} - 1) = \\ & \text{末项} \end{aligned}$$

这个公式在解题中有着广泛的应用, 请同学们务必牢牢记住。

例 3 有一列数: 19、22、25、28……请问, 这列数的前 99 个数(从 19 开始算起)的总和是多少。

分析 求总和, 必须先算出这个数列的末项(即第 99 个数)是多少。

仔细观察它们的前几项, 不难发现: 后一个数都比它前面的数大“3”(这就叫做这个数列的公差)。如果都与第一个数相比, 第二个数比第一个数多 3; 第三个数比第一个数多 2 个 3; 第四个数比第一个数多 3 个 3……由此不难推出, 第九十九个数一定比第一个数多 98 个 3, 它是:

$$19 + 3 \times (99 - 1) = 19 + 3 \times 98 = 19 + 294 = 313$$

再利用高斯求和公式, 得出解。

$$\begin{aligned} & \text{解} \rightarrow \text{第 99 个数是 } 19 + 3 \times (99 - 1) = 313, (19 + \\ & 313) \times 99 \div 2 = 16434 \end{aligned}$$

答 这列数的前 99 个数的总和是 16434。



例 4 从“99”开始,每隔三个数写出一个数来:99、103、107、111……“1999”是这列数中的第几个数?

分析 首先观察这列数的前几项,发现它们从第二个数开始,每个数都比它前面的数多4(即公差),仍拿它们都与第一个数相比,第二个数比第一个数多4;第三个数比第一个数多2个4;第四个数比第一个数多3个4……要知道“1999”是这列数中的第几个数,只要算一算它比第一个数多多少个“4”就可以了。

解 $(1999-99) \div 4$
 $=1900 \div 4$
 $=475$

答 “1999”是这列数中的第476(475+1)个数。

技巧点拨

归纳求项

数的公式:

(末项-首项)

$\div$ 公差+1=项数

例 5 以“63”开始每隔10个数写出一个数来,得到:63、74、85、96……一共写出了177个数(63是第一个数,74是第二个数……)。这177个数的和是多少?

分析 要计算这177个数的和,首先必须知道它的最后一个数(即末项)是多少。

解 (1)第177个数是

$$63 + (74-63) \times (177-1)$$

$$= 63 + 11 \times 176$$

$$= 1999$$

(2)利用高斯算法求和:

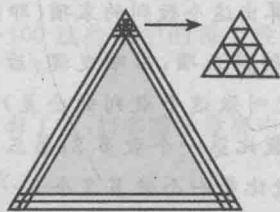
$$(63+1999) \times 177 \div 2$$

$$= 2062 \times 177 \div 2$$

$$= 182487$$

答 它们的和是182487。

例 6 将边长为1米的大等边三角形分割成边长为1厘米的小等边三角形(如图)。请你算一算,分出的小等边三角形共有多少个。



分析 从上往下逐层地看,就能发现一些有趣的联系。而且随着观察角度的变化,这道题目的解法有好几种。

解法一 先看尖角朝上的小三角形,它们从上往下依次是1个、2个、3个……不难想象,它们的最底两层分别为99个和100个;再看尖角朝下的小三角形,它们从第二层开始,依次有1个、2个、3个……最底两层分别有98个和99个。

累计它们的总和为:



$$\begin{aligned} & (1+100) \times 100 \div 2 + (1+99) \times 99 \div 2 \\ &= 5050 + 4950 \\ &= 10000 (\text{个}) \end{aligned}$$

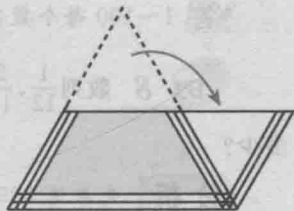
解法二 把尖角朝上和尖角朝下的小三角形合起来,逐层往下看,它们依次有:1个、3个、5个、7个……也不难想象到,它们共100层(即共有100项),最底一层共有199个小三角形(尖角朝上的100个,尖角朝下的99个)。

累计它们的和为:

$$(1+199) \times 100 \div 2 = 200 \times 100 \div 2 = 10000 (\text{个})$$

解法三 把大三角形拦腰“剪”下来,并倒着拼在右侧(如右图),这样就拼成了一个平行四边形,它共有50层,每一层里都分别有100个尖角朝上的小三角形和100个尖角朝下的小三角形,其和为:

$$100 \times 2 \times 50 = 10000 (\text{个})$$



答 分出的小等边三角形共有10000个。

例7 计算1~100每个数各数位上的数字和是多少?

分析 认真观察、分析这些数的组成情况,这道题目的解法也很灵活。

解法一 分段统计。

把1~100各数分成1~9,10~19,20~29,……,90~99和100这样十一段。第一段是1、2、3……8、9,其和为 $(1+9) \times 9 \div 2 = 45$;第二段,它们的个位上的数字仍是1、2、3……8、9,另外还有十位上的10个1,其和为 $45 + 10 = 55$;第三段,它们的个位上的数字和仍为45,另加十位上的10个2,其和为 $45 + 20 = 65$ ……逐次类推,第十段每个数各数位上的数字和为 $45 + 90 = 135$;第十一段只有“100”这一个数,其数字和为1。

累计这十一段每个数各数位上数字的和为:

$$\begin{aligned} & 45 + 55 + 65 + \dots + 135 + 1 \\ &= (45 + 135) \times 10 \div 2 + 1 \\ &= 900 + 1 \\ &= 901 \end{aligned}$$

解法二 分数位统计。

1~100各数的个位上分别为1、2、3……8和9(“0”可以不考虑),而且重复出现了10次,其和为 $(1+9) \times 9 \div 2 \times 10 = 450$;它们十位上则分别连续出现10个1、10个2、10个3……最后出现10个9,其和为 $(10+90) \times 9 \div 2 = 450$,也可列式为 $(1+9) \times 9 \div 2 \times 10 = 450$;它们的百位上只有1个1。





累计它们的总和为： $450+450+1=901$ 。

解法三 搭配统计。

仿照高斯的计算方法，把一小一大两个数逐一搭配成许多“对”，使它们的和都为99（即不让它们的个位或十位上的数字出现“进位”，搭配如下：1和98，2和97，3和96，…，9和90，10和89，…，48和51，49和50，这样，一共搭配成了49个数对，加上原来的“99”，就相当于有了50个“99”，最后加上100里的数字1）。

累计1~100每个数各数位上的数字和，列式为：

$$(9+9) \times 50 + 1 = 18 \times 50 + 1 = 901$$

答 1~100每个数各数位上的数字和是901。

例 8 数列 $\frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \dots, \frac{239}{12}$ ，这239个数中所有不是整数的分数的和是多少？

分析 先求这239个数的和，再计算239个数中整数的和（239个数内，最后一个12的倍数是 $12 \times 19 = 228$ ），然后求差即可。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \dots + \frac{239}{12} \\ &= \frac{239 \times (239 + 1)}{12} = \frac{240 \times 239}{12 \times 2} \\ &= 2390 \\ & \frac{12}{12} + \frac{12 \times 2}{12} + \frac{12 \times 3}{12} + \dots + \frac{12 \times 19}{12} \\ &= \frac{12 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 19)}{12} \\ &= \frac{12 \times 19 \times (1 + 19)}{2} \\ &= \frac{19 \times (1 + 19)}{2} \\ &= 190 \end{aligned}$$

故这239个数中所有不是整数的分数的和为： $2390 - 190 = 2200$ 。



练习题一

1 计算:

(1) $19+20+21+\cdots+84$

(2) $5+9+13+\cdots+81$

(3) $1+8+15+\cdots+92$

(4) $67+65+63+\cdots+5+3+1$

(5) $(7+9+11+\cdots+25)-(5+7+9+\cdots+23)$

2 计算:

(1) $1000-3-6-9-\cdots-54$

(2) $1-2+3-4+5-6+\cdots+97-98+99$

(3) $82+83+78+79+80+81+78+79+77+84$

(4) $103+99+103+96+105+102+98+98+101+102$

(5) $0.1+0.3+0.5+0.7+0.9+0.11+0.13+0.15+\cdots+0.99$

3 在所有的两位数中,十位上的数字比个位上的数字大的,共有多少个?

4 有 8 个小朋友聚会,每两个人握一次手,一共要握多少次手?

5 一把钥匙只能打开一把锁。现在有 10 把锁和可以打开它们的 10 把钥匙,但全部放乱了。最多试多少次可以打开所有的锁?

6 从“19”开始每隔 4 个数写出一个数,得到:19、24、29、34……一直写到 1999。一共写了多少个?这些数的总和是多少?

7 从大到小,由“1110”每隔 8 个数写出一个数来:1110、1101、1092……120、111。这些数一共有多少个?它们的和是多少?

8 赤岭木材收购站有一堆圆木,它的每一层都比下一层少一根。小敏数了数,它的最下一层是 26 根,一共有 18 层。你知道这堆圆木一共有多少根吗?

9 用 1、2、3、5、7、8、10、13、17 和 19 这十个数能组成多少个最简真分数?

10 试求 200 到 300 之间 7 的倍数之和。

11 在自然数中,有多少个三位数,求它们的和。

12 在三位数中有多少个是 7 的倍数,求它们的和。

13 求整数中前 100 个偶数的和。

14 一个剧场设置了 20 排座位,第一排有 38 个座位,往后每一排都比前一排多 2 个座位,这个剧场一共有多少个座位?

15 一堆钢管,最底下一层是 10 根,倒数第二层是 9 根,以后每往上一层,钢管减少 1 根,问 10 层共有多少根钢管。





第二章



算式谜



内容精要

在数学竞赛中,我们会遇到这样一类题目,题中只给出一些类似谜面的已知信息,而要求找出谜底一样的未知信息,这样的题目被称为“算式谜”。

“算式谜”是一种猜数的游戏,我国古代称它为“虫食算”,好像是小虫把“算式”咬了几个小窟窿。解“算式谜”就是把这些被“小虫咬掉”的数字补充完整,并使算式成立。

解答“算式谜”必须依据题目中残留的一些数字,有的则是根据题目中指代的字母或汉字,做细致而全面的分析、推理和判断,把所缺的部分(或全部)数字填出来。

例 1 在右边的加法算式中,相同的字母代表相同的数字,不

同的字母代表不同的数字,求这个算式。

$$\begin{array}{r} A B B C \\ A B B C \\ + A B B C \\ \hline D B B A \end{array}$$

分析与解 因为千位上, $A+A+A$ + 百位进位 < 10 ,

所以 $A=1, 2, 3$ 。试验:

(1) 若 $A=1$, 则个位上 $C=7$, 且个位向十位进 2; 在十位上, $B+B+B+2$ 的个位仍是 B , 可知 $B+B+2$ 的和是整十, 于是 $B=4$ 或 9, 此时十位向百位进 1 或 2;

在百位上, 若 $B+B+1$ 的和是整十, B 无解, 所以只能十位向百位进 2, $B=9$; 最后推出 $D=5$ 。

(2) 若 $A=2$, 则个位上 $C=4$, 且个位向十位进 1, 此时十位上 B 无解。

(3) 若 $A=3$, 则个位上 $C=1$, 此时十位、百位上的 $B=0$, 最后推出 $D=9$ 。

所以本题有两个解:

$$\begin{array}{r} 1997 \\ 1997 \\ + 1997 \\ \hline 5991 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3001 \\ 3001 \\ + 3001 \\ \hline 9003 \end{array}$$

技巧点拨

同一数位上, 加数与和中若有相同字母时, 表明其余加数的和为整十(包括和为 0), 这是确定字母数值的重要依据。





例 2 在右边的加法算式中,已知 $D=5, 0 \sim 9$ 每个数字都有对应的字母,不同的字母对应不同的数字,请将右式翻译成数字算式。

$$\begin{array}{r} D F N A L D \\ + C E R A L D \\ \hline R F B E R T \end{array}$$

分析与解 从个位上看, $D=5$, 得 $T=0$, 且个位要向十位进 1。

从万位上看, $F+E=F$, 这只有当 E 为 0, 或当 E 为 9 且千位有进 1 的情况下才可能, 因为 $T=0$, 所以 E 必为 9, 且万位要向十万位进 1。

百位上两个相同数相加应得偶数, 但现在却为奇数, 可见十位上有进 1, 从而推得 $A=(9-1) \div 2=4$ 。

从十万位上看, $5+C=R$, C 可能为 1、2、3、4, R 可能为 6、7、8、9。因为十位上两个相同数相加应为偶数, 但个位有进 1, 可见 R 为奇数, 推得 R 只能是 7 或 9, 又因为 $E=9$, 所以 $R=7$ 。

由上述知 $L=(17-1) \div 2=8$ 。

十万位上, $5+C=7$, 万位已向十万位进 1, 可推得 $C=7-5-1=1$ 。

从千位上看, 加 7 满 10 向万位进 1 的数只有 3、4、5、6、7、8、9, 但 4、5、7、8、9 均可排除, 只剩下 3 和 6, 如果 N 为 3, 则 B 将为 0, 这与 $T=0$ 相矛盾。所以 $N=6$, 而 $B=3$ 。

$$\begin{array}{r} 526485 \\ + 197485 \\ \hline 723970 \end{array}$$

一一对应, 最后剩下 $F=2$ 。上式翻译成:

$$\begin{array}{r} F O R T Y \\ + T E N \\ \hline S I X T Y \end{array}$$

例 3 在右面的加法算式中, 相同的字母代表相同的数字, 不同的字母代表不同的数字, 求这个算式。

分析与解 (1) 在十位上, $E+E$ (个位不能向十位进位, 否则 E 无解) 是整十; 在个位上, $N+N$ 也是整十, 所以 $N=0, E=5$ 。

(2) 在千位上, $O+$ 进位 $=11$ (I 不能取 0, 否则与 $N=0$ 重复), 所以 $O=9$, 百位向千位进 2。

(3) 在万位上, $F+1=S$, 即 F, S 相邻。

(4) 在百位上, $R+T+T+1>21$, 所以 $T=7$ 或 8。

若 $T=7$, 则 $R=8, X=3$, 此时剩下数字 2、4、6, 不能满足 F, S 相邻的条件;

若 $T=8$, 则 $R=6$ 或 7。当 $R=6$ 时, $X=3$, 此时剩下的数字不相邻, 所以只能是 $R=7, X=4$, 剩下的数字是 2、3、6, 有:

$$F=2, S=3, Y=6.$$

$$29786$$

$$850$$

$$+ 850$$

$$31486$$

所以加法算式为:





例 4 把下面这道乘法竖式补充完整。

$$\begin{array}{r}
 \overset{\circ}{3} \overset{\circ}{0} \\
 \times \overset{\circ}{0} \overset{\circ}{0} 4 \\
 \hline
 \overset{\circ}{1} \overset{\circ}{0} \overset{\circ}{1} \overset{\circ}{0} \\
 \overset{\circ}{0} 6 \overset{\circ}{0} \overset{\circ}{0} \\
 \hline
 \overset{\circ}{0} \overset{\circ}{0} \overset{\circ}{0} \overset{\circ}{0} 4 0
 \end{array}$$

分析与解

为了便于叙述,我们不妨用字母表示这两个因数中的空格: $\overline{A3B} \times \overline{CD4}$

由于总乘积的个位数字是“0”,便可推测第一个因数的个位上只能是“0”或“5”。又因为第一个因数的十位上是“3”,而它们的第一步的分积(即 $\overline{A3B}$ 与4的乘积)的十位上是“4”,可见B应该取“5”。“A”可以取哪些数呢?我们暂且放一放,先往下看。

由于总乘积的十位上是“4”,可知它们的第二步分积相对应的末尾上是“0”,进而可知“D”只能填偶数。D究竟填几呢?看看这第二步分积“10”,由十位上的“1”,就不难知道“D”应填“6”;再看看第二步分积千位上也是“1”,又可推断出“A”处应填“2”。

至于因数百位上的“C”该填什么数,看看第三步分积百位上的“6”,便可确定“C”处应填7。

恢复后的乘式如右图。

$$\begin{array}{r}
 \overset{(2)}{3} \overset{(5)}{0} \\
 \times \overset{(7)}{0} \overset{(6)}{0} 4 \\
 \hline
 \overset{(1)}{0} \overset{(4)}{0} \overset{(1)}{0} \overset{(0)}{0} \\
 \overset{(1)}{0} 6 \overset{(4)}{0} \overset{(5)}{0} \\
 \hline
 \overset{(1)}{0} \overset{(7)}{0} \overset{(9)}{0} \overset{(5)}{0} 4 0
 \end{array}$$

例 5 在右面的乘法算式中,相同的汉字代表相同的

数字,不同的汉字代表不同的数字,求这个算式。

$$\begin{array}{r}
 \text{从 小 爱 数 学} \\
 \times 4 \\
 \hline
 \text{学 数 爱 小 从}
 \end{array}$$

分析与解

第一个因数的首位数字“从”只能是1或2。

若“从”=1,在个位上“学” $\times 4$ 的个位数字是1,“学”无解,所以“从”=2。

在个位上,“学” $\times 4$ 的个位数字是2,“学”=3或8。但由于“学”又是乘积的首位数字,应大于等于8,所以“学”=8。

在千位上,由于“小” $\times 4$ 不再进位,因此“小”=1或0。若“小”=0,则十位上“数” $\times 4 + 3$ (进位)的个位数字是0,“数”无解,所以“小”=1。

在十位上,“数” $\times 4 + 3$ (进位)的个位数字是1,“数”=7。

在百位上,“爱” $\times 4 + 3$ (进位)的个位数字是“爱”,“爱”=9。

$$\begin{array}{r}
 21978 \\
 \times 4 \\
 \hline
 87912
 \end{array}$$

例 6

在下面的乘法算式中,每个汉字和□代表0至9的一个数字,不同的汉字代表不同的数字,求这个算式。

