

高中数学 必修

龙文 / 主编

GONGSHIDINGLI
JIETIJIQIAO
SUCHADAQUAN

辞海版·新课标

公式定理
解题技巧
速查大全

上海辞书出版社

高中数学 必修

龙文 / 主编

GONGSHIDINGLI
JIETIJIQIAO
SUCHADAQUAN

辞海版·新课标

公式定理
解题技巧
速查大全

上海辞书出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

辞海版·新课标·公式定理解题技巧速查大全·高中
数学必修/龙文主编. —上海: 上海辞书出版社, 2014. 11
ISBN 978-7-5326-4095-9

I. ①辞… II. ①龙… III. ①中学数学课—高中—教
学参考资料 IV. ①G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 043504 号

辞海版·新课标·公式定理解题技巧速查大全·高中数学必修

主 编/龙 文

责任编辑/静晓英

特约编辑/沈毅骅

封面设计/哲 峰 崔 凯

责任校对/杨桂珍

上海世纪出版股份有限公司

辞书出版社出版

200040 上海市陕西北路 457 号 www.cishu.com.cn

上海世纪出版股份有限公司发行中心发行

200001 上海市福建中路 193 号 www.ewen.cc

浙江省临安市曙光印务有限公司印刷

开本 890 毫米×1240 毫米 1/32 印张 9.375 插页 1

字数 236000

2014 年 11 月第 1 版 2014 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5326-4095-9/G · 809

定价: 26.00 元

本书如有质量问题, 请与印刷厂取得联系。电话: 0571—63783579

前言

《数学课程标准》基本理念第一条指出：“数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。”为了更好地贯彻落实新课程标准的基本理念，满足广大高中学生学好数学的需要，也给广大中学数学教师教学提供方便，我们编写了这本手册。

《辞海版·新课标·公式定理解题技巧速查大全》以最新教改精神为依据，以普通高中课程标准实验教科书为蓝本编写，涵盖高中阶段（必修和选修）的全部公式、定理和重要概念等知识，并根据实际需要和有利于读者理解、掌握知识的原则进行适当的拓宽和加深。全书内容按新教材课程标准各章节分单元编排，便于查阅。各个单元除基本内容外，还介绍了高中阶段必须掌握的重要数学思想方法和解题技巧，同时适当编选了部分典型例题，以巩固和加深对课本内容的理解。

本书适合采用人教版、北师大版、苏教版等数学新教材的高中学生日常学习和高考复习使用，对于广大中学数学教师，也是一本内容翔实的教学参考书。

编者在编写本手册的过程中，查阅了有关的书刊资料，谨在此向相关作者表示衷心的感谢。由于时间仓促，经验不足，加之水平有限，疏漏和错误之处在所难免，欢迎广大读者批评指正。

编者

目 录

必修 1

第一章 集合与函数概念	1
§ 1.1 集合	1
§ 1.2 函数及其表示	8
§ 1.3 函数的基本性质	20
第二章 基本初等函数(I)	29
§ 2.1 指数函数	29
§ 2.2 对数函数	33
§ 2.3 幂函数	41
第三章 函数的应用	47
§ 3.1 函数与方程	47
§ 3.2 函数模型及其应用	55
专题一 函数图像的变换	59

必修 2

第四章 空间几何体	61
§ 4.1 空间几何体的结构	61
§ 4.2 空间几何体的三视图和直观图	71
§ 4.3 空间几何体的表面积与体积	77
第五章 点、直线、平面之间的位置关系	87
§ 5.1 平面及其性质	87
§ 5.2 空间点、直线、平面之间的位置关系	91
专题二 空间距离	110
专题三 截面、折叠和旋转	116

第六章 直线与方程	123
§ 6.1 直线的倾斜角与斜率	123
§ 6.2 直线的方程	124
§ 6.3 两条直线的平行、垂直与交点	127
§ 6.4 平面上两点间的距离与点到直线的距离	131

第七章 圆与方程	138
§ 7.1 圆的方程	138
§ 7.2 直线、圆的位置关系	142
§ 7.3 空间直角坐标系	150

必修 3

第八章 算法初步	153
§ 8.1 算法与程序框图	153
§ 8.2 基本算法语句	159
§ 8.3 算法案例	166

第九章 统计	173
§ 9.1 随机抽样	173
§ 9.2 用样本估计总体	178
§ 9.3 总体特征数的估计	182
§ 9.4 变量间的相关关系	186

第十章 概率	191
§ 10.1 随机事件的概率	191
§ 10.2 古典概型	194
§ 10.3 几何概型	197

必修 4

第十一章 三角函数	201
§ 11.1 任意角和弧度制	201
§ 11.2 任意角的三角函数	205
§ 11.3 三角函数的图像与性质	209
§ 11.4 三角函数模型的简单应用	217
专题四 周期函数	219

第十二章 平面向量	222
§ 12.1 平面向量的基本概念	222
§ 12.2 平面向量的线性运算	223
§ 12.3 平面向量的坐标运算	227
§ 12.4 平面向量的数量积	230
第十三章 三角恒等变换	237

必修 5

第十四章 解三角形	246
第十五章 数列	254
§ 15.1 数列的一般概念	254
§ 15.2 等差数列和等比数列	257
§ 15.3 特殊数列的求和	264
§ 15.4 简单的递归关系	266
§ 15.5 数列的综合应用	270
第十六章 不等式	278
§ 16.1 不等关系与不等式	278
§ 16.2 一元二次不等式及其解法	279
§ 16.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	283
§ 16.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	287

必修 1

第一章 集合与函数概念

§ 1.1 集 合

1.1.1 集合的含义及其表示

集合 集合是一个原始的、不定义的概念,它只能做描述性的说明。

一般地,一定范围内某些确定的、不同对象的全体构成一个集合(简称为集)。

元素 集合中的每个对象叫作这个集合的元素。

集合元素的三个特性

1. **确定性** 对于一个给定的集合,集合中的元素是确定的,即一个元素,或者属于该集合,或者不属于该集合,两者必居其一。

2. **无序性** 在一个集合中,不考虑元素之间的顺序,只要元素完全相同,就认为是同一个集合。

3. **互异性** 对于一个给定的集合,集合中的元素是互异的(可区分的),集合中的任何两个元素都是不同的。相同元素、重复元素,不论多少,只能算作该集合的一个元素。

集合的分类 按元素个数的多少分为有限集和无限集。

含有有限个元素的集合叫作有限集,也称有穷集合;

含有无限个元素的集合叫作无限集,也称无穷集合。

只含一个元素的集合叫作单元素集,只含两个元素的集合叫作二元集,含有 n 个元素的集合叫作 n 元集。

【说明】 集合通常用大写的拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示;集合的元素常用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示。

属于 如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A ,记作 $a \in A$ 。

不属于 如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A ,记作 $a \notin A$ 。

元素与集合的关系(从属关系)

元素 a 与集合 A 有且仅有下列两种关系之一:

$a \in A$ 或 $a \notin A$.

【说明】若 $a \in A, b \notin A$, 则必有 $a \neq b$. 这便是元素的确定性.

集合的表示方法

1. 列举法 把集合中的所有元素一一列举出来, 并置于花括号“{}”内表示集合的方法叫作列举法. 例如, 当有限集合 A 的所有元素为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 时, A 可表示为

$$A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\},$$

也可记为 $A = \{a_i, i \in \mathbf{N}^+\}$.

列举法的特点是表示完整、清楚, 但必须注意:

(1) 元素间用“,”分开;

(2) 元素不能重复;

(3) 元素无顺序;

(4) 对于含有较多元素的集合, 如果构成该集合的元素有明显规律, 可用省略号, 但必须把元素间的规律表示清楚后才能用省略号.

例如: 自然数集 $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.

2. 描述法 将集合的所有元素都具有的性质(满足条件)表示出来, 写成 $\{x | p(x)\}$ 的形式.

【说明】(I) 用描述法表示集合的步骤是: ①在花括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值(变化范围), 再画一竖线;

②在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征.

它的一般形式是 $\{x \in A | p(x)\}$. 其中, x 表示集合的元素, A 表示 x 的取值范围, $p(x)$ 表示元素应满足的关系.

如果从上下文的关系来看, $x \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{Z}$ 已很明确, 则 $x \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{Z}$ 可省略, 可使用 $\{x | p(x)\}$ 来表示, 例如 $\{x | x \leq 5\}$.

此外, $\{x \in A | p(x)\}$ 有时也可写成 $\{x \in A; p(x)\}$ 或 $\{x \in A; p(x)\}$.

(II) 使用描述法表示集合时, 应注意以下几点:

①写清楚该集合中元素的代号(字母或用字母表示的元素符号);

②说明该集合中元素的性质;

③所有描述的内容都写在集合符号中(即花括号“{}”内).

(III) 描述法的语言形式有三种: 自然

语言、符号语言、图形语言.

3. 图示法 用一条封闭的曲线所围成的图形来表示集合及其关系的方法, 叫图示法, 这种图称为韦恩(Venn)图. 如图 1-1 所示.

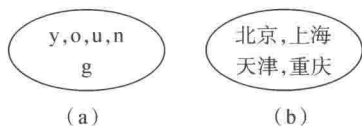


图 1-1

图示法形象、直观.

【说明】 只要构成两个集合的元素是一样的,我们就称这两个集合相等,这是判定两个集合相等的一个重要方法.

常用数集的符号

$\mathbf{N}$ ——非负整数集;自然数集.

$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}^+$ ——正整数集.

$\mathbf{Z}$ ——整数集. $\mathbf{Z}^*$ ——排除 0 的整数集.

$\mathbf{Q}$ ——有理数集. $\mathbf{Q}^*$ ——排除 0 的有理数集.

$\mathbf{R}$ ——实数集. $\mathbf{R}^*$ ——排除 0 的实数集.

$\mathbf{C}$ ——复数集.

1.1.2 集合间的基本关系

子集 对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫作集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),读作“ A 含于 B ”(或“ B 包含 A ”).也就是说, A 是 B 的子集.即

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \text{任取 } x \in A, \text{ 总有 } x \in B.$$

当 A 不是 B 的子集时,记作 $A \not\subseteq B$ (或 $B \not\supseteq A$).

【说明】 (I) $\subseteq$ 也可以换用 $\subset$, $\supseteq$ 也可以换用 $\supset$; $\subsetneq$ 也可以换用 $\subset$, $\supsetneq$ 也可以换用 $\supset$.

(II) 用韦恩图可形象地表示两个集合之间的包含关系,如图 1-2.

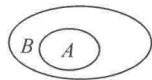


图 1-2

真子集 对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,并且 $A \neq B$,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作

$$A \subsetneq B \quad (\text{或 } B \supsetneq A).$$

A 是 B 的真子集: A 是 B 的子集,且 B 中至少有一个元素不属于 A .即 $A \subsetneq B \Leftrightarrow$ 任取 $x \in A$, 总有 $x \in B$, 但存在 $y \in B, y \notin A$.

集合的相等 对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B ,记作 $A=B$.即

$$A=B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ 且 } B \subseteq A.$$

空集 不含任何元素的集合称为空集,记作 $\emptyset$ (或 $\{\}$).

【说明】 $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$ 的关系: $\{\emptyset\}$ 是只含有一个元素的单元素集. $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$ 之间可用四个符号 $\in, \neq, \subseteq, \supsetneq$ 中的任意一个把它们连接起来,但不能用等号“=”连接.

非空集合 至少含有一个元素的集合叫作非空集合.

全集 如果一个集合含有我们所要研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为全集,全集通常用 U 表示.

全集是一个相对的概念,它是相对于它的一切子集而言的.

集合与集合的包含关系

集合 A 与集合 B 有且仅有下列两种关系之一:

$$A \subseteq B \text{ 与 } A \not\subseteq B.$$

【说明】(I)真子集必是子集,子集不一定是真子集.即

$$A \subsetneq B \Rightarrow A \subseteq B.$$

(II)任何一个集合是它本身的子集.即 $A \subseteq A$.

(III)空集是任何集合的子集.即 $\emptyset \subseteq A$.

空集是任何非空集合的真子集.即 $\emptyset \subsetneq A \neq \emptyset$.

(IV) n 元集的全部子集个数为 2^n (个),真子集为 $2^n - 1$ (个);

若 $\{a_1, a_2, \dots, a_m\} \subseteq A \subseteq \{a_1, a_2, \dots, a_m, a_{m+1}, \dots, a_n\}$, 则集合 A 的个数为 2^{n-m} (个);

若 $\{a_1, a_2, \dots, a_m\} \cup B = \{a_1, a_2, \dots, a_m, a_{m+1}, \dots, a_n\}$, 则集合 B 的个数为 2^m (个).

(V)对于集合 A, B, C , 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$;

对于集合 A, B, C , 若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.

(VI)要特别注意 a 与 $\{a\}$, 数 0 、 $\{0\}$ 与 $\emptyset$, $\{(a, b)\}$ 与 $\{a, b\}$, $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$ 等的区别.

补集 设 $A \subseteq S$, 由 S 中不属于 A 的所有元素组成的集合称为 S 的子集 A 的补集, 记作 $\complement_S A$ (读作“ A 在 S 中的补集”).

$\complement_S A = \{x | x \in S \text{ 且 } x \notin A\}$, 如图 1-3 所示的阴影部分表示 $\complement_S A$. 由补集定义知, 若 $B = \complement_S A$, 则 $\complement_S B = A$.

【注意】关于补集的几点注意: 设全集 $U, A \subseteq U$, 则有

(1) $\complement_U A = \{x | x \notin A, x \in U\}$; (2) $\complement_U U = \emptyset$; (3) $\complement_U \emptyset = U$.

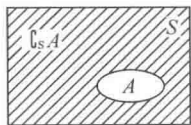
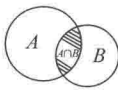
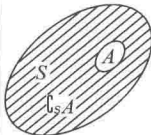


图 1-3

1.1.3 集合的基本运算

交集和并集

运算	文字叙述	数学表达式	韦恩图	重要关系式
交 $A \cap B$	由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素所组成的集合, 叫作 A 与 B 的交集. 读作“ A 交 B ”	$A \cap B = \{x x \in A \text{ 且 } x \in B\}$		$A \cap A = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$ $A \cap B = B \cap A$ $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$
并 $A \cup B$	由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫作 A 与 B 的并集. 读作“ A 并 B ”	$A \cup B = \{x x \in A \text{ 或 } x \in B\}$		$A \cup A = A$ $A \cup \emptyset = A$ $A \cup B = B \cup A$ $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$ (或 $A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B$) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$ $A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
补 $\complement_S A$	设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集 (即 $A \subseteq S$), 由 S 中所有不属于集合 A 的元素组成的集合, 叫作 S 中子集 A 的补集 (或余集)	$\complement_S A = \{x x \in S, \text{ 且 } x \notin A\}$		$A \cap \complement_S A = \emptyset$ $A \cup \complement_S A = S$ $\complement_S (\complement_S A) = A$ $\complement_S S = \emptyset$ $\complement_S \emptyset = S$ $\complement_S (A \cap B) = \complement_S A \cup \complement_S B$ $\complement_S (A \cup B) = \complement_S A \cap \complement_S B$

【说明】 补、交和并均为集合的运算.

交集、并集、补集的关系

$$(1) \complement_U(A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B),$$

$$(2) \complement_U(A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B).$$

如果集合 A 与集合 B 为全集 U 的子集, 可利用韦恩图(如图 1-4 所示)表示上面的关系.

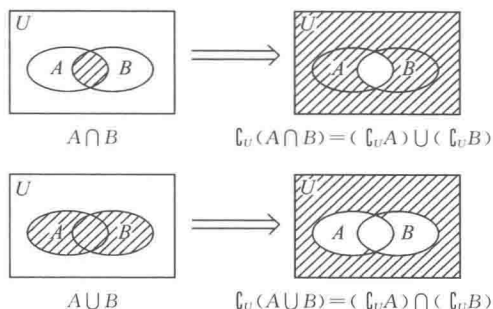


图 1-4

集合运算的分配律和结合律

交对并的分配律:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

并对交的分配律:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

结合律:

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C; A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

差集 设 A, B 为两个集合, 所有属于集合 A 而不属于集合 B 的元素所成之集称为 A 与 B 的差集, 记作

$$A \setminus B \quad (\text{或 } A - B),$$

即 $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}.$

【注意】 差集与补集的区别: 在 $\complement_A B$ 中, 要求 B 是 A 的子集; 在 $A \setminus B$ 中, B 可以不是 A 的子集, 当 B 是 A 的子集的时候, $\complement_A B = A \setminus B$.

集合的元素个数 有限集合 A 的元素个数记作 $\text{card}(A)$. 例如, $A = \{a, b, c, d\}$, 则 $\text{card}(A) = 4$.

一般地, 对任意两个有限集合 A, B , 有

$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B).$$

当且仅当 $A \cap B = \emptyset$ 时,

$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B).$$

集合的元素个数也可以用韦恩图来求解.

例 1 就有关 A, B 两事, 向 50 人调查赞成与否. 赞成 A 的人数是全体的 $\frac{3}{5}$, 其余不赞成; 赞成 B 的人比赞成 A 的多 3 人, 其余不赞成; 对 A, B 都不赞成的人比对 A, B 都赞成的人的 $\frac{1}{3}$ 多 1 人. 问对 A, B 都赞成和都不赞成的各有多少人?

解 赞成 A 的人数为 $50 \times \frac{3}{5} = 30$,

赞成 B 的人数为 $30 + 3 = 33$.

作韦恩图(图 1-5), 记 50 人组成的集合为 U , 赞成 A 的全体人为集合 A , 赞成 B 的全体人为集合 B .

设 A, B 都赞成的人数为 x , 则 A, B 都不赞成的人数为 $\frac{x}{3} + 1$, 赞成 A 而不赞成 B 的人数为 $(30 - x)$, 赞成 B 而不赞成 A 的人数为 $(33 - x)$, 可得方程

$$(30 - x) + (33 - x) + x + (\frac{x}{3} + 1) = 50,$$

解得 $x = 21$, $\frac{x}{3} + 1 = 8$.

$\therefore A, B$ 都赞成的有 21 人, 都不赞成的有 8 人.

例 2 设集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则

()

A. $M = N$

B. $M \subseteq N$

C. $M \supseteq N$

D. $M \cap N = \emptyset$

解 在 M 中, $x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2k+1}{4}$,

在 N 中, $x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2} = \frac{k+2}{4}$.

$\therefore k \in \mathbf{Z}, \therefore \{2k+1 | k \in \mathbf{Z}\} \subseteq \{k+2 | k \in \mathbf{Z}\}, \therefore M \subseteq N$. 选 B.

例 3 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集, 且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下列判断正确的是 ()

A. $\complement_I S_1 \cap (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3) = \emptyset$

B. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$

C. $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$

D. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$

解 利用韦恩图易排除 A、B、D. 故选 C.

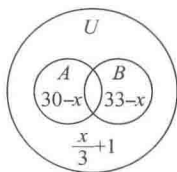


图 1-5

例 4 设 $f(n)=2n+1(n \in \mathbf{N})$, $P=\{1,2,3,4,5\}$, $Q=\{3,4,5,6,7\}$, 记 $\hat{P}=\{n \in \mathbf{N} | f(n) \in P\}$, $\hat{Q}=\{n \in \mathbf{N} | f(n) \in Q\}$, 则 $(\hat{P} \cap \mathbb{N} \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap \mathbb{N} \hat{P}) =$ ()

A. $\{0,3\}$

B. $\{1,2\}$

C. $\{3,4,5\}$

D. $\{1,2,6,7\}$

解 由已知得, $\hat{P}=\{0,1,2\}$, $\hat{Q}=\{1,2,3\}$, $\therefore (\hat{P} \cap \mathbb{N} \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap \mathbb{N} \hat{P}) = \{0\} \cup \{3\} = \{0,3\}$, 故选 A.

例 5 设 P, Q 是两个非空实数集合, 定义集合 $P+Q=\{a+b | a \in P, b \in Q\}$, $P=\{0,2,5\}$, 若 $Q=\{1,2,6\}$, 则 $P+Q$ 中元素的个数是 ()

A. 9

B. 8

C. 7

D. 6

解 由题意 $P+Q=\{1,2,3,4,6,7,8,11\}$, 故选 B.

例 6 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()

A. $A \subseteq C$

B. $C \subseteq A$

C. $A \neq C$

D. $A = \emptyset$

解 若 $A=B=C \neq \emptyset$, 则 $A \cup B = A$, $B \cap C = B = A$ 成立, 排除 C、D 选项. 作出韦恩图(图 1-6), A 成立.

例 7 已知集合 $A=\{2,4,a^3-2a^2-a+7\}$, $B=\{-4,a+3,a^2-2a+2,a^3+a^2+3a+7\}$, 若 $A \cap B = \{2,5\}$, 求实数 a 的值, 并求 $A \cup B$.

解 $\because A \cap B = \{2,5\}$,

$$\therefore 5 \in A, \therefore a^3 - 2a^2 - a + 7 = 5.$$

解得 $a=2$ 或 $a=\pm 1$.

当 $a=2$ 时, $B=\{-4,5,2,25\}$, $A \cap B = \{2,5\}$, 与题设相符;

当 $a=1$ 时, $B=\{-4,4,1,12\}$, $A \cap B = \{4\}$, 与题设矛盾;

当 $a=-1$ 时, $B=\{-4,2,5,4\}$, $A \cap B = \{2,4,5\}$, 与题设矛盾;

综上所述可知 $a=2$, 且 $A \cup B = \{-4,2,4,25\}$.

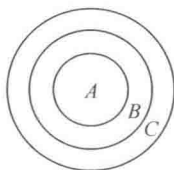


图 1-6

§ 1.2 函数及其表示

1.2.1 函数的概念

对应 一个原始概念. 设 A 和 B 是两个集合, 对于集合 A 的任何一个元素, 若在某给定的法则 f 的作用下, 总可以得到集合 B 中确定的元素, 则称这个法则 f 为从 A 到 B 的一个对应, 记作 $A \xrightarrow{f} B$.

两个非空集合 A 和 B 之间的对应有以下四种形式：

- ① 一一对应，如图 1-7 所示；
- ② 一对多对应，如图 1-8 所示；
- ③ 多对一对应，如图 1-9 所示；
- ④ 多对多对应，如图 1-10 所示。

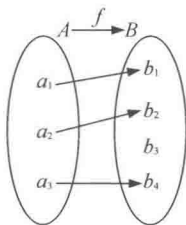


图 1-7

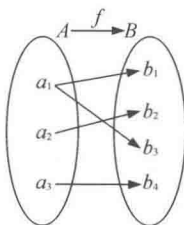


图 1-8

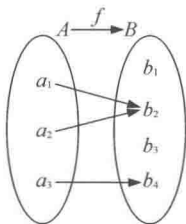


图 1-9

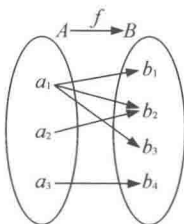


图 1-10

函数 设 A, B 是两个非空的数集，如果按照某种确定的对应关系 f ，使对于集合 A 中任意一个数 x ，在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应，那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数，记作

$$y = f(x), x \in A.$$

【说明】 在上述定义中：

(I) x 叫作自变量， x 的取值范围 A 叫作函数的定义域。

(II) 与 x 的值相对应的 y 值叫作函数值，函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫作函数的值域。

(III) 值域是集合 B 的子集，如果值域是 B 的真子集，称 $f(x)$ 为 A 到 B 内的函数；如果值域正好等于 B ，称 $y = f(x)$ 为 A 到 B 上的函数。

(IV) 函数符号 $y = f(x)$ 表示“ y 是 x 的函数”，其中的 f 表示对应法则。

构成函数概念的三要素

(1)三要素是指定义域、对应法则、值域.

(2)三要素中只要有一个不同的两个函数就是不相等的函数.

(3)两个函数当且仅当定义域和对应法则在实质上(不必在形式上)完全相同时,才是相等函数.

(4)相等的函数图像相同,图像相同的函数是相等函数.

(5) $f(x)$ 与 $f(a)$ 的区别与联系.

$f(a)$ 表示当 $x=a$ 时函数 $f(x)$ 的值,是一个常量,而 $f(x)$ 是自变量 x 的函数,在一般情况下,它是一个变量, $f(a)$ 是 $f(x)$ 的一个特殊值.如一次函数 $f(x)=3x+4$,当 $x=8$ 时, $f(8)=3\times 8+4=28$ 是一常数.

区间 设 a, b 是两个实数,而且 $a < b$.规定:

(1)闭区间 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的集合叫作闭区间,表示为 $[a, b]$.

(2)开区间 满足不等式 $a < x < b$ 的实数 x 的集合叫作开区间,表示为 (a, b) 或 $]a, b[$.

(3)半开半闭区间 满足不等式 $a \leq x < b$ 或 $a < x \leq b$ 的实数 x 的集合叫作半开半闭区间,分别表示为 $[a, b)$, $(a, b]$ 或 $[a, b[$, $]a, b]$.

这里的实数 a 与 b 都叫作相应区间的端点: a 为左端点, b 为右端点,称 $b-a$ 为区间长度,区间在数轴上的表示:

定 义	名 称	符号	数轴表示
$\{x a \leq x \leq b\}$	闭区间	$[a, b]$	
$\{x a < x < b\}$	开区间	(a, b)	
$\{x a \leq x < b\}$	半开半闭区间	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	半开半闭区间	$(a, b]$	

【说明】 (I)在数轴上,包括在区间内的端点用实心点表示,不包括在区间内的端点用空心点表示.

(II)某些以实数为元素的集合有三种表示方法:集合表示法、不等式表示法和区间表示法.

例如,大于3而小于7的实数集合可以表示为:

$$\{x | 3 < x < 7\}, 3 < x < 7, (3, 7).$$

无穷大 无穷大是个符号,不是一个数.用 $-\infty$, $+\infty$ 作为区间的一端或两端