

名誉主编

雷洁琼

三点一测丛书

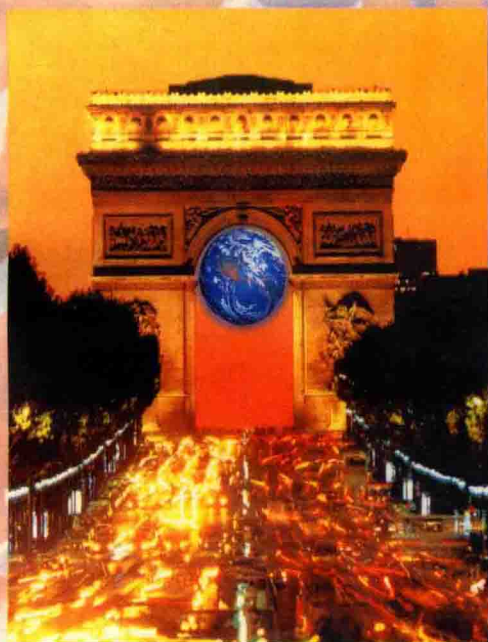
重点难点提示 知识点精析

综合能力测试

与现行教材同步

初二数学

成建卓 编
雷 君



各校经验的浓缩
名师心血的结晶
学生自学的点拨
应试能力的导向

科学出版社 龍門書局

三点一测丛书

初二数学

成建卓 雷 君 编

科学出版社
龍門書局

1996

京)新登字 306 号

三点一测丛书

初二数学

科学出版社

三点一测丛书

初二数学

成建卓 雷 君 编

责任编辑 王日臣

科学出版社
龙门书局 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

中国人民解放军第一二〇二工厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经销

*

1996 年 7 月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1996 年 7 月第一次印刷 印张: 9

印数: 1—28 000 字数: 204 000

ISBN 7-80111-190-7/G · 119

定价: 9.00 元

《三点一测丛书》

编 委 会

名誉主编：雷洁琼

主 编：希 扬

副 主 编：刘国材 吴万用

编 委：岑志林 王大中

郎伟岸 高经纬

王佰铭 宋 力

杨 岭 李敬东

立足知识点 突出含金量

——《三点一测丛书》序

一套涵盖全部中学课程的自读导向教程——《三点一测丛书》即将付梓问世之时，为这套丛书写一篇序言，确实有些诚惶诚恐。文因名人撰写，当蓬荜生辉；书因名家作序，将行之久远。而我既非名人，也非名家，只是一个在粉笔屑中苦度春秋的教者。不过，说一说编书与教书中的切身体会，也许会使读这套丛书的学习者、应试者与辅导者们找到一个知音。

近二十年来，我和我的学子们一道，每日遨游于题海中，跋涉在书山上，苦于找不到一本既实用、准确、翔实，又能指点迷津的辅导教材。我的一位同行长者说：“跳进题海去，找出航向来！”我突发奇想，为什么不可以编这样一套教材，让学习者、应试者一看，就心明眼亮，在学习应试中不走弯路，不去作那无用之功，把力气用在刀刃上，那该有多好！

1995年初，科学出版社邀我们编著一套与人民教育出版社出版的教材配套的、具有科学性、实用性、导向性的自读辅导教程，使之成为学习者与辅导者案头必备的读物，并定名为《三点一测丛书》。“三点”意指重点、难点提示、知识点精析与应用；“一测”即综合能力测试。我们与一些思维敏锐的教学研究者和出版家在实践中共同发现：近年来，大家在中学的辅导读物中都在一窝蜂地抓“点”，例如“重点”、

“难点”、“基点”、“疑点”、“考点”、“热点”、“要点”等等。其实，归根结底，最关键的就是“知识点”。我们抓住了知识点，进行精辟的分析，解决了其中的重点和难点，这样读者就可以举一反三，触类旁通，把握书海扬帆的正确航向。我们为学习者从大纲、考纲中找到了各科求知的达标点，从我们设计的测试题中找到了应试的参照系，使学习者切实体味到怎样从“知识型”向“能力型”转变，从“苦读型”向“巧读型”转变。这就可以在应试中切实有效地进行素质教育。

编写中，根据学习者的迫切需要与辅导者的建议，插入了大量由第一线教师精心设计、反复验证过的珍贵资料，也引入了报刊上新近披露的具有重要导向性的信息，使得这套丛书更具有实用性、工具性和权威性。不少看过这套丛书初稿的同行都赞不绝口：“太及时了！”“这套书的含金量很高。”“真称得上是，名校经验的浓缩，名师心血的结晶，学生自学的金钥匙，应试能力的营养库。”

实践是检验真理的标准，读者是最好的评审员。我们殷切地企盼着这套丛书问世后，能听到全国上百万的莘莘学子与辛勤耕耘的导师们的反馈意见，从而使它不断完善，最终能在蓊郁的书林中呈现出一道绿荫婆娑的怡人风景。

“春种一粒粟，秋收万颗籽。”愿暮春时节播下的这把种子，在金秋季节能收获丰硕的成果。

希 扬

1996年清明

前 言

为了帮助初中学生正确理解数学概念，提高能力发展智力，我们根据国家教委颁发的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》的要求，依据新教材，编写了本书。

本书在内容编排上紧紧围绕新教材，同时又根据自己的教学体会，把近年积累的部分材料经精选后编入本书。在本书中，每章前都有重点、难点提示，概括本章内容和知识要点。之后是知识点精析，编者通过典型例题，分析解题和证题思路，以便对学生有所启发。每章之后都配有A、B两组综合能力测试题，且以A组题为主。A组题侧重于双基训练；B组题侧重于分析能力和解决问题能力的提高。以适应不同层次的学生学习、练习之用，综合能力测试题后都有答案或提示，供学生做题后对照和解题参考。

由于时间仓促，不妥之处请广大读者提出宝贵意见。

编 者

1996年6月

目 录

第一部分 代数

第一单元 因式分解..... (1)

1.1 提公因式法和公式法 (1)

一、重点难点提示 (1)

二、知识点精析与应用 (2)

三、综合能力测试题(习题 1.1) (6)

1.2 分组分解法和十字相乘法 (9)

一、重点难点提示 (9)

二、知识点精析与应用 (10)

三、综合能力测试题(习题 1.2) (16)

1.3 单元测试题..... (19)

1.4 参考答案..... (20)

第二单元 分式 (27)

2.1 分式的性质及分式的运算..... (27)

一、重点难点提示 (27)

二、知识点精析与应用 (28)

三、综合能力测试题(习题 2.1) (33)

2.2 含有字母系数的一元一次方程与可化为一元 一次方程的分式方程及其应用 (40)

一、重点难点提示 (40)

二、知识点精析与应用 (41)

三、综合能力测试题(习题 2.2) (46)

2.3	单元测试题	(48)
2.4	参考答案	(50)
第三单元 数的开方		(55)
3.1	平方根、立方根与几次方根	(55)
	一、重点难点提示	(55)
	二、知识点精析与应用	(56)
	三、综合能力测试题(习题 3.1)	(64)
3.2	实数	(69)
	一、重点难点提示	(69)
	二、知识点精析与应用	(70)
	三、综合能力测试题(习题 3.2)	(74)
3.3	单元测试题	(77)
3.4	参考答案	(78)
第四单元 二次根式		(82)
4.1	二次根式及一次根式的乘法与除法	(82)
	一、重点难点提示	(82)
	二、知识点精析与应用	(83)
	三、综合能力测试题(习题 4.1)	(95)
4.2	二次根式的化简与计算	(100)
	一、重点难点提示	(100)
	二、知识点精析与应用	(101)
	三、综合能力测试题(习题 4.2)	(112)
4.3	二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(116)
	一、重点难点提示	(116)
	二、知识点精析与应用	(116)
	三、综合能力测试题(习题 4.3)	(123)
4.4	单元测试题	(126)
4.5	参考答案	(127)

第二部分 平面几何

第一单元 三角形	(132)
一、重点难点提示	(132)
二、知识点精析与应用	(133)
三、综合能力测试题	(137)
四、参考答案	(144)
第二单元 全等三角形	(150)
一、重点难点提示	(150)
二、知识点精析与应用	(151)
三、综合能力测试题	(160)
四、参考答案	(167)
第三单元 直角三角形、尺规作图和等腰三角形	(173)
一、重点难点提示	(173)
二、知识点精析与应用	(175)
三、综合能力测试题	(183)
四、参考答案	(191)
第四单元 中垂线、轴对称与勾股定理	(195)
一、重点难点提示	(195)
二、知识点精析与应用	(196)
三、综合能力测试题	(202)
四、参考答案	(206)
五、单元测试题	(208)
第五单元 四边形	(212)
一、重点难点提示	(212)
二、知识点精析与应用	(217)
三、综合能力测试题	(227)
四、参考答案	(233)

五、单元测试题·····	(235)
第六单元 比例线段和相似形 ·····	(238)
一、重点难点提示·····	(238)
二、知识点精析与应用·····	(241)
三、综合能力测试题·····	(252)
四、参考答案·····	(260)
五、单元测试题·····	(263)
综合复习测试题 ·····	(266)

第一部分 代数

第一单元 因式分解

1.1 提公因式法和公式法

一、重点难点提示

提公因式法是因式分解的最基本最常用的方法。由单项式乘以多项式的分配律，即

$$m(a+b+c)=ma+mb+mc$$

反过来，就有 $ma+mb+mc=m(a+b+c)$ ，这就是提公因式法分解因式。

运用提公因式法分解因式时，应注意以下两个问题：

1. 当提负号时，多项式的各项都要变号。

2. 当多项式中的某一项全部被提出后，剩下的多项式应在相应的位置上补上 1。

因为多项式的因式分解与整式乘法正好相反，所以把整式乘法公式反过来写，就得到多项式因式分解的公式：

$$1. a^2-b^2=(a+b)(a-b);$$

$$2. a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

$$3. a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2);$$

$$4. a^2+2ab+b^2=(a+b)^2;$$

$$5. a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$$

应用公式分解因式时，应注意：

1. 如果多项式中各项含有公因式, 应先提出公因式, 再考虑运用公式.

2. 公式中的字母, 可以表示一个数、一个单项式或者一个多项式.

3. 要认识到恰当地逆用公式, 会给一些问题的运算和证明带来很大的方便.

二、知识点精析与应用

〔例 1〕 把 $-3x^2+6x-18$ 分解因式.

〔分析〕 多项式的第一项系数是负的, 且各项系数有公因数 3. 所以应提出 -3 .

〔解〕 $-3x^2+6x-18$

$$= -3(x^2-2x+6)$$

〔例 2〕 把 $-3x^2y+12x^2yz-9x^3y^2$ 分解因式.

〔分析〕 多项式的第一项系数为负数, 应先提出负号, 各项系数的最大公约数为 3. 且相同字母最低次的项是 x^2y .

〔解〕 $-3x^2y+12x^2yz-9x^3y^2$

$$= -(9x^3y^2-12x^2yz+3x^2y)$$

$$= -3(3x^3y^2-4x^2yz+x^2y)$$

$$= -3x^2y(3xy-4z+1).$$

〔例 3〕 把 $a(x-2)^2-(2-x)^3b$ 分解因式.

〔分析〕 不难发现这个多项式由两大项组成, 即 $a(x-2)^2$ 和 $(2-x)^3b$, 并注意到 $(2-x)^3b$ 提出一个负号后, 就变为 $-(x-2)^3b$. 于是公因式就找到了.

〔解〕 $a(x-2)^2-(2-x)^3b$

$$= a(x-2)^2+(x-2)^3b$$

$$= (x-2)^2[a+(x-2)b]$$

$$= (x-2)^2(bx+a-2b).$$

〔说明〕 多项式中的公因式，有些比较简单，有些则比较复杂，需要进行一些运算，才能发现公因式，但不能生搬硬套。

〔例4〕 把 $(y-x)(c-b-a)-(x-y)(2a+b-c)-(x-y)(b-2a)$ 分解因式。

〔分析〕 在这个问题中， $y-x$ 和 $x-y$ 都可以做为公因式，但应尽量避免负号过多的情况出现，所以应提取 $y-x$ 。

$$\begin{aligned}\text{〔解〕 原式} &= (y-x)(c-b-a) + (y-x)(2a+b-c) \\ &\quad + (y-x)(b-2a) \\ &= (y-x)(b-a) = (x-y)(a-b).\end{aligned}$$

〔例5〕 把 $x(m-x)(m-y)-m(x-m)(y-m)$ 分解因式。

〔分析〕 因为两个因式的积 $(m-x)(m-y)$ ，同时改变两个因式的符号时，值不变，所以把 $(m-x)(m-y)$ 变成 $(x-m)(y-m)$ 时，便找到公因式。

$$\begin{aligned}\text{〔解〕 原式} &= x(x-m)(y-m) - m(x-m)(y-m) \\ &= (x-m)(y-m)(x-m) \\ &= (x-m)^2(y-m)\end{aligned}$$

〔说明〕 当分解的结果中有两个相同的因式（如本例中的 $x-m$ ）时，应写成平方的形式。

〔例6〕 把 $32x^3y^4-2x^3$ 分解因式。

〔分析〕 这个多项式有公因式 $2x^3$ ，应先提取公因式，剩余的多项式 $16y^4-1$ 具备平方差公式的形式。

$$\begin{aligned}\text{〔解〕 } 32x^3y^4-2x^3 &= 2x^3(16y^4-1) \\ &= 2x^3(4y^2+1)(4y^2-1) \\ &= 2x^3(4y^2+1)(2y+1)(2y-1).\end{aligned}$$

〔说明〕 把多项式分解成某些因式乘积，要注意其中的因式是否能继续分解。如能继续分解，要分解到不能分解为止。

〔例7〕 把 $(x+2y)^2 - (x-2y)^2$ 分解因式。

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad & (x+2y)^2 - (x-2y)^2 \\ &= [(x+2y) + (x-2y)][(x+2y) - (x-2y)] \\ &= (x+2y+x-2y)(x+2y-x+2y) \\ &= 2x \cdot 4y = 8xy \end{aligned}$$

〔说明〕 此例可以用乘法公式展开，再经过合并同类项得到 $8xy$ ，由本例的分解过程可知，因式分解在某些情况下可以简化乘法与加减法的混合运算。

〔例8〕 把 $x^7y^2 - xy^9$ 分解因式。

〔分析〕 首先提取公因式 xy^2 ，剩下的多项式 $x^6 - y^6$ 可以看作 $(x^3)^2 - (y^3)^2$ ，用平方差公式分解最后再运用立方和与立方差公式分解。

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad & x^7y^2 - xy^9 \\ &= xy^2(x^6 - y^6) = xy^2[(x^3)^2 - (y^3)^2] \\ &= xy^2(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) \end{aligned}$$

〔说明〕 $x^6 - y^6$ 也可变化成 $(x^2)^3 - (y^2)^3$ 。先运用立方差公式分解。但比较麻烦。

〔例9〕 把 $(x+y)^2 - 12(x+y)z + 36z^2$ 分解因式。

〔分析〕 把 $(x+y)$ 看作一个整体，那么这个多项式就相当于 $(x+y)$ 的二次三项式，并且为降幂排列，适合完全平方公式。

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad & (x+y)^2 - 12(x+y)z + 36z^2 \\ &= (x+y)^2 - 2(x+y)(6z) + (6z)^2 \\ &= (x+y-6z)^2 \end{aligned}$$

〔说明〕 此例中的多项式，且不可用乘法公式乘开后再分解，而要注意观察、分析，根据多项式本身的形式特点，善于把多项式中的某一项（或一部分）作为整体与因式分解公式中的字母对应起来。如此例中把 $(x+y)$ 代换完全平方公式中的 a ， $(6z)$ 换公式中的 b 。

〔例 10〕 把 $\frac{1}{2}(x^2-2y^2)^2-2(x^2-2y^2)y^2+2y^4$ 分解因式。

〔分析〕 把 x^2-2y^2 和 y^2 各作为一个整体，那么这个多项式就是关于 x^2-2y^2 和 y^2 的二次三项式但首末两项不是有理数范围内的完全平方项，不能直接应用完全平方公式，但注意把首项系数 $\frac{1}{2}$ 提出后，括号里边实际上就是一个完全平方方式。

$$\begin{aligned}\text{〔解〕} \quad & \frac{1}{2}(x^2-2y^2)^2-2(x^2-2y^2)y^2+2y^4 \\ &= \frac{1}{2}[(x^2-2y^2)^2-2 \cdot (x^2-2y^2) \cdot 2y^2+(2y^2)^2] \\ &= \frac{1}{2}(x^2-2y^2-2y^2)^2 = \frac{1}{2}(x^2-4y^2)^2 \\ &= \frac{1}{2}(x+2y)^2(x-2y)^2\end{aligned}$$

〔说明〕 二次三项式分解因式时，应先按某一字母（或一个整体）作降幂排列；再观察首末两项是否为完全平方项。若是则化成平方幂的形式（或者经过简单计算），检查中间项是否可视为两平方幂底数乘积的 2 倍，如果完全符合就可用完全平方公式进行因式分解，并注意写成完全平方形式后，括号里边是否能继续分解。

三、综合能力测试题

习题 1.1

A 组

1. 把下列各式分解因式:

(1) $2\pi R - 2\pi r$

(2) $9a - 18a^2 - 36a^3$

(3) $6x^2y + 9x^3y^2$

(4) $-m^3 - 5m^2 + 15m$

(5) $-12x^2y^2 + 6x^3y^3 - 4xy$

(6) $6a^2b - 3a^3b - 12a^4b^2$

(7) $3m^4 - 2m^3 + 5m^2$

(8) $(-x)^3 + (-x)^4 + 2x^2$

2. 把下列各式分解因式:

(1) $25x^3y + 20x^2y - 15x^2y^2$

(2) $7x^2y - 21xy^2 + 42x^2y^2$

(3) $-8m^4 - 24m^3 + 48m^2$

(4) $-6x^3y^4 + 12x^2y^2 - 18x^2y^3$

(5) $-3xy - 15xyz + 27abxy$

(6) $-3x^2yz^2 + 12x^3y^2z^2 + 9x^2yz^3$

3. 把下列各式分解因式:

(1) $2x(a^2 + b^2) - 3y(a^2 + b^2)$

(2) $a(x - y) + 2b(y - x)$

(3) $5(a - b)^2 - (b - a)^3$

(4) $a(x - y) - b(x - y) - c(x - y)$

(5) $x(m + n) - y(m + n) + (m + n)$

(6) $15x(a - b)^2 - 5y(a - b)^3$

(7) $a(a - 2) + b(a - 2) + c(2 - a)$