

中国

学

生
解
题
方
法
大
全
系
列



初中几何 JIE TIFANG FA

解题 方法 大全

张树义 / 编著



山西教育出版社

初中几何
解题方法

大全

张树义 编著

000072804



sz0206920

山西教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

初中几何解题方法大全/张树义编. —太原:

山西教育出版社, 2004.4

ISBN 7-5440-1954-3

I. 初... II. 张... III. 几何课—初中—教学参考资料

IV. G634.633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 68921 号

山西教育出版社出版发行

(太原市迎泽园小区 2 号楼)

太原红星印刷厂印刷 新华书店经销

2004 年 4 月第 1 版山西第 10 次印刷

开本: 850×1168 毫米 1/32 印张: 19.75

字数: 488 千字 印数: 100 001—120 000 册

定价: 19.00 元

出版宣言

掌握一个解题方法
比做一百道题更重要



我们常常会看到这样一种现象：不少同学整天忙着做作业，什么“课后练习”、“单元测试”、“升学练兵”，手头资料一大堆，习题做了好几本，但学习成绩就是不提高，考试成绩不理想，这是为什么？

究其原因，就是没有吃透教材的基本原理，就是没有掌握解题的科学方法。吃透原理，是学好功课的根本保证；掌握方法，是攻克难题的有力武器。只有弄清原理，才能思路清晰，从容对答；只有掌握方法，才能触类旁通，举一反三。不管遇到什么难题，都能得心应手，迎刃而解；不管参加何种考试，都能超水平发挥，一举夺标！

我们精心策划出版的这套《中国学生解题方法大全》就是期望为同学们提供最为全面、最为系统、最为实用、最为完备的各类解题方法。它以新教学大纲为指导，以“突出素质教育、激发创新思维、增强实践应用、培养解题技能”为宗旨，按照新教材的体系分章编写。书中既有方法点拨，思维开拓；又有例题分析，针对训练。方法灵活巧妙，题型系统全面，思路清晰顺畅，点拨恰到好处。可以说，本书是同学们“学好功课的方法宝库，攻克难题的新式武器”。

愿本书成为你学习的一个支点，撑起你知识的一片蓝天！

怎样学习初中几何 (代序)

学过几何的同学都有这样的感受:几何题浩如烟海且千变万化.有些学生概念、公理、定理背得烂熟,但一解题往往不知从何下手;有些学生听老师讲题明明白白,可自己动手解题却又无计可施;有些学生题做了不少,但一见难题又一筹莫展.总之他们都有这样的感慨:怎样才能学好几何呢?有什么好的方法吗?长期的教学实践使我体会到:这些学生的问题就是出在学习方法上.伟大的生物学家达尔文说:“一切知识中最有价值的是关于方法的知识.”著名的生理学家巴甫洛夫说:“科学依赖于方法的进步程度为推动力而前进的.”大师们的真知灼见更进一步地阐明了学习方法的重要性.不论是今天或是明天还是将来,不仅要求我们学会而且更重要的是要求我们会学,这也是未来人才的必备素质.下面我们就学习几何的方法与同学们交流,一起寻觅最有价值的知识.

一、立足课本

打开课本就好像打开知识的大门,对于我们初中生来讲,必须首先重视课本,它是我们最重要的导师,它最能体现知识的系统性和完整性.

二、准确理解几何概念与性质

1. 抓住关键词,掌握本质特征.

几何概念、性质是学习几何的重要基础,学习时,切忌死记硬背,重要的在于抓住关键词,掌握其本质特征.如:直线的基本性质“两点确定一条直线”,“确定”两字有两层含义:(1)可画一条直线,即存在性;(2)只可以画一条直线,即惟一性.决不能说成“两点可画一条直线”;又如,“互为余角”的定义规定了:两个角(不是多于两个角)的和是 90° ,这里“两个角”的规定常被同学们忽视,从而出现“ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 互为余角”的错误.进一步研究,互余概念是根据两个角数量关系定义的,与两个角的位置无关,因而只要两个角和为 90° ,即使它们不靠在一起也仍然互余.

2. 善于比较,辨别异同,易学好记.

在学习内容相近、易于混淆的概念时,采用对比异同的方法,不仅利于搞清它们的区别和联系,从而加深对知识的理解和记忆,而且利于提高分析比较能力.例如,菱形的定义:有一组邻边相等的平行四边形;正方形的定义:有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形.它们的相同点:都是有一组邻边相等的平行四边形;不同点:正方形比菱形多了有一个角是直角的条件.由定义可知正方形是特殊菱形.在记这两个定义时,记住菱形的定义,再加上有一个角是直角的条件,就可得到正方形的定义.

3. 掌握记忆概念、性质的方法.

在学习概念、性质时,有的同学记得很快,但忘得也快.怎样使所学的知识记得更牢固一些呢?这就要掌握记忆的方法.记忆要在理解的前提下加以记忆,另外还要注意条理性,寻找联系、规律等.例如,垂径定理及推论1的内容多不好记,学习时,可以这样记:一条直线具有经过圆心、垂直于弦、平分弦、平分弦所对的劣弧、平分弦所对的优弧中的任意两条,则必须具备另外三条(弦不是直径).用这样的叙述,简化了垂径定理及推论1的记忆.

三、掌握和运用数学思想和方法

学好几何概念和性质,不等于学好几何,几何证题不但要准确理解和运用概念、性质,还要掌握和熟练地运用数学思想和方法.

1. 掌握和运用数学方法.

对于一道题目,如何想出它的证法,即如何分析,又如何证明,这就需掌握数学方法中的综合法、分析法、分析综合法.

2. 掌握和运用数学思想.

解一道题的关键在于分析,而分析应该在一个思想指导下进行,这个思想就是我们所说的数学思想.数学思想就是数学的基本观点和处理问题的基本方法.它可从方向上指导我们解题,它是知识转化为能力的桥梁,是运用数学知识、技能、方法的灵魂,应予以重视.初中常用的数学思想有:转化思想、方程思想、分类讨论思想、数形结合思想等.

(1)掌握和运用转化思想 同学们在学习时都会有这样的体会:解决一个数学问题,往往是通过各种手段将它转化为已掌握的问题,用已掌握的方法加以解决,这就是数学的转化思想,转化思想是一种最基本的数学思想.

例1 已知:如图0-1, $CE \perp AB$ 于 E , $\angle 1 = \angle 2$, $BE = \frac{1}{2}(AB - AD)$.

求证: $\angle D + \angle B = 180^\circ$.

【思路分析】要证的结论是两个角的和为 180° , 而我们知道平角等于 180° . 因此, 要证结论, 需将这两个角转化为一个平角. 由 $\angle 1 = \angle 2$ 的条件, 可将 $\triangle ACD$ 沿 AC 翻折过来, 则 $\angle D = \angle AFC$. 再证 $\angle CFB = \angle B$, 需证 $\triangle BCE \cong \triangle FCE$.

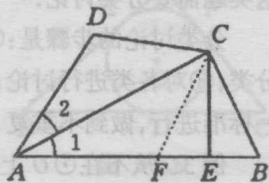


图 0-1

【题末点评】本题利用全等三角形、等腰三角形的性质, 将 $\angle B + \angle D$ 转化为一个平角, 使问题得到解决.

(2) 掌握和运用方程的思想 在一些存在相等关系的问题中, 为了解决这些问题, 可以设一个或几个未知数, 由相等关系, 列出方程或方程组, 使问题得以解决. 这就是处理数学问题的方程思想. 几何中的计算题常用方程思想来处理.

例 2 已知: 如图 0-2, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 是 BC 的中点, $DE \perp AB$, 垂足为 E , $AE = 7$, $\text{tg} B = \frac{1}{2}$, 求 DE 的长.

【思路分析】要求 DE , 需将未知量 DE 与已知量 AE 、 $\text{tg} B$ 联系在一起, 容易证明 $\triangle DBE \sim \triangle ABC$, 故可由线段成比例建立方程来求.

$$\text{【解】} \because \text{tg} B = \frac{1}{2}, \therefore \frac{DE}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}.$$

设 $DE = x$, 则 $BE = 2x$.

由勾股定理, 得 $BD = \sqrt{x^2 + (2x)^2} = \sqrt{5}x$.

$$\therefore BC = 2BD = 2\sqrt{5}x.$$

$$\because AC = \frac{1}{2}BC, \therefore AC = \sqrt{5}x. \because \angle B = \angle B, \angle BED = \angle C,$$

$$\therefore \triangle DBE \sim \triangle ABC. \therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB}.$$

$$\therefore \frac{x}{\sqrt{5}x} = \frac{\sqrt{5}x}{2x+7}. \text{ 解得 } x = \frac{7}{3}, \therefore DE = \frac{7}{3}.$$

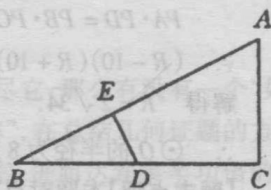


图 0-2

【题末点评】对于求值问题, 常由几何性质建立关于所求量的方程来解.

(3) 掌握和运用分类讨论思想 在概念、定理、法则等知识中, 有许多是分类给出的, 如三角形、等腰三角形. 在解答关于这些知识的问题时, 常要进

行分类讨论,另外,有些题条件或结论不是惟一确定时,会产生几种可能,解这类题需要分类讨论.

分类讨论的步骤是:①根据题目需要确定分类讨论对象;②进行合理的分类;③对各类进行讨论;④对讨论的结果进行归纳,得出结论.分类要按同一标准进行,做到不重复,不遗漏.

例3 从不在 $\odot O$ 上一点 P 作直线交 $\odot O$ 于 B, C ,且 $PB \cdot PC = 36$, $OP = 10$,则 $\odot O$ 的半径等于_____.

【思路分析】因为点 P 不在圆上,则点 P 可能在圆外,也可能在圆内,因此要分两种情况计算.

【解】设 $\odot O$ 的半径为 R .

(1)当点 P 在圆外时,如图0-3,延长 PO 交 $\odot O$ 于 D ,设 PO 与 $\odot O$ 交于点 A .

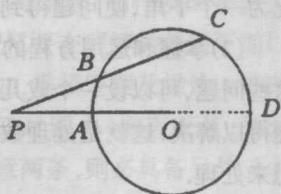


图 0-3

则 $PA \cdot PD = PB \cdot PC$.

$\therefore (10 - R)(10 + R) = 36$. 解得 $R = 8$.

(2)当点 P 在圆内时,作过点 P 的直径
4 AD .如图0-4. 由相交弦定理,得

$PA \cdot PD = PB \cdot PC$.

$\therefore (R - 10)(R + 10) = 36$.

解得 $R = 2\sqrt{34}$.

$\therefore \odot O$ 的半径为8或 $2\sqrt{34}$.

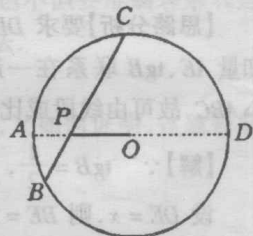


图 0-4

【题末点评】本题对点 P 的位置进行分类,根据不同的位置的点 P ,求出半径,若忽视了分类,容易漏去半径为 $2\sqrt{34}$ 的解.

(4)掌握和运用数形结合的思想 数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学,“数”与“形”是数学中密不可分的两大支柱.著名的数学家华罗庚说:“数缺形少直觉,形少数难入微.”因此,数形结合是研究数学问题的重要思想方法,数形结合的思想实质是把抽象的数学语言和直观的图形结合起来,以便化抽象为直观,化难为易.

例4 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, D, E, F 为切点,且有 $AB \cdot AC = 2BD \cdot DC$,求证 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

【思路分析】要证 $\triangle ABC$ 是直角三角形,需找出三边的关系,而 $AB \cdot AC =$

$2BD \cdot DC$, 需求出 BD 、 DC 与三边的关系.

【证明】设 $BD = x$, $DC = y$, $AF = z$, $BC = a$, $AB = c$, $AC = b$, 由题意可得方程组

$$\begin{cases} x + y = a, \\ y + z = b, \\ z + x = c. \end{cases} \text{解, 得} \begin{cases} x = \frac{1}{2}(a + c - b), \\ y = \frac{1}{2}(a + b - c). \end{cases}$$

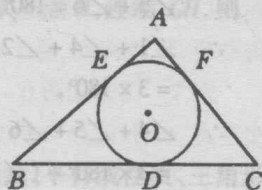


图 0-5

$$\therefore AB \cdot AC = 2BD \cdot DC, \therefore bc = 2 \cdot \frac{1}{2}(a + c - b) \cdot \frac{1}{2}(a + b - c).$$

整理, 得 $a^2 = b^2 + c^2$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形.

【题末点评】在解题过程中, 找三边关系, 借助于方程组, 这里用到代数知识, 又用到几何知识, 把它们有机地结合起来. 几何中数形结合有下列途径: 借助于方程(组)或不等式(组)解几何问题; 借助于函数解几何问题.

四、善于思考, 勤于积累, 探索几何证题方法 同学们在解决问题的过程中, 要不断地积累思考, 不断地总结探索几何证题的方法, 如证线段相等的方法, 证线段倍分的方法, 证两直线垂直的方法等. 这样不仅使我们提高解题能力和应试能力, 而且会使我们的思维水平得到升华即创造性思维的层次. 这也是我们学习几何的最终目的.

五、一题多解, 提高创造性思维能力

几何题浩如烟海, 即使我们倾全力也难以穷尽它. 那么有没有一个“好、快、省”的办法呢? 答案是有的, “那就是一题多解”. 在总结几何证题的方法过程中要注意对自己进行一题多解的训练和探索, 进而达到事半功倍的效果. 就思维过程讲是求同思维, 而与之相称的是求异思维(发散思维). 求异思维是从同一问题或同一来源出发探求不同的答案或寻求不同的解决途径. 它的思维方向分散, 富于联想, 思路宽阔, 是创造性思维的一种形式, 具有求异性, 探索性和多发性的特点, 它的重要性在于: 只有通过求同求异的多次反复, 思维才能达到较高级的水平, 才可能有所发明, 有所创造. “一题多解”正是培养我们解题能力和创造性能力的最好途径.

例 5 已知如图 0-6, $\angle BAF$ 、 $\angle CBD$ 、 $\angle ECA$ 是 $\triangle ABC$ 的三个外角.

求证: $\angle BAF + \angle CBD + \angle ACE = 360^\circ$.

【证法一】如图 0-6,

$$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ, \quad \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\begin{aligned}
 & \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ, \\
 \therefore & \angle 1 + \angle 4 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 3 + \angle 6 \\
 & = 3 \times 180^\circ, \\
 \therefore & \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 \\
 & = 3 \times 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3), \\
 \therefore & \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \\
 \therefore & \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 3 \times 180^\circ - 180^\circ \\
 & = 2 \times 180^\circ.
 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle BAF + \angle CBD + \angle ACE = 360^\circ.$$

【证法二】如图 0-6,

$$\begin{aligned}
 \therefore & \angle 4 + \angle 1 = 180^\circ, \angle 5 + \angle 2 = 180^\circ, \\
 \therefore & \angle 4 + \angle 1 + \angle 5 + \angle 2 = 360^\circ, \\
 \therefore & \angle 1 + \angle 2 = \angle 6, \\
 \therefore & \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ. \\
 \therefore & \angle BAF + \angle CBD + \angle ACE = 360^\circ.
 \end{aligned}$$

【证法三】如图 0-7, 过 B 作 BG //

CA.

$$\begin{aligned}
 \therefore & \angle 4 = \angle 1, \angle GBC = \angle 3, \\
 \therefore & \angle 4 + \angle 2 + \angle GBC = 360^\circ, \\
 \therefore & \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ. \\
 \therefore & \angle BAF + \angle CBD + \angle ACE = 360^\circ.
 \end{aligned}$$

【证法四】在 AF 上取一点 G, 过 G 作 GH // AB 交 BC 的延长线于 H, 如图 0-8.

$$\begin{aligned}
 \therefore & \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \\
 & \angle 3 + \angle BAF = 180^\circ, \\
 \therefore & \angle BAF + \angle 3 + \angle 2 + \angle 1 \\
 & = 360^\circ. \\
 \therefore & \angle 1 = \angle CBD, \\
 & \angle 2 + \angle 3 = \angle ACE, \\
 \therefore & \angle BAF + \angle CBD + \angle ACE = 360^\circ.
 \end{aligned}$$

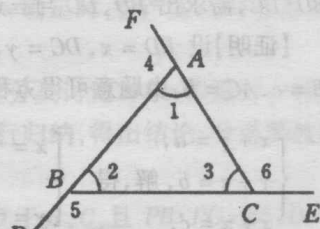


图 0-6

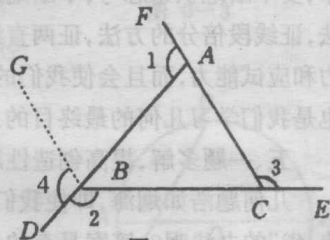


图 0-7

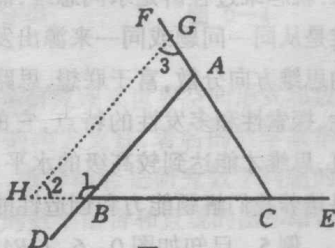


图 0-8

【证法五】在 AF 上取一点 G , 在 CB 的延长线上取一点 H , 连结 GH . 则 $\angle BAF + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.

$$\therefore \angle 1 = \angle CBD, \quad \angle 2 + \angle 3 = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle BAF + \angle CBD + \angle ACE = 360^\circ.$$

【题末点评】本题通过一题多解加深了对平角、周角、平行线性质的理解和四边形的内角和定理的理解; 得出证多角和为 360° 的方法: 将它转化为周角、二平角、四边形的内角和等; 对提高解题能力是非常有利的.

六、勇于探索, 敢于创新

大家熟悉的“没有最好, 只有更好”这不仅是一句脍炙人口的商业广告词, 而且体现了人类追求进步永不满足的创新精神. 社会就是在这种精神的推动下不断发展进步的. 在学习几何的过程中也要借鉴这种精神, “学贵有疑, 大疑大进, 小疑小进, 不疑不进”. 要敢于创新, 敢于向课本、老师挑战, 我们也会在探索中不断地体会到它的成功和乐趣. 下面两个例子是学生给出证明的.

例 6. 已知 AC 是 $\odot O$ 的弦, AB 是 $\odot O$ 的切线, $\widehat{AmC}$ 是弦切角 $\angle BAC$ 所夹的弧, $\angle P$ 是 $\widehat{AmC}$ 所对的圆周角. 求证: $\angle BAC = \angle APC$.

【证明】分三种情况讨论.

(1) 圆心 O 在 $\angle BAC$ 的边 AC 上, 略.

(2) 圆心 O 在 $\angle BAC$ 的外部, 如图 0-9.

作直径 AQ , 连结 PQ .

由(1)知 $\angle BAQ = \angle APQ$.

$$\therefore \angle BAC = \angle BAQ - \angle 1,$$

$$\angle APC = \angle APQ - \angle 2,$$

$$\angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle APC.$$

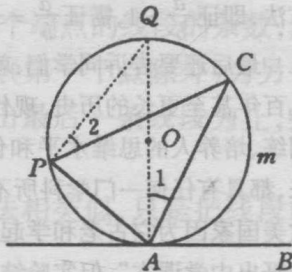


图 0-9

(3) 圆心 O 在 $\angle BAC$ 内部, 如图 0-10. 作直径 AQ , 连结 PQ .

由(1)知 $\angle 1 = \angle 2$. $\therefore \angle 3 = \angle 4$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4.$$

$$\text{即 } \angle BAC = \angle APC.$$

【题末点评】两种情况都作了直径, 把要证相等的角变成两角的差或和,

利用(1)的结论及同弧所对的圆周角相等证得结论.证法简捷,易于理解和掌握.

例 7 已知如图 0-11, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于点 A, B , 过点 A 的直线 CD 与两圆分别相交于 C, D , 且 $CD \parallel O_1O_2$, 过点 A 的另一条直线 EF 与两圆分别交于 E, F .

求证: $CD > EF$.

【证明】 连结 CB, EB, AB, DB, FB .

$\therefore CD \parallel O_1O_2, AB \perp O_1O_2,$

$\therefore CD \perp AB.$

$\therefore BC$ 是 $\odot O_1$ 的直径.

$\therefore BC > BE.$

$\therefore \angle C = \angle E, \angle D = \angle F,$

$\therefore \triangle BCD \sim \triangle BEF.$

$\therefore \frac{CD}{EF} = \frac{BC}{BE} > 1 \therefore CD > EF.$

【题末点评】 多么巧妙的证法! 由这个证明还可得出证明线段 $a > b$ 的方法, 即证 $\frac{a}{b} > 1$, 需证 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 且 $\frac{c}{d} > 1$.

最后还要告诉同学们: 就其几何学发展为一门成熟的学问而言, 已经有几百年甚至更长的历史. 现代的计算工具和方法是可以取而代之的, 但对于训练、培养人的思维水平和创造性能力及人格品质, 不论是过去、现在和将来, 都具有任何一门学科所不能替代的独特的功能和魅力. 五六十年代一些欧美国家因为它古老和学起来头疼, 企图用别的方法训练学生, 声言“把几何学赶出中学课本”. 但实验结果却无功而返, 不得以还要求助于几何学.

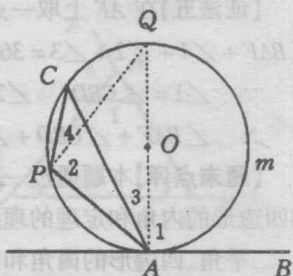


图 0-10

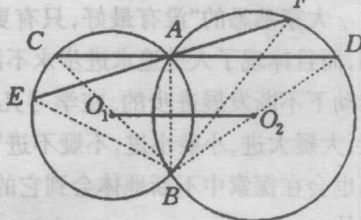


图 0-11

目 录

怎样学习初中几何(代序)

基础部分

线段、角

1. 怎样数线段和角
2. 怎样求线段的长
3. 怎样求角的大小

相交线、平行线

4. 怎样证明两直线平行
5. 怎样证明两条直线互相垂直
6. 怎样证两个角相等
7. 怎样求角的大小
8. 角的和、差、倍、分的证法

三角形

9. 怎样证线段不等(一)
10. 利用方程(组)求三角形的角
11. 利用方程求三角形的边长
12. 角不等的证法
13. 利用计算法求证角的和、差、倍、分问题
14. 利用全等三角形证明线段或角相等(一)
15. 利用垂直的定义证两直线垂直
16. 怎样证两线段平行

7177

8181

9187

0001

1196

5500

2205

1511

2205

0000

1200

8530

114

49

7

207

11

16

19

22

26

30

34

38

41

44

49

55

59

17. 怎样添角平分线问题的辅助线	63
18. 利用距离相等证角相等	68
19. 三角形中的作图	72
20. 利用等腰三角形的性质证两角相等	75
21. 利用“三线合一”证两直线垂直	78
22. 利用“三线合一”证线段相等	82
23. 利用“三线合一”性质证两角相等	84
24. 利用全等三角形证线段或角相等(二)	86
25. 怎样证线段不等(二)	89
26. 利用等角对等边证线段相等	92
27. 利用方程(组)求等腰三角形的角	97
28. 利用全等三角形证明线段或角相等(三)	101
29. 怎样证明等边三角形	108
30. 关于线段的和差问题的证明	113
31. 用加倍延长法证明线段的倍分问题	119
32. 利用线段倍分定理证线段倍分问题(一)	122
33. 用算法证角相等	125
34. 二倍角问题的辅助线的添法	129
35. 利用中垂线的性质证线段相等	132
36. 怎样添中点问题的辅助线(一)	136
37. 利用勾股定理求线段长	140
38. 用算法证明线段关系	144
39. 怎样证明线段平方的和、差关系	147
40. 用算法证两线垂直	153
41. 利用特殊值法解几何题	157
四边形	
42. 怎样解多边形问题	161
43. 平行四边形的判定	166
44. 利用三角形的性质解题	170
45. 利用平行四边形的性质证题	174

46. 矩形的判定	177
47. 利用矩形的性质解题	181
48. 菱形的判定	187
49. 利用菱形的性质解题	191
50. 正方形的判定	196
51. 关于正方形问题	200
52. 利用补形法解题	205
53. 怎样解折纸问题	211
54. 梯形辅助线的添法	215
55. 梯形的判定	220
56. 怎样求图形的面积	223
57. 用中位线定理证线段的和差问题	230
58. 利用等分法证线段的倍分问题	234
59. 利用线段倍分定理证线段倍分问题 (二)	239
60. 角的倍分关系的证法	242
61. 用中位线定理证两线段平行	247
62. 与平行有关的线段相等的证法	249
63. 怎样添中点问题的辅助线 (二)	252
64. 四边形的作图	256

相似形

65. 比例的求值问题	259
66. 用比例法求线段的长 (一)	264
67. 用面积法求线段的长	269
68. 用比例法证两直线平行	273
69. 用比例法证明线段相等	278
70. 用比例法证明线段倍分问题	281
71. 利用三角形相似证两角相等	285
72. 用比例法证明线段不等	290
73. 怎样求两条线段的比	292
74. 用比例法证线段的和、差问题	297

75. 怎样证明线段成比例	300
76. 用面积法证明线段成比例	308
77. 用投影法证明比例式	312
78. 用比例法求线段长 (二)	314
79. 用面积比求面积	319
80. 用和 (差) 化积法证 $ab = cd \pm ef$ 型问题	324
81. 形如 $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c}{d}$ 几何题的证法	327
82. 形如 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ 几何题的证法	334
83. 形如 $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = 1$ 几何题的证法	339
84. 形如 $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = 1$ 几何题的证法	343
解直角三角形	
85. 锐角三角函数	345
86. 解直角三角形	352
圆	
87. 怎样求弦的长	358
88. 证明两弧相等的方法	361
89. 弧的倍分问题的证明	364
90. 圆中角的求法	365
91. 圆中线段相等的证法 (一)	370
92. 点、直线、圆与圆的位置关系	376
93. 怎样证明圆的切线	381
94. 圆中角相等的证法	386
95. 用圆幂定理求线段的长	391
96. 圆中等积式的证法	395
97. 圆中线段相等证法 (二)	403
98. 怎样求圆的半径	408

99. 巧作辅助圆解题	414
100. 两圆相交问题辅助线的作法	418
101. 相切两圆的辅助线的作法	423
102. 怎样证两直线平行	427
103. 怎样证明两条直线垂直	433
104. 关于两圆公切线长的计算问题	439
105. 关于正多边形的计算问题	441
106. 怎样证明正多边形	446
107. 怎样求圆的周长和弧长	450
108. 阴影部分面积的几种求法	455

综合部分

初中几何中的常用方法

109. 综合法、分析法、分析综合法	462
110. 用反证法证题	466
111. 用面积法解题	469
112. 用代数法解几何题	472
113. 用三角法解证几何题	475
114. 平移变换法	479
115. 对称变换法	484
116. 旋转变换法	488

综合题

117. 怎样解答选择题	492
118. 特殊图形的判定	500
119. 怎样解几何计算题	504
120. 怎样证两线段相等	510
121. 怎样证两角相等	517
122. 怎样证线段的和、差、倍、分问题	522
123. $ab = cd \pm ef$ 型几何题的三种证法	526