

Happy Learning书系 初中版

SCIENCE LEGENDS

科学的内容 文学的笔法 哲学的反思 历史的脉络

课堂上听不到的

中国科学院院士
褚君浩强力推荐

数学传奇

田廷彦 编著



浙江教育出版社
Zhejiang Education Publishing House

Happy Learning书系 初中版

课堂上听不到的 数学传奇

田廷彦 编著



浙江教育出版社
Zhejiang Education Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

课堂上听不到的数学传奇：初中版 / 田廷彦编著. —杭州：浙江教育出版社, 2010.2(2015.4 重印)

(Happy Learning 书系)

ISBN 978-7-5338-8448-2

I. 课... II. 田... III. 数学课 - 初中 - 课外读物

IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 239883 号

Happy Learning 书系 初中版

课堂上听不到的数学传奇

编 著 田廷彦

责任编辑 胡献忠

责任校对 胡 星

责任印务 陆 江

出版发行 浙江教育出版社

(杭州市天目山路 40 号 邮编 310013)

激光照排 杭州富春电子印务有限公司

印 刷 杭州富春印务有限公司

开 本 710mm × 1000mm 1/16

印 张 9.75

字 数 191 000

版 次 2010 年 2 月第 1 版

印 次 2015 年 4 月第 11 次印刷

标准书号 ISBN 978-7-5338-8448-2

定 价 19.00 元

联系电话 0571-85170300-80928

电子邮箱 zjjy@zjcb.com

网 址 www.zjeph.com

版权所有·侵权必究

每个人都喜欢听故事，尤其是青少年。《三国演义》里的三气周瑜、水淹七军，《水浒传》里的智取生辰纲、武松打虎，《西游记》里的大闹天空、三打白骨精，这些内容生动、引人入胜的故事，连七八岁的孩童都能说得出来。中国的传统文化里有很多东西，就是蕴含在这些故事里流传下来的。

其实，不止是文学或者历史中有故事，科学里也有很多有趣的故事。像阿基米德在洗澡时发现浮力定律、埃拉托色尼用日影测量地球大小，以及拉瓦锡从燃烧现象里发现氧气，都是精彩曲折、脍炙人口的科学故事。这些科学故事让我们既能近距离地了解科学家，又能感受他们的科学智慧，领悟基本的科学方法，对于青少年提高科学素养、培养对科学的兴趣，更是有着其他手段难以达到的效果。

遗憾的是，这些科学故事在中学的课堂上却往往很少能够听到。现在，这套“Happy Learning 书系”的出版，也许可以稍稍弥补这一缺憾。这套书以现行中学理科教材中的重要知识单元为主线，讲述了科学发现过程中许多生动有趣的科学故事，并配以大量珍贵精美的图片，不但可以让学生感受科学本身的深厚魅力，提升科学素养，还能从一个侧面巩固其课堂学习成果，激发学习兴趣，使学生“想看、爱看、看了有益”。对于教师来说，这些与课堂知识紧密相关的素材可以作为课堂教学的有益补充，用来活跃课堂气氛，深化教学内容。书里还有部分内容，可以说是课本知

识的延伸和拓展，对于一些学有余力的学生，这些内容还可以引导他们作进一步的学习。

近年来，我国的中小学都在推行素质教育。通过各种手段提高学生的兴趣，拓宽学生的知识面，培养他们的求知欲和探索精神，无疑是非常重要的。衷心希望这套“Happy Learning 书系”的出版，能够对此起到一定的促进作用。

中国科学院院士

中国科学院上海技术物理研究所研究员

华东师范大学信息学院院长

上海科普作协理事长



目录

课堂上听不到的数学传奇 ●●●



1 数的出现

1

日常生活中,我们天天都会碰到数字。在小学,我们就开始接触 $0,1,2,3,\dots$ 这些自然数了。可是你知道吗?从人类有计数的需要开始,到数字的出现,其间经历了一个极为漫长的过程。

2 进位制的发明

9

为了表示大数,人们产生了进位制的思想。古埃及人和古印度人采用十进制,但还没有数位的概念。两河流域的泥板书显示,古巴比伦人采用的是六十进制。中国是世界上第一个既采用十进制又使用位值制的国家,而且中国的八卦中也蕴含了二进制的思想。

3 超越直觉的指数

17

即使有了进位制,但要表示特别大的数字还是有些困难的。利用指数的概念,人们发明了科学计数法。不过,对于很多人来说,指数的含义却远远超越了他们的直觉。

4 负数和零

25

古人最早认识的数都是正整数,后来又认识了分数。随着数学的发展,才出现了负数和零的概念。它们的产生,使数的范围扩展到有理数。

5

从无理数到实数

32

有了有理数之后,是不是数的范围就到此为止了呢?答案当然是否定的。古希腊的一位数学家有一个令人惊讶的发现:边长为1的正方形的对角线的长度既不能用整数,也不能用分数表示!这个发现不但导致了无理数的诞生,更在当时的数学界掀起了一场巨大风波,史称“第一次数学危机”。直到2000年后实数理论的建立,才让无理数在数学中真正扎下了根。

6

用字母代替数

38

数学是通往科学大门的钥匙,而字母则是数学的工具。我们一旦把抽象的字母和符号引入到数学之中,就摆脱了对具体数字的依赖,从而实现了数学抽象化历程中的又一次巨大飞跃。在今天看来,用字母代替数是一件司空见惯的事情,但在数学发展史上,这项工作却耗费了数学家相当长的时间。这个时间之长,也许远远超出了人们的想象!

7

代数与方程

46

我们在小学时就已经知道十进制、阿拉伯数字、零和一次方程,而几何证明则是中学数学的内容。就难度和深度来说,这是顺理成章的。不过耐人寻味的是,西方数学的发展史却恰好完全相反,方程的提出比几何证明晚了好多个世纪。

8

方程的近代史话

54

丢番图之后,特别是文艺复兴以来,代数与数论分离了,方程的求解成为代数学乃至全部数学的中心问题。直到19世纪,高斯、阿贝尔特别是伽罗瓦等人之后,代数学的巨轮才渐渐驶离方程这个航向。



9

圆周率的故事

62

圆周率 π 是我们最熟悉的数学常数之一。人们对它的认识也经历了很长的时间,在数千年的时间里,关于 π 的故事有很多很多……

10

函数的历程

69

函数在自然科学里有着极其广泛的用途,对数学本身也十分重要。它的出现,是数学史上的一个转折点,标志着数学开始进入一个崭新的时期——变量数学时期。

11

尺规作图问题

74

古希腊人偏爱直尺和圆规,他们希望用尺规作出所有的图形。在此过程中,出现了著名的三大尺规作图问题。经过漫长的岁月,人们最后发现,这三大难题都是不可能实现的。

12

证法最多的定理

82

勾股定理是平面几何中最精彩、最著名和最有用的定理,关于它的故事有许许多多。中国古人早就提出了“勾三股四弦五”的说法;古希腊数学家毕达哥拉斯发现它后欣喜若狂,杀牛百头以示庆贺;“第一次数学危机”也由它引起。它有 500 多种不同的证明方法,是数学上证明方法最多的定理之一。

13

从《原本》谈起

90

欧几里得的《原本》是数学史上第一部用公理化思想建立起演绎体系的著作,对后世产生了巨大而深远的影响。中国明代的徐光启和利玛窦合译了该书的一部分,另外一部分过了 200 年才被译成中文。

14 从斐波那契数列到黄金分割

97

在数学史上,斐波那契数列和黄金分割是十分有名的。它们不但有丰富的数学含义,还有深厚的文化内涵。

15 旋转和对称

104

人类自古以来就对对称美推崇备至,对称的概念几乎已经运用到所有的科学领域。在所有的对称中,有两种是最基本、最重要的。下面就让我们来讲讲它们的故事吧。

16 测量世界(1)

110

几何学起源于古人对土地的丈量等活动。古埃及人在建造金字塔的过程中,使用了大量的几何学知识。中国古代的《墨经》中,讨论了很多几何概念和命题。古希腊人则奠定了古典几何学的基础。

17 测量世界(2)

118

三角学的出现,让人们获得了一种测量遥远距离的手段。就连宇宙的大小,我们现在也有机会去测量一下了。

18 三角函数的由来

124

我们都知道正弦、余弦等三角函数的名称,但事实上,三角学的概念远比函数出现得早。它起源于古希腊,目的是预测天体运行路线、推算日历等,在航海和地理中也会用到。在很长一段时间内,三角学几乎是天文学的一部分,直到16世纪,才变为数学的一个分支。



19

骰子里的大学问

131

我们都知道,赌博是一种恶习。不过,数学里的一门重要学科——概率论,却起源于赌场中的赌徒对胜负的计算。现在,它已被广泛应用于天气预报和保险业等各个方面。

20

平均数的意义

139

人们的生活离不开形形色色的数据,其中一部分是直接数据,靠测量或统计得到;另一部分是间接数据,通过对直接数据的计算得到。在间接数据中,我们经常用到的就是平均数,它是我们制订决策的好帮手。

1

SHU DE CHUXIAN

数的出现



常生活中,我们天天都会碰到数字。在小学,我们就开始接触 0,1,2,3,...这些自然数了。可是你知道吗?从人类有计数的需要开始,到数字的出现,其间经历了一个极为漫长的过程。

当我们看到天上的鸟儿时,我们会情不自禁地数一下它们的数目;出去旅游时,导游经常会清点游客人数,在每一处宾馆登记住宿人数。试想若没有数字,做这些事情该有多麻烦。

数字是人类符号中最基本也是最重要的发明之一。起初,人类使用符号可能是为了将信息表达得更为简洁清晰或稳定长久;但符号更重要的作用,就是帮助人类建立了抽象思维,而数字的发明大大提升了这一功能,促进了人类文明的飞速发展。



►数字的出现,促进了人类文明的飞速发展。

●漫长的过程

高等动物对数字多少有点感觉,但是,它们对数字的感觉是很肤浅的,只能识别较小的数字。真正的计数能力为人类所独有。

有这样一则著名的故事,某天,一位苏格兰乡绅发现一只乌鸦在他的瞭望塔上筑巢,觉得十分讨厌,决定用枪把它打下来。但是,乡绅每次想接近乌鸦时,乌鸦就远远地飞到一棵树上,边唱歌边得意地看着乡绅。

“哼,难道我真拿你没办法吗?”乡绅思索良久,终于想出一条妙计。



►这只聪明的乌鸦,最后的命运如何呢?

他请来邻居帮忙。两人一起躲进塔楼,之后一个人离开,另一个人继续躲在里面。可是,乌鸦仍然呆在树枝上。第二天,三个人躲进塔楼,然后两个人陆续离开,但乌鸦还是没有上当。第三天,来了四个人,三个人陆续离开,还是没有骗过乌鸦。直到最后,五个人躲进塔楼,四个人陆续离开。这下,乌鸦数不清了,就飞回了塔楼。

至于乌鸦的最终下场如何,故事并没有交代。也许经过这次有趣的实验,那位乡绅觉得乌鸦还蛮可爱的,于是决定让它留下来继续筑巢吧。

鸟类拥有简单的计数能力,那么人类呢?事实上,并非所有人类部落都发展了计数技术,好多原始文明只能分辨几个小数目,数目多的话就只能叫“许多”了,这本领还比不上现在的幼儿园小朋友。人类学家发现,塔斯马尼亚岛土著所知道的数就是“1,2,很多”。澳大利亚的一些土著到近代才有数的概念,而且也只有初步的认识。他们的计数无非是“1,2,3,4,5,6,许多”。尽管他们也生存了下来,但谈不上创造了高级的文明。

人之区别于其他动物,其根本是什么?有人说是劳动,有人说是道德,有人说是符号(如语言、文字等),这些答案都或多或少有些道理。但无论如何,只有当人类发明了文字和数字之后,人类的文明才真正开始起步。当然,发明文字和数字绝不是一件容



►一位塔斯马尼亚岛的土著。塔斯马尼亚是澳大利亚联邦的一个岛州,虽然可能早在25 000年前就有人类居住,但该群岛在1642年被荷兰航海家塔斯曼发现之前一直与世隔绝。



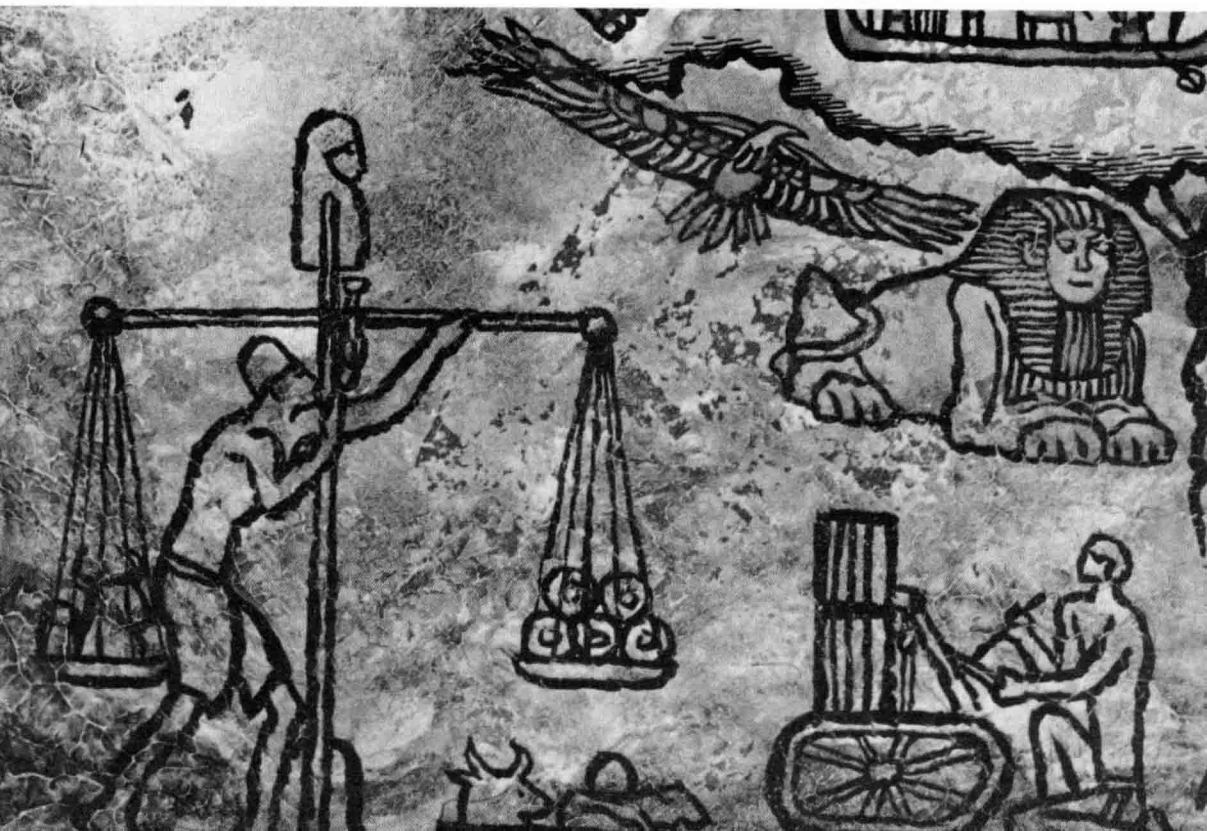
易的事,而且还必须在至少一个部落或更大的群体内达成一致,不能各用各的。因此,人类为此花费了相当多的心思和时间。

我们知道,从语言发展过程看,口头语言总是早于书面语言。回顾孩童时代,我们总是在认字之前就由父母教会了说话,也学会了扳着手指头数数。书面语言也许是为了更好地传承记忆而产生的,这样它所表达的信息就能更加稳定地得以流传。因为数字概念的形成在书面语言之前,所以要追溯它的历史是件很困难的事情。我们无从知晓数字究竟是什么时候诞生的,但一般认为,数字概念的形成可能与火的使用一样古老,至少有着 30 万年的历史。

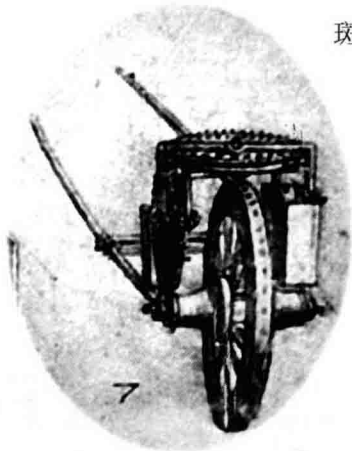
● 数字概念的萌芽

早在原始社会,人们就在储藏与分配猎物时,逐渐产生了数的感觉。当一个原始人面对放在一起的 3 只羊、3 只苹果和 3 支箭时,他会朦胧地意识到其中有一种共性。可以想象,这时他会多么惊讶。

► 数字是在人类原始文明的发展过程中诞生的。



那时的人们虽然有计数的需要,但是还不会用数字来表示物体的多少。后来,在长期的实践中,原始人逐渐形成了“多”和“少”的概念。于是,他们便借助其他手段,如在地上摆小石子、在木条上刻痕、在绳上打结等方法来计数。比如,他们出去放牧时,每放出一只羊,就摆一个石子,晚上放牧回来时,又用同样的方法检查羊有没有丢失;他们出去打猎时,把武器和猎人一一搭配好,做到一人一件。这些行为包含计数的基本思想,就是把要数的实物和用来计数的实物一个一个地对应起来,也就是现在所说的一一对应。



►达·芬奇发明了世界上最早的机械计程装置。这是他手绘的示意图。

说到一一对应,我们在下面的这个故事中可窥一斑。文艺复兴时期最博学的人物达·芬奇(L. da Vinci)发明了世上最早的“计程车”。那是一种机械装置,它只有一只轮子,通过一系列齿轮与一个环形装置相连接;这个环形装置里装满了鹅卵石,装置下面是一个盒子。当“计程车”向前行进时,轮子转动带动齿轮转动,从而影响环形装置;每经过一定的距离,环形装置里就有一颗鹅卵石掉下来,落在盒子里。于是,要统计“计程车”跑了多少路,只要数一数掉在盒子里的鹅卵石数目就可以了。显然,达·芬奇的“计程车”在路程和鹅卵石的数目之间建立了一一对应关系。

这种通过对应来进行数量统计的方法,可能维持了数万年之久。当然,远在数字的概念产生之前,远在第一个有史料记载的数学家或数学著作产生之前,人类就意识到可以对数量做加减等运算和大小比较,并用某种符号来表示数量。这就足以令今天的我们惊叹不已。

随着时间的推移,大约在发明文字的同时,人们面临的计数问题越来越多,对数字的需要也越来越迫切。显然,数字对于计算财产、俘虏或子女人数都是十分必要的。但是,从对数量的原始感觉到抽象的“数字”概念的形成,却经历了极其漫长的时间。尽管原始人在智力上超过其他动物,他们也许曾无数次注意到,5块石头和5根手指、5只鸡具有相似之处,但从这种形象的思维出发,不知过了多少万年,才有人模模糊糊地抽象出了“5”这个概念。到了这个时候,它已经不再与石头、手指或者鸡等具体形象联系在一起了,而是成了一个抽象的“数字”。

变形象为数字,是人类智力飞跃过程中最初的一步,它使人类具备了认识世界



的抽象能力。人类一旦把形象变成数字进行思考和认识,抽象思维便开始了。从这个意义上说,数字的产生是人类思维历程中的一个标志性事件。

●符号的出场

符号的产生是为了记录大数。随着狩猎水平的提高和交易的频繁,原始人接触的数也渐渐多了起来。也许,人们觉得有必要进一步用一个手指代表一,五个手指代表五,来“一五一十”地计数。用手指还可以做一些最简单的加减运算。于是,计数的范围得到了扩大。也许让人类产生符号感的第一样东西就是人的手指,它们不仅用于计数,还用于生活中的其他方面。即使在今天,聋哑人之间用手势进行交流,仍可有效地表达相当多的信息。

手指计数虽然方便,但不能长时间保留,而且它们能表示的物体个数也很有限。常常会有些“大数”超过了手指头的数目,哪怕是把一家人的手指头、脚指头都用上也不够。于是,有人想到用小石子、小木块等表示数字。这无疑又是一个进步。

过了一段时间,人们又觉得,小石子、木块等固然能计数,但还是比较麻烦,稍不留意,一碰就会乱套。于是,我们的祖先又创造了一些更为牢靠的计数方法。“结绳计数”就是其中的一种,人们在一根绳上打许多结,用结的数量来计数。在世界各地,几乎都有过结绳计数的历史。

除结绳外,在木头或竹片上刻痕也是一种常用的计数方法。在长期不经意的游戏或生活体验中,人们发现,数具有有序的特点,它有一



► 一张以“手指计数”为主题的墨西哥邮票。



► 结绳计数在很多原始部落里流传了数千年之久。这是16世纪秘鲁的印第安人所画的结绳图。

种固定的记录方法,而不需要准备很多小石子。既然如此,那为什么不用更加小巧的符号表达呢?例如,可以用“|”来表示“1”,用“||”来表示“2”……很显然,可以用“||||||||||||”来表示 18。这么长的一串符号很容易看错,人们就把它分组分节表示,比如可以参照我们的手指数,5 个一组地表示,即“|||| | ||| | ||| | ||| |”,这种方法我们在今天也还在使用。

这种计数方法更进一步暗示了一种符号表示。但是,这种表示方法看上去还是太长。为什么不用独立的记号来表示这一串“|||||”呢?比如用“+”表示“|||||”,上面的那个数就可表示成“++++|”。这样不仅不会搞错,而且看上去很简洁。

“基数”的概念就这样产生了,上述的“+”(即 5)就是一个基数。基数一层一层地叠加上去,不管什么数都可以用这些基数组合出来,比如可将“+++++”看做一个“|”。进而人们发现,基数还可以不止一个。这是进位制的萌芽,是人类数字符号表示的巨大飞跃。当然,也可以用绳子表示不同的基数,比如用一个大的或红色的结表示 100。只是随着人类文字符号的产生,绳子在这方面的作用被悄悄地取代了。

基数概念的产生在很大程度上是出于商品交换的需要。钱币的产生和作用其实与数字符号类似,就是用一般等价物得到大家认可,由它直接参与交换比实物交换要方便得多。金锭、银币、铜板和银票,直至今天流通的各种纸币,其实都代表了不同的基数,这很可能是刺激进位制产生的极其重要的动力。

●古巴比伦和古埃及的数字

最初,数是作为文字符号出现的,没有人想到让数学语言和生活语言分家,这是所有早期文明的特征之一。阿拉伯数字通行于世是相当晚的事情,距现在 1 000 年左右。从此,数学符号渐渐从文字中独立出来,为数学语言离开生活语言走向世界,奠定了坚实的基础。

今天世界上通用的数学,也叫主流数学,这是从为数不多的几个文明演化过来的。当然,地球上还有很多文明也有过数学的萌芽,但却没有流传下来。虽然他们也对数学做出了贡献,但对于主流数学则几乎没有影响,玛雅文明就是一个典型。

目前公认的第一个对主流数学做出贡献的是古巴比伦。古巴比伦位于两河流域(今伊拉克),当时叫美索不达米亚。公元前 18 世纪,汉谟拉比(Hammurabi)统一了苏美尔和阿卡得两大文化,使古巴比伦文明达到了一个顶点。



在流传下来的古巴比伦泥板上,我们可以看到许多楔形刻痕,这就是著名的阿卡得楔形文字。阿卡得的算术在整个古巴比伦历史上非常突出,他们将很多数都用符号表示。除了整数,对于少数分数(如 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ 等),他们也发明了特定的符号。

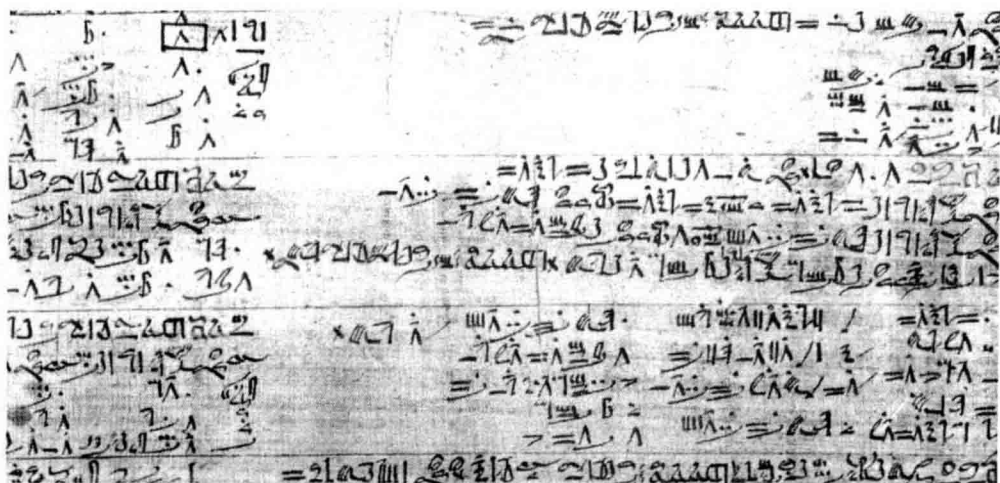
古巴比伦人也知道加法和减法。对于加法,他们没有特定的符号,只是把两个数放在一块。减法则有特定的较为复杂的符号。古巴比伦人也会做整数的乘法,但乘法的符号比较复杂。他们还意识到,除以一个数就等于乘以这个数的倒数,因此他们建立了一个倒数表,除不尽的倒数就用近似数表示。

身处尼罗河下游的古埃及人对主流数学也做出了贡献。由于他们的记录多在纸草上,所以很多没能流传下来。现存的数学文献主要是两批纸草文书——莫斯科纸草书和莱因德纸草书,大约成书于公元前19~前17世纪。

古埃及人的数字是象形文字。他们做加减运算时,只是添加或划掉一些符号。乘法运算则利用不



▶ 汉谟拉比是古巴比伦的第六代国王,他使古巴比伦文明达到了巅峰。他所颁布的《汉谟拉比法典》产生于公元前18世纪,被认为是世界上最早的一部比较系统的法典。图为刻着《汉谟拉比法典》的石柱。



▶ 数字最早出现在5000年前的古埃及的纸草书上。这份著名的莱茵德纸草书记载了古埃及分数表。