



应用型本科信息大类专业“十二五”规划教材

数字信号处理

李丽芬 蔡小庆 主 编



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

应用型本科信息大类专业“十二五”规划教材

数字信号处理

主 编 李丽芬 蔡小庆
副主编 卜旭芳 柴西林 杨 瑞
胡广洲 纪 萍 苏 明
参 编 史迎春 刘继超

886882

图中

编主 蔡小庆 李丽芬

版位第册字编

00018

第 一 章 傅里叶变换

第 二 章 傅里叶变换

第 三 章 傅里叶变换

第 四 章 傅里叶变换

第 五 章 傅里叶变换

(北京·南京) 清华大学出版社, 1998

00018(1998) 第 一 版

00018(1998) 第 一 版

00018(1998) 第 一 版

第 一 版 (1998)

第 一 版 (1998)

第 一 版 (1998)

第 一 版 (1998) 清华大学出版社, 1998

00018(1998) 第 一 版

华中科技大学出版社



本书系统地介绍了数字信号处理的基本理论、基本算法及其软件实现方法,注重基本概念、基本方法的讲解,简化了烦琐的理论推导。全书内容共分为7章,包括绪论、离散时间信号与系统、 z 变换、离散傅里叶变换及其快速算法、IIR数字滤波器的设计与实现、FIR数字滤波器的设计与实现,以及MATLAB简介。

本书结构清晰,通俗易懂,便于自学。书中各章节的例题和习题紧扣基本概念、基本原理和基本方法的应用,每章后面均配有MATLAB示例程序及上机练习,便于读者更好地理解 and 掌握数字信号处理的理论知识。

为了方便教学,本书还配有电子课件等教学资源包,任课教师和学生可以登录“我们爱读书”网(www.ibook4us.com)免费下载,或者发邮件至 hustpeiit@163.com 免费索取。

本书可作为高等学校通信工程、电子信息工程、自动化控制工程等专业的本科生教材,也可以作为图像处理、语音信号处理等领域工程技术人员的业务参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/李丽芬,蔡小庆主编. —武汉:华中科技大学出版社,2014.12
ISBN 978-7-5609-9731-5

I. ①数… II. ①李… ②蔡… III. ①数字信号处理-高等学校-教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 289988 号

数字信号处理

李丽芬 蔡小庆 主编

策划编辑:康 序

责任编辑:康 序

封面设计:李 嫒

责任校对:刘 竣

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)81321915

录 排:武汉正风天下文化发展有限公司

印 刷:湖北恒泰印务有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:15.75

字 数:429千字

版 次:2015年2月第1版第1次印刷

定 价:35.00元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

前言

PREFACE

随着信息科学、计算机科学以及电子技术的高速发展,数字信号处理的理论与应用也迅速发展,形成了一套较为完整的理论体系,已经成为一门极其重要的学科。数字信号处理不仅是高等院校电子信息类专业的一门重要的专业基础课,而且还是通信与信息系统、信号与信息处理等专业的硕士研究生入学考试的科目之一。数字信号处理系统由于计算机的使用而得到了广泛应用。数字信号处理技术现已广泛应用于数字通信、电子测量、遥感遥测、生物医学工程,以及数字图像处理、振动分析等领域。

数字信号处理课程开设的目的是让学生掌握数字信号处理的基本概念、基本理论、基本分析和实现方法。但是由于该课程理论性较强,所涉及的内容需要烦琐的数学推导,学生在学习过程中往往感觉过于抽象、难以理解和掌握。而本书以培养应用型人才为基本目的,侧重于数字信号处理的基础知识讲解,用软件实现烦琐计算的替代,既能减轻学习负担,又能满足实际应用。本书的主要特点如下。

(1) 内容精练,侧重于讲解基本概念、基本理论和基本实现方法。

(2) 引入 MATLAB 实现各章节的理论和方法。MATLAB 将矩阵运算、数值分析、信号处理和图形显示有机地融合起来,形成了一个使用方便、用户界面友好的操作环境。MATLAB 在很多工程技术领域中得到了广泛的应用,在信号处理方面更具有巨大的优势。本书中各章节的大部分例题都给出了具体的 MATLAB 实现程序,有助于学生理解和掌握数字信号处理的基本理论和基本实现方法。

(3) 例题、习题丰富,便于自学。大量的例题有助于学生理解和掌握书中的基本理论和方法,培养学生分析和解决问题的能力;每章最后的相关习题的训练,有助于学生巩固所学知识。

(4) 理论联系实际,侧重实用。以实用为原则,简化了烦琐的理论推导,将理论学习和实验仿真相结合,使学生在实践中掌握数字信号处理的基本概念、基本方法和基本应用。

全书共分 7 章,第 0 章为绪论,对全书的内容进行了总体介绍;第 1 章介绍离散时间信号与系统,包括离散时间信号、连续时间信号的采样、离散时间系统

的特性、离散卷积运算、线性常系数差分方程的时域解法等内容;第2章介绍 z 变换,包括序列的傅里叶变换、 z 变换与逆 z 变换、 z 变换的性质、 z 变换与其他变换的关系、离散系统的系统函数等内容;第3章介绍离散傅里叶变换及其快速算法,包括离散傅里叶级数、离散傅里叶变换及性质、离散傅里叶变换与其他变换之间的关系和快速傅里叶变换等内容;第4章介绍IIR数字滤波器的设计与实现,包括IIR数字滤波器的实现结构、模拟低通滤波器的设计方法和数字滤波器的转换方法等;第5章介绍FIR数字滤波器的设计与实现,包括FIR数字滤波器的实现结构、窗函数设计法和频率采样设计法。第6章介绍了MATLAB的使用方法。

本书由燕京理工学院李丽芬、蔡小庆任主编,由燕京理工学院卜旭芳、西北师范大学知行学院柴西林、华中师范大学武汉传媒学院杨瑞、哈尔滨石油学院胡广洲、河海大学文天学院纪萍、燕山大学里仁学院苏明任副主编,由燕京理工学院史迎春、刘继超参编。其中,绪论和第5章由李丽芬编写,第1章和第4章由蔡小庆编写,第2章由卜旭芳编写,第3章由杨瑞编写,第6章由柴西林编写。胡广洲、纪萍、苏明为本书的编写提供了不少素材。全书由李丽芬统稿,史迎春、刘继超参与了本书中的程序设计、仿真及绘图等工作。

为了方便教学,本书还配有电子课件等教学资源包,任课教师和学生可以登录“我们爱读书”网(www.ibook4us.com)免费下载,或者发邮件至 hustpeiit@163.com 免费索取。

本书在编写过程中,参考了书后所列参考文献中的某些内容、例题或习题,在此向这些文献的作者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免有错误和不妥之处,恳请读者批评指正。

编者

2014年12月于北京

目
录

CONTENTS

绪论	(1)
0.1 信号、系统与信号处理	(1)
0.2 数字信号处理系统的基本组成	(2)
0.3 数字信号处理的优势	(3)
0.4 数字信号处理的实现与应用	(3)
0.5 关于数字信号处理的学习	(4)
第1章 离散时间信号与系统	(5)
1.1 离散时间信号——序列	(5)
1.2 连续时间信号的采样	(10)
1.3 离散时间系统分析	(15)
1.4 离散卷积	(19)
1.5 线性常系数差分方程	(23)
1.6 本章内容有关的 MATLAB 应用示例	(25)
本章小结	(32)
习题与上机练习 1	(33)
第2章 z 变换	(35)
2.1 序列的傅里叶变换	(35)
2.2 变换的定义及收敛域	(37)
2.3 逆 z 变换	(42)
2.4 z 变换的性质	(46)
2.5 z 变换与拉氏变换、傅氏变换的关系	(52)
2.6 差分方程的 z 域解法	(54)
2.7 系统函数	(55)
2.8 本章内容相关的 MATLAB 应用示例	(58)
本章小结	(60)
习题与上机练习 2	(61)
第3章 离散傅里叶变换及其快速算法	(63)

3.1 离散傅里叶级数	(63)
3.2 离散傅里叶变换	(64)
3.3 离散傅里叶变换的性质	(66)
3.4 快速傅里叶变换	(70)
3.5 DFT 应用举例	(75)
3.6 本章内容相关的 MATLAB 应用示例	(80)
本章小结	(82)
习题与上机练习 3	(82)
第 4 章 IIR 数字滤波器的设计与实现	(84)
4.1 数字滤波器的基本原理和特性	(84)
4.2 IIR 数字滤波器的实现结构	(88)
4.3 模拟低通滤波器的设计方法	(93)
4.4 冲激响应不变变换法	(103)
4.5 双线性变换法	(106)
4.6 频带变换	(110)
4.7 本章内容相关的 MATLAB 应用示例	(118)
本章小结	(123)
习题与上机练习 4	(124)
第 5 章 FIR 数字滤波器的设计与实现	(125)
5.1 FIR 数字滤波器的实现结构	(125)
5.2 线性相位 FIR 滤波器的特性	(130)
5.3 窗函数设计法	(136)
5.4 频率采样设计法	(146)
5.5 IIR 和 FIR 数字滤波器的比较	(151)
5.6 本章内容相关的 MATLAB 应用示例	(152)
本章小结	(160)
习题与上机练习 5	(161)
第 6 章 MATLAB 简介	(162)
6.1 MATLAB 界面的介绍	(162)
6.2 MATLAB 的基本操作命令	(165)
6.3 MATLAB 基本程序控制语句	(184)
6.4 数据的输入/输出及文件的读/写	(191)
6.5 MATLAB 绘图方法	(196)
6.6 数字信号处理常用函数介绍	(216)
6.7 GUI 图形界面编程描述	(221)
本章小结	(240)
习题及上机练习 6	(240)
参考文献	(243)

绪 论

数字信号处理(digital signal processing, DSP) 是利用计算机或专用的数字信号处理设备、采用数值计算的方法对信号进行处理的一门学科, 本书主要研究用数字或符号序列来表示信号以及对这些序列进行处理的原理及实现方法。数字信号处理的起源可追溯到 17 世纪, 如今随着信息科学、计算机科学以及电子技术的高速发展, 数字信号处理学科得以蓬勃发展, 在生物医学、声学、雷达、地层学、语音通信、数据通信、核科学等许多领域发挥着重要作用。



0.1 信号、系统与信号处理

人们相互问候、发布新闻、传播图像或者传递数据, 其目的都是要把某些信息借一定形式的信号传出去。信号是信息的载体, 是信息的物理表现形式。

同一种信号可以从不同的角度进行分类。

1) 确定性信号与随机信号

若信号被表示为一个确定的时间函数, 即对于指定的某一时刻, 可以确定相应的函数值, 这样的信号称为确定信号, 如正弦信号。但是实际传输的信号往往具有不可预知的不确定性, 这种信号称为随机信号或不确定信号。

2) 周期信号与非周期信号

所谓周期信号就是信号按一定的时间间隔重复, 而且是无始无终的信号, 并且可表示为如下形式

$$x(t) = x(t + kT) (k \text{ 为整数})$$

或

$$x(n) = x(n + kN) \quad (N \text{ 为正整数}, k \text{ 和 } n + kN \text{ 为任意整数})$$

则 $x(t)$ 和 $x(n)$ 都是周期信号, 周期分别为 T 和 N 。否则就是非周期信号。

3) 能量信号与功率信号

若信号能量 E 有限, 则称为能量信号。若信号平均功率 P 有限, 则称为功率信号, 这种信号的总能量一般趋于无穷。周期信号与随机信号一般是功率信号, 而非周期的绝对可积(和)信号一般是能量信号。

4) 连续时间信号与离散时间信号

按照时间函数取值的连续性和离散性, 可将信号划分为连续时间信号和离散时间信号(简称连续信号与离散信号)。

连续信号的幅值可以是连续的, 也可以是离散的, 时间和幅值都为连续的信号又称为模拟信号。在实际应用中, 模拟信号与连续信号往往不予区分。

离散信号在时间上是离散的, 只是在某些不连续的规定瞬时给出函数值, 在其他时间没有定义, 用 n 表示离散时间变量。如果离散时间信号的幅值是连续的, 则又可以称之为采样信号。如果离散时间信号的幅值被限定为某些离散值, 即时间与幅度都具有离散性, 则又可以称之为数字信号。图 0-1 中给出了模拟信号、采样信号与数字信号的示例。

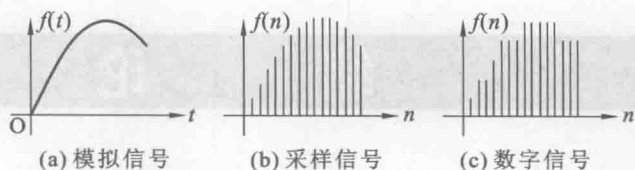


图 0-1 模拟信号、采样信号与数字信号

5) 一维信号与多维信号

信号的变量可以是时间、频率、空间位置或其他的物理量,若信号是一个变量的函数,则称为一维信号,如语音信号等;若信号是两个变量的函数,则称为二维信号,如黑白图像中每个像素点具有不同的光强度,任一点都是两个变量的函数。推而广之,若信号是多个变量的函数,则称为多维信号,如空间中传播的电磁波,同时考虑时间变量而构成四维变量。

0.2 数字信号处理系统的基本组成

通常,数字信号处理系统由 A/D 转换器、数字信号处理器、D/A 转换器三大部分组成,如图 0-2 所示。图 0-3 给出了图 0-2 中各有关信号的波形。整个系统的工作过程如下。

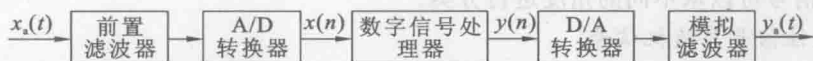


图 0-2 采样信号数字处理系统

(1) 为了避免采样出现频谱混叠现象,输入信号 $x_a(t)$ 先经过前置滤波器,将模拟信号 $x_a(t)$ 中的高于某一频率(折叠频率,等于采样频率的一半)的分量滤除。

(2) 在 A/D 转换器中每隔 T 秒对 $x_a(t)$ (见图 0-3(a)) 进行一次采样,得到离散时间信号 $x_a(nT)$,如图 0-3(b) 所示。然后在 A/D 转换器的保持电路中对采样信号进行量化,得到数字信号 $x(n)$,如图 0-3(c) 所示。

(3) 数字信号序列 $x(n)$ 通过数字信号处理系统的核心部分,即数字信号处理器,按照预定的要求进行加工处理,得到输出数字信号 $y(n)$,如图 0-3(d) 所示。

(4) $y(n)$ 通过 D/A 转换器,将数字信号序列反过来转换为成模拟信号,得到的模拟信号通过一个模拟滤波器,滤除不必要的高频分量,将信号平滑成所需的模拟输出信号 $y_a(t)$,如图 0-3(e) 所示。

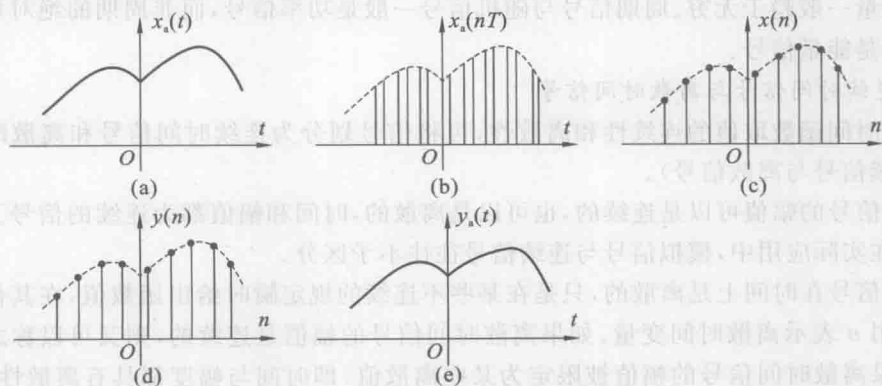


图 0-3 采样信号数字处理系统的信号波形



0.3 数字信号处理的优点

与模拟信号处理系统相比,数字信号处理系统具有以下优点。

1) 精度高

模拟信号处理系统中元器件的精度很难达到 10^{-3} 以上,而数字信号处理系统只要17位字长就可以达到 10^{-5} 的精度,因而可以获得高性能指标。

2) 灵活性强

通过修改存储器中数字信号处理系统的系数值,就可以得到不同的系统,比改变模拟系统方便得多。

3) 可靠性好

由于数字系统只有两个信号电位“0”和“1”,因而受周围环境温度及噪声的影响较小。而模拟系统的各元器件都有一定的温度系数,而且电平是连续变化的,易受温度、噪声、电磁感应等的影响。

4) 容易大规模集成

由于数字部件有高度规范性,便于大规模集成、大规模生产。

5) 时分复用

将各路输入信号连接至一个多路开关,在同步器控制下,按一定的时间顺序依次进行A/D转换和数字处理,各路处理结果用位于输出端的分路器按相同的时间顺序分离开来,分别输出。时分复用技术使设备利用率提高、成本降低。

6) 多维处理

利用庞大的存储单元,可以存储一帧或数帧图像信号,实现二维甚至多维信号的处理,包括二维或多维滤波、二维及多维频谱分析等。



0.4 数字信号处理的实现与应用

数字信号处理的实现一般分为软件实现、专用硬件实现和软/硬件结合实现等三种方法。

(1) 软件实现:在通用计算机或微处理机上编程可实现各种复杂的处理算法。

(2) 专用硬件实现:利用加法器、乘法器和延时器构成的专用数字信号处理机,或用专用集成电路实现某种专用的数字信号处理芯片,如快速傅里叶变换芯片、数字滤波器芯片等。

(3) 软/硬件结合实现:目前,通用的数字信号处理芯片既有专门执行信号处理算法的硬件,如乘法累加器、流水线工作方式、并行处理、多总线、位翻转(倒位序)硬件等;又配有相应的信号处理软件和专用指令,可以实现工程实际中的各种信号处理。

数字信号处理系统由于计算机的使用而得到广泛应用。数字信号处理技术已广泛应用于数字通信、电子测量、遥感遥测、生物医学工程,以及数字图像处理、振动分析等领域。具体如下。

(1) 滤波:滤波是现代数字信号处理的重要研究内容,在信号分析、图像处理、模式识别、自动控制等领域得到了广泛应用。

(2) 语音信号处理:包括语音邮件、语音编码、数字录音系统、语音识别、语音合成、语音

增强、文本语音变换等。

(3) 图形和图像处理:包括图像变换、图像复原、图像重建、图像压缩、图像增强、模式识别、计算机视觉、图像分割等。

(4) 自动控制:包括机器人控制、激光打印机控制、自动机、电力线监视器、计算机辅助制造、自适应驾驶控制等。

(5) 仪器:包括频谱分析仪、函数发生器、地震信号处理器、瞬态分析仪等。

(6) 通信:包括自适应差分脉码调制、自适应脉码调制、数字公用交换、信道复用、移动电话、调制解调器、卫星通信等。

(7) 医疗:包括健康助理、远程医疗、生物医学、计算机辅助诊断、病人监视、超声仪器、CT 扫描、核磁共振、助听器等。

(8) 军事:包括雷达处理、声呐处理、遥感遥测、导航、射频调制解调器、全球定位系统(GPS)、侦察卫星、航空航天测试、自适应波束形成、阵列天线信号处理等。



0.5 关于数字信号处理的学习

数字信号处理是一门理论性较强的课程,所涉及的内容需要烦琐的数学推导,学生在学习过程中往往会感觉过于抽象,难以理解和掌握,因此,对于初学者给出以下几方面的建议。

1) 注重基础理论和基本概念的理解

在学习的过程中,理论够用即可,没有必要埋头在复杂的理论及公式推导中。例如,FFT 算法的学习中,只需理解算法的基本原理和具体的应用方法,不必花费大量的时间在算法的推导上。

2) 借助 MATLAB 工具

对于一些无须深入理解的内容,如连续时间滤波器的设计、IIR 滤波器的频率变换等内容,可以借助 MATLAB 工具进行实现,动态直观的效果有利于理论知识的理解。

3) 理论联系实际,培养工程的思维方法

数字信号处理的理论包含有许多研究问题和解决问题的科学方法。例如,从时间看信号只能看到信号变化的大小和快慢,看不到信号的基本成分,可以录制一段语音信号,对该信号进行 FFT 变换,从时域变换到频域,从而观察该信号的频谱分布和带宽等信息,进而联系 FFT 在语音信号处理中的应用。

4) 建立课程之间的关联性

数字信号处理和信号与系统都是信号处理类的课程,前者为离散时间系统,后者为连续时间系统,有很多原理和方法都是类似的,如 z 变换的内容可以对比拉普拉斯变换的特点和性质进行学习。

第1章 离散时间信号与系统

本章主要介绍离散时间信号和离散时间系统的基本概念,重点研究线性时不变离散系统。首先介绍了离散时间信号序列,然后分析了连续时间信号的采样过程,重点研究了线性时不变系统的特点及描述该系统的两种方法——离散卷积和线性常系数差分方程。



1.1 离散时间信号——序列

离散时间信号是指信号在时间上是离散的,即只在某些不连续的瞬时给出信号的函数值,而在其他时间点没有定义。一般用 $x(n)$ 表示离散时间信号(序列),它可以是实数,也可以是复数,这里的 n 只能取整数($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)来表示各函数值出现的序号。也就是说,一个离散时间信号就是一组序列值的集合,在离散时间信号的传输与处理中,将这些序列值寄存在存储器中,以便随时取用。

序列有如下三种表示方法。

(1) 函数表示法 例如, $x(n) = a^n u(n)$ 。

(2) 集合表示法 例如, $x(n) = \{\dots, -5, -3, \underline{-1}, 0, 2, -8, \dots\}$, 一般来说,用集合表示序列时,都将 $n=0$ 时的值用下画线标注。这个例子中, $x(-1) = -3, x(0) = -1, x(1) = 0, \dots$

(3) 图形表示法 如图 1-1 所示,横轴虽为连续直线,但只在 n 为整数时才有意义。纵轴线段的长短代表各序列值的大小。

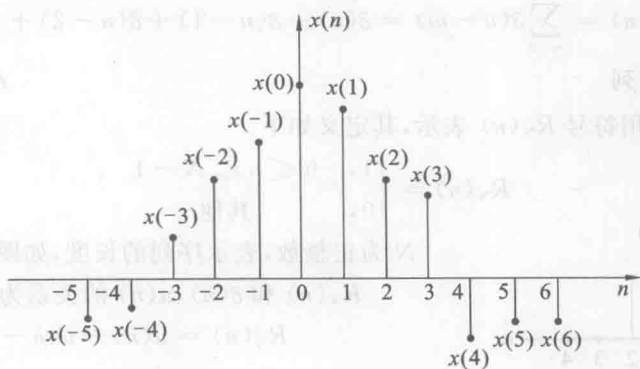


图 1-1 离散时间信号

1.1.1 几种典型的序列

我们所要处理的信号都是来自于工程中的实际信号,其波形是各种各样的。在数字信号处理的理论研究中,有一些典型的信号,如正弦信号、指数信号、单位脉冲信号、阶跃信号等,它们起到了重要的作用。下面对这些信号进行简要的介绍。

1. 单位脉冲序列

单位脉冲序列(又称单位抽样序列、单位冲激序列)用符号 $\delta(n)$ 表示,其定义如下。

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

$\delta(n)$ 序列只在 $n = 0$ 处取值为 1,其余点处取值均为 0,如图 1-2 所示。它是最常用、最重要的一种序列,在离散时间信号与系统中的作用类似于连续时间信号与系统中的单位冲激函数 $\delta(t)$ 。

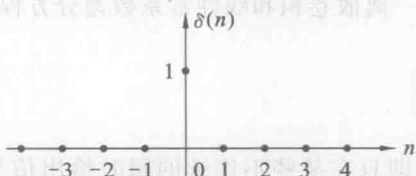


图 1-2 单位脉冲序列

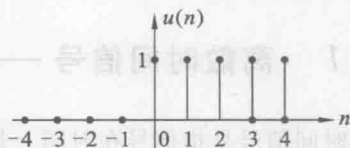


图 1-3 单位阶跃序列

2. 单位阶跃序列

单位阶跃序列用符号 $u(n)$ 表示,其定义如下。

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

$u(n)$ 在离散时间信号与系统中的作用类似于连续时间信号与系统中的单位阶跃函数 $u(t)$,但 $u(t)$ 在 $t = 0$ 时发生跳变,往往不予定义,而 $u(n)$ 在 $n = 0$ 时,定义为 $u(0) = 1$,如图 1-3 所示。

$\delta(n)$ 和 $u(n)$ 间的关系为:

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

$$u(n) = \sum_{m=0}^{+\infty} \delta(n-m) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \dots$$

3. 单位矩形序列

单位矩形序列用符号 $R_N(n)$ 表示,其定义如下。

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

N 为正整数,表示序列的长度,如图 1-4 所示。

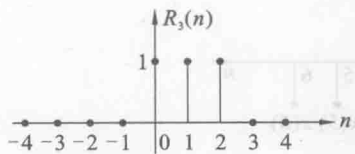


图 1-4 单位矩形序列

$R_N(n)$ 和 $\delta(n)$ 、 $u(n)$ 的关系为:

$$R_N(n) = u(n) - u(n-N)$$

$$R_N(n) = \sum_{m=0}^{N-1} \delta(n-m)$$

4. 实指数序列

实指数序列的表达式如下。

$$x(n) = a^n u(n) \quad (a \text{ 为实数})$$

当 a 为实数时, a^n 称为实指数序列。当 $n < 0$ 时,任何序列乘以 $u(n)$ 后,都有 $x(n) = 0$ 。当 $|a| < 1$ 时,信号随 n 指数衰减,序列收敛,如图 1-5(a) 所示;当 $|a| > 1$ 时,信号随 n 指数增长,序列发散,如图 1-5(b) 所示;当 a 为负数时,序列值正负交替变化,如 $-1 < a < 0$ 时,

序列收敛,如图 1-5(c) 所示。

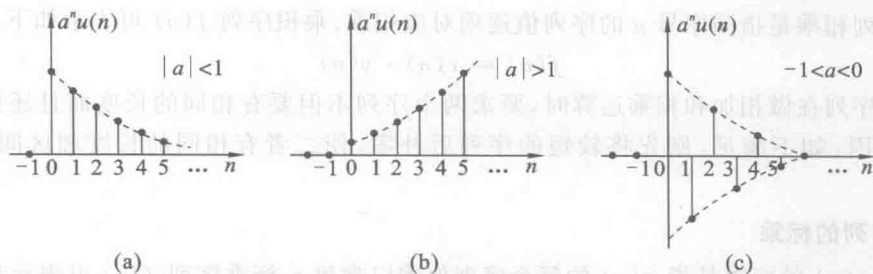


图 1-5 实指数序列

5. 复指数序列

复指数序列的表达式如下。

$$x(n) = e^{(\sigma + j\omega_0)n}$$

根据欧拉公式,复指数序列可以展开为如下形式。

$$x(n) = e^{(\sigma + j\omega_0)n} = e^{\sigma n} [\cos(\omega_0 n) + j\sin(\omega_0 n)]$$

由上式可知:复指数序列的实部和虚部都是幅度按指数规律变化的正弦序列;复指数序列在离散时间信号与系统中的作用类似于连续时间信号与系统中的复指数信号 $e^{(\sigma + j\Omega_0)t}$ 。

6. 正弦序列

正弦序列是包络为正弦、余弦变化的序列,其表达式如下。

$$x(n) = A\sin(\omega_0 n + \varphi)$$

其中: A 为幅度; ω_0 为数字频率,它反映了序列变化快慢的速率,或者为相邻两个样点的弧度; φ 为初相位。例如,

如图 1-6 所示的 $x(n) = \sin\left(\frac{1}{4}\pi n\right)$ 的波形。正弦序列在离散时间信号与系统中的作用类似于连续时间信号与系统中的 $x_a(t) = A\sin(\Omega_0 t + \varphi)$ 。

可以利用这些典型序列作用在系统上,研究测试系统的某些时域、频域特性。例如,最基本的信号是 $\delta(n)$,它作用在系统上,可以得到系统的单位抽样响应 $h(n)$,从而得到系统的频率响应,又可以利用 $\delta(n)$ 表示任意序列。

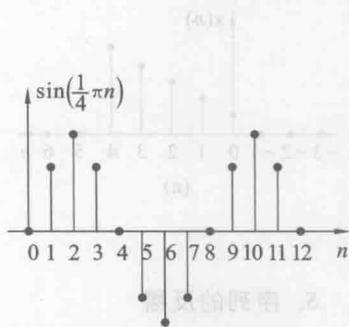


图 1-6 正弦序列

1.1.2 序列的基本运算

信号处理是通过各种运算来完成的,序列的运算都是通过三个基本运算单元——加法器、乘法器和延时器来实现。将这些运算组合起来,可以使系统处理信号的能力得以增强。在数字信号处理中,序列有以下几种基本运算,即乘法、加法、移位、反褶及尺度变换。

1. 序列的和

两序列的和是指同序号 n 的序列值逐项对应相加而构成的一个新序列 $f(n)$,其表示如下。

$$f(n) = x(n) + y(n)$$

2. 序列的乘积

两序列相乘是指同序号 n 的序列值逐项对应相乘。乘积序列 $f(n)$ 可表示如下。

$$f(n) = x(n) \cdot y(n)$$

两个序列在做相加和相乘运算时,要求两个序列不但要有相同的长度而且还要有相同的时间范围,如不满足,则先将较短的序列后补零,使二者有相同的长度和区间,再进行运算。

3. 序列的标乘

序列 $x(n]$ 的标乘是指 $x(n)$ 的每个序列值乘以常数 c 。标乘序列 $f(n)$ 可表示为

$$f(n) = cx(n)$$

c 可以是复数也可以是实数。当 c 为实数,并且 $c > 1$ 时,就是通常所说的放大作用,即把序列 $x(n)$ 的幅度放大了 c 倍。

4. 序列的移位

序列 $x(n)$ 向右(左)平移,是将序号减去(加上) m ,如 $y_1(n) = x(n-m)$ 、 $y_2(n) = x(n+m)$ 。此时, $y_1(n)$ 是整个 $x(n)$ 在时间轴上右移 m 个单位所得到的新序列,而 $y_2(n)$ 是整个 $x(n)$ 在时间轴上左移 m 个单位所得到的新序列。如图 1-7 所示,一个信号在 n 时刻的值 $x(n)$ 和在 $n-1$ 时刻的值 $x(n-1)$ 相比, $x(n-1)$ 出现在前, $x(n)$ 出现在后,相差一个单位。同理, $x(n+2)$ 和 $x(n)$ 相比, $x(n+2)$ 出现在 $x(n)$ 之后两个单位。在数字信号处理的硬件设备中,延迟(移位)实际上是由一系列的移位寄存器来实现的。

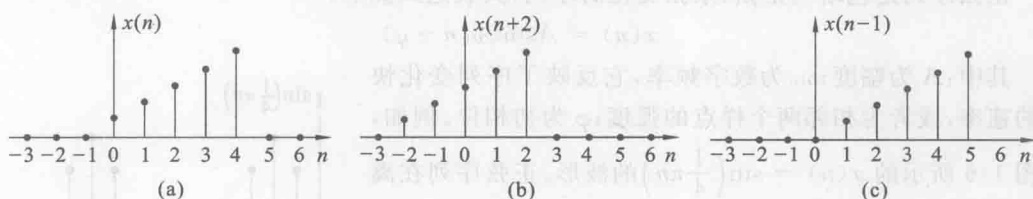


图 1-7 序列的移位

5. 序列的反褶

反褶是指将序列 $x(n)$ 的自变量 n 变换成 $-n$ 得到一个新序列 $x(-n)$ 的变换方式。反褶是序列波形以 $n = 0$ 轴为中心进行的 180° 翻转,反褶过程如图 1-8 所示。

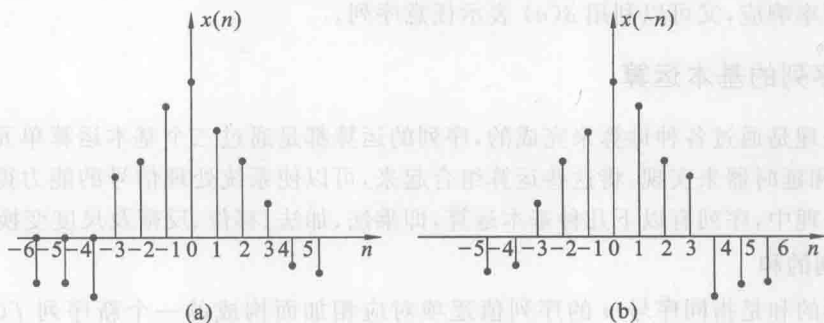


图 1-8 序列的反褶

6. 序列的尺度变换(抽取与插值)

序列的尺度变换包括抽取和插值两种运算,分别对应于序列波形的压缩和扩展。

(1) 抽取 将序列 $x(n]$ 的自变量 n 换成 mn , ($m \geq 2$, 为正整数) 得到一个新序列 $x(mn)$, 如图 1-9 所示。

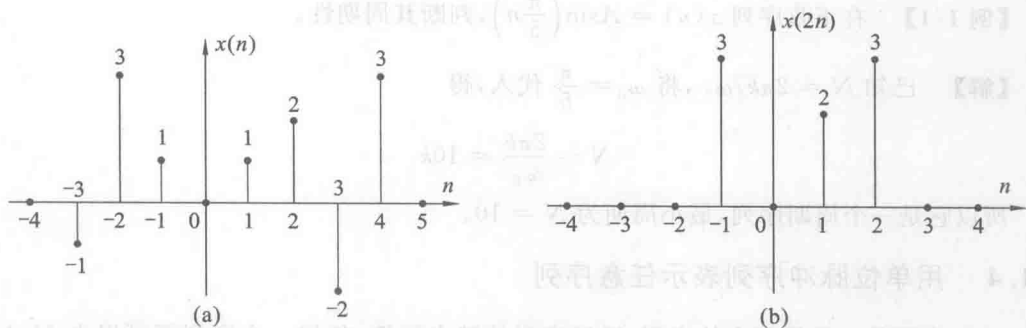


图 1-9 信号的抽取

(2) 插值 将序列 $x(n]$ 的自变量 n 换成 n/m ($m \geq 2$, 为正整数) 得到一个新序列 $x(n/m)$, 如图 1-10 所示, 实际上是在 $x(n]$ 的相邻序列值之间插入 $m-1$ 个“0”。

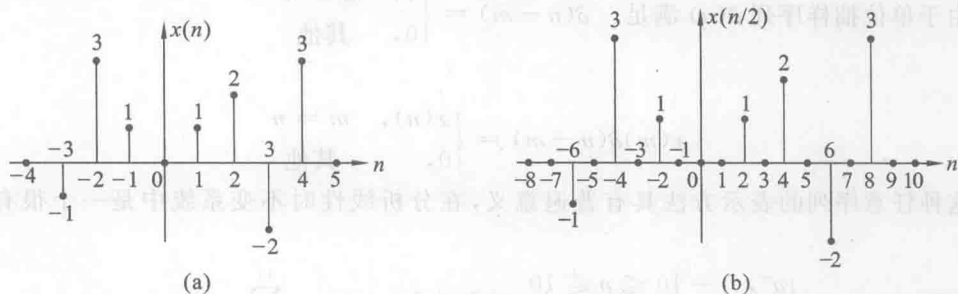


图 1-10 信号的插值

1.1.3 序列的周期性

对于任意整数 n , 若满足: $x(n+rN) = x(n)$ (r, n, N 为整数), 则序列 $x(n)$ 是周期序列, 其周期为 N 。

现在讨论正弦序列的周期性。大家知道, 正弦型模拟信号 $x_a(t) = A \sin(\Omega_0 t + \varphi)$ 是周期信号, t 是时间变量, 角频率 Ω_0 越大, 则 $x_a(t)$ 的变化越快, 信号的周期 $T_0 = 2\pi/\Omega_0$ 。

正弦序列 $x(n) = A \sin(\omega_0 n + \varphi)$ 可以看成是对连续周期信号 $x_a(t)$ 的采样, 但是对序列周期性的要求中 $x(n) = x(n+rN)$ (r, n 和 N 都是整数), 因而周期性的模拟信号采样得到的正弦序列就不一定是周期性的, 必须要满足一定的条件, 才能是离散时域的周期性序列。

若 $x(n) = A \sin(\omega_0 n + \varphi)$, 则 $x(n+N) = A \sin[\omega_0(n+N) + \varphi] = A \sin(\omega_0 n + \omega_0 N + \varphi)$ 。

当 $\omega_0 N = 2\pi k$, 且 k 为整数时, $x(n+N) = x(n)$, 这时正弦序列才是周期性的序列, 其周期满足 $N = 2\pi k/\omega_0$ (N, k 必须为整数), 则周期取决于角频率 ω_0 的取值, 下面分情况进行讨论。

(1) 当 $\frac{2\pi}{\omega_0} = N$, N 为正整数, 序列是周期性的, 周期为 N 。

(2) $\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{N}{m}$, $\frac{N}{m}$ 为有理数, 序列仍然是周期的, 周期 $N = m \frac{2\pi}{\omega_0}$ 。

(3) 当 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为无理数时,找不到满足 $x(n+N) = x(n)$ 的 N 值,这时为非周期序列。

【例 1-1】 有正弦序列 $x(n) = A\sin\left(\frac{\pi}{5}n\right)$,判断其周期性。

【解】 已知 $N = 2\pi k/\omega_0$,将 $\omega_0 = \frac{\pi}{5}$ 代入,得

$$N = \frac{2\pi k}{\omega_0} = 10k$$

所以它是一个周期序列,最小周期为 $N = 10$ 。

1.1.4 用单位脉冲序列表示任意序列

$\delta(n)$ 序列是一种最基本的序列,通过序列的基本运算,任何一个序列都可以由 $\delta(n)$ 来构造,即任意序列都可以表示成 $\delta(n)$ 的移位加权,由式(1-1)表示。

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)\delta(n-m) \quad (1-1)$$

由于单位抽样序列 $\delta(n)$ 满足 $\delta(n-m) = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

则

$$x(m)\delta(n-m) = \begin{cases} x(n), & m = n \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

这种任意序列的表示方法具有普遍意义,在分析线性时不变系统中是一个很有用的公式。

例如: $x(n) = \begin{cases} a^n, & -10 \leq n \leq 10 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,可表示为 $x(n) = \sum_{m=-10}^{10} a^m \delta(n-m)$ 。

再如 $x(n)$ 的波形如图 1-11 所示。

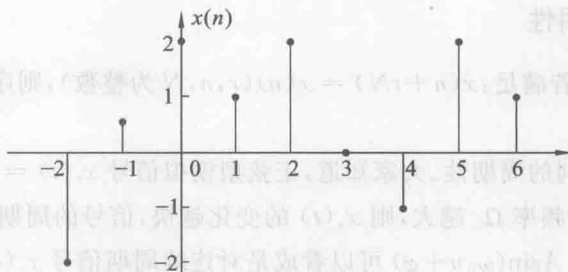


图 1-11 序列 $x(n)$ 的波形

可以用表达式表示成如下形式。

$$x(n) = -2\delta(n+2) + 0.5\delta(n+1) + 2\delta(n) + \delta(n-1) \\ + 2\delta(n-2) - \delta(n-4) + 2\delta(n-5) + \delta(n-6)$$

1.2 连续时间信号的采样

实际生活中我们遇到的都是连续时间信号,比如压力随高度变化的规律,飞机在空中飞行的位置是时间 t 的连续信号,但是我们用计算机监测这些信号的时候,读入的是某些离散