

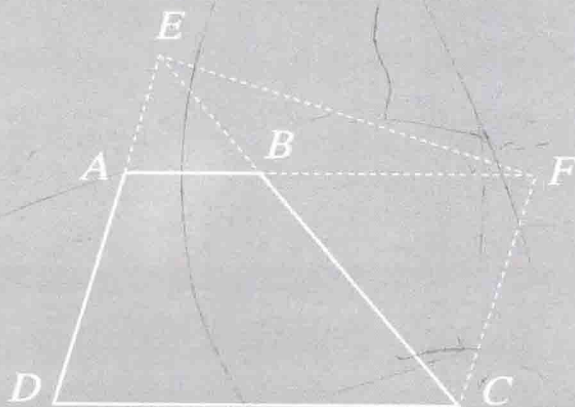


一课研究丛书·图形与几何系列

主编 朱乐平

三角形和梯形面积 教学研究

陈 敏 许含英◎著



教育科学出版社
Educational Science Publishing House



一课研究丛书·图形与几何系列

主编 朱乐平

三角形和梯形面积 教学研究

陈 敏 许含英◎著

教育科学出版社

· 北 京 ·

出 版 人 所广一
策划编辑 郑 莉
项目统筹 郑 莉
责任编辑 郑 莉
版式设计 宗沅雅轩 贾艳凤
责任校对 贾静芳
责任印制 曲凤玲

图书在版编目 (CIP) 数据

三角形和梯形面积教学研究 / 陈敏, 许含英著. —
北京: 教育科学出版社, 2014. 1
(一课研究丛书 / 朱乐平主编. 图形与几何系列)
ISBN 978 - 7 - 5041 - 8228 - 9

I. ①三… II. ①陈… ②许… III. ①三角形—面积—
教学研究—小学②梯形—面积—教学研究—小学 IV.
①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 009876 号

一课研究丛书·图形与几何系列

三角形和梯形面积教学研究

SANJIAOXING HE TIXING MIANJI JIAOXUE YANJIU

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号

邮 编 100101

传 真 010 - 64891796

市场部电话 010 - 64989009

编辑部电话 010 - 64981357

网 址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店

制 作 北京金奥都图文制作中心

印 刷 保定市市画美凯印刷有限公司

开 本 169 毫米×239 毫米 16 开

印 张 17.5

字 数 262 千

版 次 2014 年 1 月第 1 版

印 次 2014 年 1 月第 1 次印刷

印 数 1—3 000 册

定 价 39.00 元

如有印装质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

丛书序

这是一套什么样的书？

你见过对一节课的研究形成一本十几万字的学术专著吗？

你见过查阅百年来课标（大纲）后综述对一节课的教学要求吗？

你见过对一节课的内容进行国内外多个版本教材比较吗？

你见过对主要杂志上关于一节课的研究成果进行综述吗？

你见过根据一节课的内容给出许多个不同的教学设计吗？

你见过对一节课的研究形成系列校本教研的活动方案吗？

你见过以作者与读者互动对话的形式写成的学术专著吗？

本丛书将让你见到上面所有的“样子”。

《一课研究丛书·图形与几何系列》（以下简称“丛书”）是对课的研究。其中的每一本都是围绕小学数学“图形与几何”领域的一节课（或两节相关的课）进行多视角系统研究而形成。

研究的主要内容根据教师的课堂教学实践与理论水平提高的需要来确定。主要维度如下：

1. **数学知识维度。**数学老师要上好一节课，就应该比学生有更多关于这节课的数学知识，即“上位数学知识”。它是指超越了小学数学一节课的内容，在初中、高中（或中等师范学校）以及大学数学中出现的相关数学知识。很显然，没有上位数学知识是无法上好一节课的，但只有上位的数学知识也远远不够，还必须能够从中获得教学的启示。也就是说，要把围绕一节课的上位数学知识与小学数学紧密结合，指导小学数学教学。这一维度的研究主要解决老师在知识上的“一桶水”问题。

2. 课程标准（教学大纲）维度。从理论上说，一个教师有了数学知识以后，首先要关注的就是课程标准（教学大纲）。这是因为数学课程标准（教学大纲）是一个规定了数学学科的课程性质、目标、内容和实施建议的教学指导性文件。对一节课展开研究应该从最高的纲领性文件入手，明确这节课的目标定位。丛书中所涉及的每一节课，其作者都查阅了自20世纪初到现在的一百多年来国内所有和国外部分数学课程标准（教学大纲），从标准的视角，展现出一节课教学要求的历史沿革过程并从中获得启示。

3. 教材比较维度。数学教材为学生学习一节课的内容提供了基本线索和知识结构，它是重要的数学课程资源。丛书对一节课的教材从多个角度进行比较研究。从时间的角度看，进行了纵向与横向比较研究。纵向比较研究是对不同时期出版的教材进行比较，特别是对同一个出版社或同一个主编不同时期编写的教材进行多角度比较，从历史的沿革中感悟一节课不同时期的编写特点；横向比较研究是对同一时期出版的多种不同版本教材进行比较。从地域的角度看，进行了中国大陆与港、澳、台教材的比较，以及国内外教材的比较。教材比较研究可以为研究这节课或去给小学生上这节课的老师开阔视野，帮助找到更多有价值的课程资源。丛书的每一本不但在正文中对教材进行了比较，而且还在附录中完整呈现了多个版本的相关教材，供读者进一步研究参考。

4. 理论指导维度。我们知道，没有实践的理论是空虚的，没有理论的实践是盲目的。要上好一节课，自然需要理论的指导。奇怪的是，虽然有许多教育理论，但要真正系统地指导一节课的时候，特别是要指导一节课进入实践操作时，却又常常是困难的。丛书在数学教育理论指导课堂教学方面做了探索，努力做到让理论进入课堂教学实践，使得实践者能够真正感受到理论的力量。

5. 学生起点维度。学生是学习的主体，要进行一节课的教学，自然要研究学生的起点。丛书不仅阐述了如何了解学生起点的方法，而且还围绕一节课的学习，对学生起点情况进行分析与研究，以便更好地进行教学设计。

6. 教学设计维度。有了上述五个维度的研究后，我们就可以进入教学设计的研究维度。丛书首先对一节课的教学设计进行综述，就是把散见在多种重要杂志和专著上的教学设计成果进行整理（比如，查阅《小学数学教师》《小学教学》等刊物自创刊以来的全部内容），试图明确这节课迄今为止的所有研究成果。然后再根据学生的情况和多个不同的角度设计出新的不同的教学过程。这些新的教学设计都可以直接进入课堂教学实践。

7. 课堂教学维度。有了教学设计就可以进入课堂教学研究。这一维度主要是对一节课进行课堂教学的观察与评价，具体阐述了如何从多个角度了解教师与学生的情况，如何对教师的教与学生的学进行观察与评价。

8. 课后评价维度。课后评价维度是指在学生学习了一节课以后，对学生的学习情况进行了解与评价。丛书主要从情感态度与“四基”（基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验）内容两大方面，对学生进行测查评价，包括如何进行课后测查与访谈，学生容易掌握的内容和容易出错的地方的调查与研究，等等。

9. 校本教研维度。校本教研的重要性不言而喻。丛书主要围绕一节课提供校本教研的活动方案。即提供了老师们对一节课开展系列研究的活动方案，以便在更广的范围内对一节课进行全面深入系统的研究。

上述九个维度是丛书研究的基本视角，丛书中每一本书的作者还会根据课的具体内容与特点有所侧重地展开研究。所以，每本书既有自己的个性，又有丛书的共性。

从写作形式来说，丛书中每一本书的目录基本都采用了问题形式，以便读者能够快速查到自己感兴趣的内容。正文中的阐述方式采用了平等对话的形式，并提出了一些问题让读者思考。这样的写作形式，试图拉近作者与读者的距离，增加读者的参与度，让读者更感亲切。

这套书是如何形成的？

时间与人员：丛书撰写历时五年。丛书作者 25 人，有省特级教师、省优秀教师、省市教坛新秀和骨干教师。他们都是“朱乐平小学数学名师工作室”的成员，是经过自愿报名、笔试、面试后，在众多的报名者中脱颖而出者。

目标与问题：丛书撰写的目标是为了与大家分享成果，试图在分享中促进数学老师的专业发展，让更多的老师能够减轻工作负担，提高数学教学水平。如何真正促进数学教师的专业发展？有人说，要“实践—认识—再实践—再认识”。这很正确，但任何一个专业要发展都应该如此。也有人说，要“多读书，多交流”。这很对，但对所有专业的发展都适用。还有人说，要“多实践，多反思”。这也很有道理，但缺少了教师专业发展的特点。

观念与操作：通过课例研究，促进专业发展——这是具有教师职业特点的专业发展之路。数学教师主要通过一节课一节课的教学体现出自己的专业水平，学生主要通过一节一节数学课的学习而成长。可见，对一节节课进行研究的重要性怎么强调都不会过分。数学教师通过一节一节课的研究定能提高自己的专业水准，而研究出的成果又可以与同行分享，并有可能减轻同行的工作负担。正是基于上面的这些想法，我们才花五年时间写出了这套丛书，希望同行们能够从中得到一些启迪。

由于水平所限，书中一定存在不足甚至错误，敬请读者批评指正。

目 录

上篇 三角形面积的教学研究

1 上位数学知识研究

1.1 三角形面积的计算公式及相关上位数学知识解读 / 6

什么是三角形的面积? / 6

求三角形面积有哪些公式? / 7

1.2 上位数学知识对教学的启示 / 12

平面图形面积计算教学可以按怎样的顺序展开? / 12

在探求面积公式的过程中,可以渗透哪些数学思想方法? / 14

要求三角形面积必须知道它的底和高吗? / 15

2 教材编写比较研究

2.1 课程与教材比较研究综述 / 18

2.2 根据实验稿课标编写的教材比较研究 / 19

预设的教学基础有何异同? / 20

分别是怎样导入的? / 23

各呈现了哪些推导方法? / 24

预设的学习方式有何异同? / 27

习题的构成有何异同? / 30

2.3 刘静和、张天孝主编的不同时期三种教材的比较研究 / 35

选取了哪三个时期的教材进行比较? / 35

各安排在哪个年级教学? / 36

单元结构有何不同? / 37

课时结构有何相同之处? / 39

引入方式有何异同? / 41

推导方法有何异同? / 42

出现了哪些类型的练习题? / 42

2.4 日本教材比较研究 / 45

教育会社教材中有哪些特色内容? / 45

启林馆教材中有哪些特色内容? / 48

2.5 教材比较对教学的启示 / 51

3 学情研究

3.1 关于知识掌握水平的几种理论 / 54

3.2 学前基础测试与分析 / 55

测试的问题、对象与过程 / 56

测试的结果与分析 / 57

3.3 作业错误收集与归因 / 60

测试的问题、对象与过程 / 62

测试的结果与分析 / 64

4 教学设计比较研究

4.1 已有教学设计概述 / 68

4.2 已有教学设计比较 / 71

有几种不同的导入方式? / 71

教学中是否组织学生数格子求面积? / 73

为学生准备了什么样的学具? / 74

采用怎样的教学形式来组织学生推导公式? / 75

先呈现哪种推导方法? / 78

如何处理转化图形与推导公式的关系? / 80

练习设计有何相同和不同? / 81

4.3 教学新设计 / 85

新授课设计 / 85

练习课设计 / 93

4.4 对教学新设计的效果评估 / 98

测试的内容、对象与过程 / 98

测试的结果与分析 / 99

5 校本教研活动方案

5.1 校本教研背景综述 / 101

5.2 校本教研活动方案举例 / 102

方案一:上位数学知识研究 / 102

方案二:学情研究 / 105

方案三:教学设计研究 / 108

下篇 梯形面积的教学研究

1 上位数学知识研究

1.1 上位数学知识解读 / 118

梯形面积公式推导的理论依据是什么? / 118

梯形面积公式推导的思想方法是什么? / 119

梯形面积公式的推导方法有哪些? / 122

梯形面积公式的变式有哪些? / 126

1.2 上位数学知识对教学的启示 / 128

梯形面积有什么教育价值? / 128

平行四边形、三角形和梯形面积之间有什么
联系? / 129

求钢管总根数能用梯形面积公式吗? / 133

2 课程标准(教学大纲)研究

2.1 课程标准(教学大纲)对梯形面积的教学要求 / 136

“梯形面积”教学是从什么时候开始的? / 136

课程标准(教学大纲)有哪些教学要求? / 137

课程标准(教学大纲)的教学要求有什么变化? / 138

2.2 课程标准(教学大纲)研究对教学的启示 / 140

从只强调计算结果到重视探索推导过程 / 140

从只强调实际应用到重视基本思想和基本活动
经验 / 141

3 教材编写比较研究

3.1 2001 年以前教材比较 / 145

1949—1977 年教材是如何编写的? / 145

1978—2000 年教材是如何编写的? / 151

3.2 2001 年以后教材比较 / 154

选取哪些教材进行比较? / 154

教材是怎样预设教学基础的? / 154

教材是怎样安排年级的? / 157

教材是怎样提出梯形面积计算的? / 157

教材是怎样推导梯形面积计算公式的? / 159

教材是怎样引导学生思考与交流的? / 162

教材是怎样安排习题的? / 165

3.3 刘静和、张天孝主编的不同时期四种教材的比较 / 170

选取了哪四个时期的教材进行比较? / 171

怎样安排年级的? / 171

依据哪个课程标准(教学大纲)编写? / 173

预设的学习起点是什么? / 173

课时结构是怎样的? / 176

引入方式有什么不同? / 177

怎样推导梯形面积公式的? / 179

是否呈现拓展性知识及其教育价值? / 184

3.4 日本教材编写情况介绍 / 185

课时结构是怎样的? / 185

设计了哪些练习? / 186

4 教学设计比较研究

4.1 教学设计综述 / 189

教学目标有什么变化? / 189

怎样引入新课? / 191

如何取舍多种推导方法? / 193

采用什么方式组织探索活动? / 195

如何引导学生交流探索结果? / 196

怎样选用习题? / 197

4.2 教学设计综述对教学的启示 / 200

4.3 教学新设计 / 202

4.4 优秀教学设计赏析 / 211

5 学情研究

5.1 学后基础测试与分析 / 221

测试的问题、对象与过程 / 221

测试的结果与分析 / 222

参考文献 / 230

附 录 / 235

- 1 根据实验稿课标编写的“三角形面积”教材图片 / 237
- 2 根据实验稿课标编写的“梯形面积”教材图片 / 244
- 3 三角形面积的前测、后测试卷 / 252
- 4 梯形面积的后测试卷 / 256
- 5 三角形面积的教学片段欣赏 / 258
- 6 作业中部分题目学生错误情况统计 / 262

后 记 / 264

上篇 三角形面积的教学研究

- 1 上位数学知识研究
- 2 教材编写比较研究
- 3 学情研究
- 4 教学设计比较研究
- 5 校本教研活动方案

你上过“三角形面积”这节课吗？听过这节课吗？你知道吗，“三角形面积”成为小学数学教学内容的历史非常悠久。我们查到在1932年颁布的《小学各科课程标准·算术》中，第五、六学年即有一项作业为“面积和地积关系的实测与计算”；1941年的《小学算术科课程标准》第五学年第十项“简单地形的实测与计算”要目第2点也明确提出了“三角形面积的实测和计算”要求；此后，除1952年的《小学算术教学大纲（草案）》中曾短暂地将求图形面积局限为求长（正）方形面积以外，“三角形面积”一直是课程标准或教学大纲规定的教学内容。（课程教材研究所，1999）但在2001年新课程改革之前，对该内容的教学要求，始终停留在“掌握三角形的面积计算公式，并学会应用”。2001年颁布的《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》（简称“实验稿课标”），提出要“利用方格纸或割补等方法，探索并掌握三角形的面积公式”释放出强烈的教学转向的信号，即从把知道公式后“应用公式”当作教学重点转为把知道公式前“探索公式”作为重点。如何理解这种转向？理解之后，我们一线教师又该怎样去操作？这是时代提出的新课题。

目前查找到的资料，多为“三角形面积”一课的教学实录及反思，主要可以梳理出两方面的问题：

①在探索公式的过程中“体会化归思想”已被老师们认知为本课的一大教学目标，但与前一课“平行四边形面积”教学相比，本课体现化归的方法又有所不同。具体来说，当把平行四边形转化成长方形时进行的是等积转化（如图0-1），而要把三角形转化成平行四边形，则需构造它的镜像，即需要构造一个与之全等的三角形来拼合成平行四边形（如图0-2），这无疑是一个困难。

根据克莱门兹等人（Clements et al, 2004）对图形构造能力层次的划分，我们可以认为，在前一次转化中，学生只是作为一个“堆砌者”（piece assembler），即根据平行四边形和长方形整体形状上的区别与联系实现转化，尤其是在老师已作好带有高的平行四边形的情况下。（如图0-1）而在后一次转化中，学生则需要达到“合同构图者”（substitution composer）的水平，他需要有意地去构造一个合同图形（全等图形）以达到目的。（如图0-2）因此，不仅要在主观上追求思想方法方面的目标，更必须认真地追问：学生可能主动完成这样的图形转化吗？他们需要怎样的教学支持？还有其

他图形转化的方法吗?

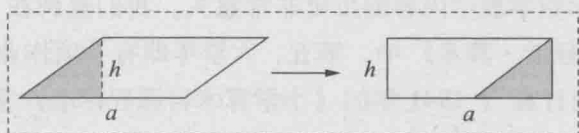


图 0-1

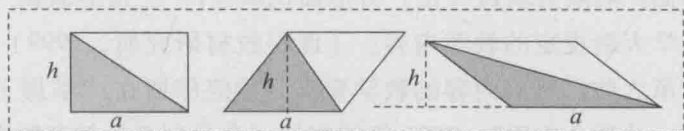


图 0-2

②由于展开了探索公式部分的教学,应用公式的习题数量减少了,这就更应该提升习题的质量。而好的习题应该像希尔伯特所说的那样,能够使练习者“锻炼其钢铁意志,发现新方法和新观点,达到更为广阔自由的境界”(周春荔等,1993)。新课程背景下,练习应该如何设计?哪些练习有助于学生深刻地理解公式,即学生是否能将这个公式与数学学科中“更多的概念上很强大的思想联系起来”? (马立平,2011)¹¹⁶

尝试研究和解决这些问题,不仅有助于我们精加工“三角形面积”一课,使学生在本课中收获更多、更好,而且我们可以举一反三,将其中的经验迁移到其他图形度量属性的教学,甚至是其他领域内容的教学中去。

1

上位数学知识研究

