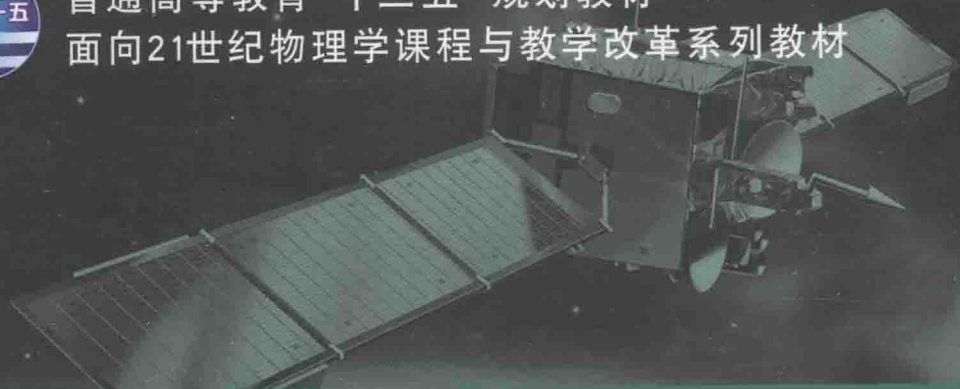


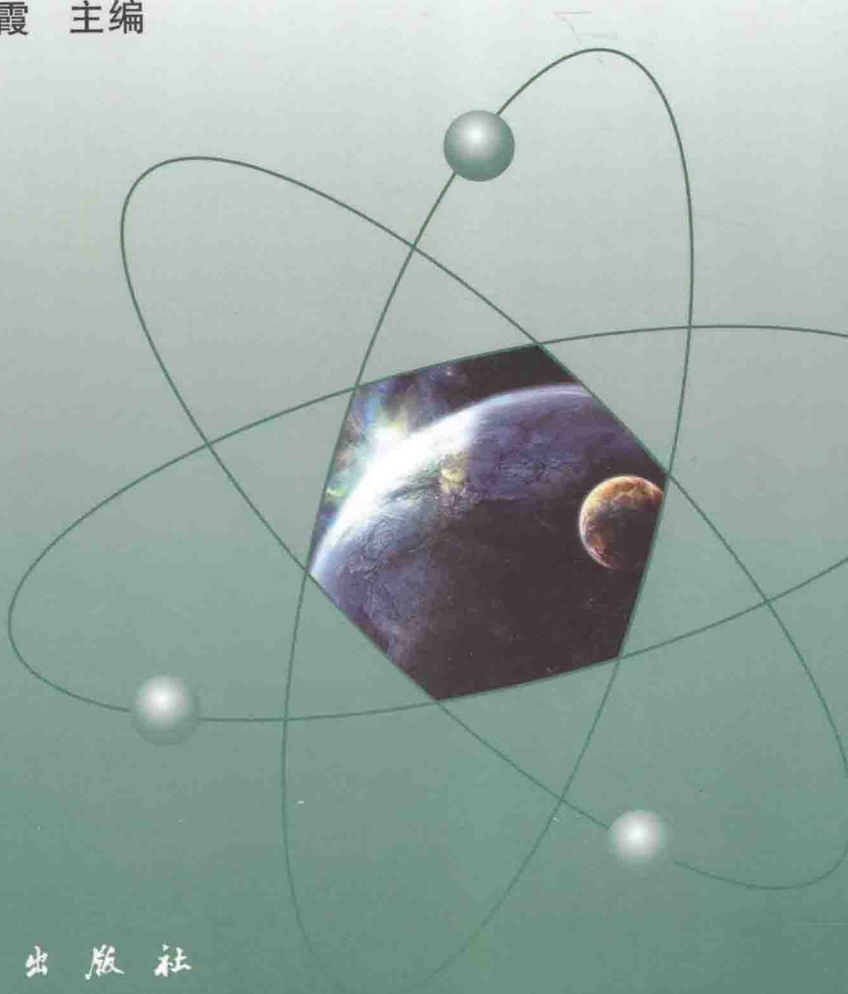


普通高等教育“十二五”规划教材
面向21世纪物理学课程与教学改革系列教材



大学物理 (上册)

马为川 罗春霞 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
面向 21 世纪物理学课程与教学改革系列教材

大学物理（上册）

马为川 罗春霞 主编

科学出版社

北 京

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

内 容 简 介

本书是根据教育部非物理专业物理基础课程教学指导委员会最新制定的《理工科非物理专业大学物理课程教学基本要求(讨论稿)》编写而成的。书中包括了基本要求中的所有核心内容,可供不同专业选用。

全书分为上、下两册。上册包括力学和电磁学,下册包括振动、波动、光学、气体动理论、热力学基础、狭义相对论和量子物理简介等。和本书相配套的还有《大学物理学习指导与习题解答》。

本书可作为高等学校理工科非物理专业的教材,也可供文科及专科的相关专业选用及物理爱好者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.上册/马为川,罗春霞主编. —北京:科学出版社,2015.1

普通高等教育“十二五”规划教材 面向21世纪物理学课程与教学改革系列教材

ISBN 978-7-03-042699-4

I. ①大… II. ①马… ②罗… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第287108号

责任编辑:吉正霞/责任校对:肖 婷

责任印制:高 嵘/封面设计:苏 波

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市首壹印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本:B5(720×1000)

2015年1月第 一 版 印张:12 3/4

2015年1月第一次印刷 字数:252 000

定价:30.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

本书是根据教育部最新发布的《非物理类理工学科大学物理教学基本要求》，借鉴众多优秀大学物理教材，结合多年教学改革与实践经验编写而成。

物理学是一门以实验为基础的自然学科，是高等学校理工科各专业学生重要的通识教育必修课。大学物理所教授的基本理论和基础方法是学生科学素养的重要组成部分，是科学研究工作者和工程技术人员所必备的基本技能和知识，同时，大学物理课程在培养学生科学的世界观和方法论，增强学生分析问题和解决问题的能力，培养学生的探索精神和创新意识等方面，具有其他课程不能替代的重要作用。

在教育部的指导和支持下，许多高校正在转型发展，培养应用型人才，转型发展的结果必然是大学物理这类基础理论课的学时减少。如何适应少学时下的大学物理教学，本书做了一些尝试，力求每章理论部分用简单明了的语言论述，准确把握物理概念、物理模型、物理思想，同时加强物理方法，特别是数学方法（微分法）在物理学中的应用。本教材特别适用于少数教学如 96 学时、80 学时使用，既适用于本科也适用于专科。

由于编者水平有限，时间仓促，书中难免存在不妥和错误，敬请读者和同仁批评指正。

编 者

2014 年 10 月 25 日于武汉

目 录

第一章 质点运动学	1
第一节 质点 参考系 坐标系	1
一、参考系和坐标系	1
二、质点	2
三、时间和空间	2
第二节 位置矢量 运动方程	3
一、位置矢量	3
二、运动方程 轨迹方程	3
第三节 速度和加速度	4
一、位移矢量	4
二、速度	4
三、加速度	5
第四节 质点运动学的两类问题	7
一、第一类问题	7
二、第二类问题	8
第五节 圆周运动	8
一、平面极坐标	9
二、圆周运动	9
习题一	13
第二章 牛顿定律	16
第一节 牛顿定律	16
一、牛顿第一运动定律	16
二、牛顿第二运动定律	17
三、牛顿第三运动定律	18
第二节 牛顿运动定律的应用	19
第三节 物理量的单位和量纲	22
第四节 非惯性参考系 惯性力	22

习题二	24
第三章 动量守恒定律 能量守恒定律	27
第一节 动量定理 动量守恒定律	27
一、质点的动量定理	27
二、质点系的动量定理	28
三、动量守恒定律	30
第二节 功 功率 动能定理	31
一、功	31
二、功率	32
三、质点的动能定理	33
第三节 保守力与非保守力 势能	35
一、万有引力、重力、弹性力做功的特点	35
二、保守力和非保守力	37
三、势能	37
第四节 功能原理 机械能守恒定律	38
一、质点系的动能定理	38
二、功能原理	39
三、机械能守恒定律	40
第五节 碰撞	41
一、完全弹性碰撞	41
二、完全非弹性碰撞	42
第六节 质心 质心运动定律	43
一、质心	43
二、质心运动定理	44
三、质心动量守恒定律	45
习题三	45
第四章 刚体的转动	49
第一节 刚体的定轴转动	49
一、刚体	49
二、刚体的基本运动	49
三、刚体绕固定轴的转动	50
第二节 力矩 转动惯量和转动定律 平行轴定理	52
一、力矩	52

二、转动定律	53
三、转动惯量	54
四、平行轴定理	55
五、刚体的几种常用转动惯量	55
第三节 角动量 角动量守恒定律	57
一、质点的角动量定理和角动量守恒	57
二、刚体绕定轴转动的角动量定理和角动量定理	60
三、角动量守恒定律	61
第四节 力矩的功 刚体绕定轴转动的动能定理	62
一、力矩的功	62
二、转动动能	62
三、刚体定轴转动的动能定理	63
习题四	65
 第五章 静电场	70
第一节 电荷的量子化 电荷守恒定律	70
一、电荷的量子化	70
二、电荷守恒定律	71
第二节 库仑定律	71
一、点电荷	71
二、库仑定律	71
三、电荷的连续分布	72
第三节 电场强度	72
一、静电场	72
二、电场强度矢量 E	72
三、点电荷的电场强度	73
四、电场强度叠加原理	73
五、电偶极子的电场强度	74
第四节 电场强度的通量 高斯定理	76
一、电场线	76
二、电场强度通量 Φ_e	77
三、高斯定理	79
四、高斯定理的应用	81
第五节 静电场的环路定理 电势能	83
一、静电场做功的特点	83

二、静电场的环路定理	84
三、电势能	85
第六节 电势	86
一、电势	86
二、电势的叠加原理	87
三、电势的计算、举例	87
第七节 电场强度与电势梯度	89
一、等势面	89
二、电场强度与电势梯度	90
习题五	92
 第六章 静电场中的导体与电介质	 96
第一节 静电场中的导体	96
一、静电感应	96
二、静电平衡条件	97
三、静电平衡状态下导体的性质	97
四、尖端放电	100
五、静电屏蔽	101
第二节 静电场中的电介质	102
一、有介质的电容器	102
二、电介质的极化	103
三、极化强度矢量	105
四、极化电荷 σ' 与自由电荷 σ_0 的关系	106
五、电位移矢量	106
第三节 有电介质时的高斯定理	107
第四节 电容 电容器	109
一、孤立导体的电容	109
二、电容器	110
三、电容器的并联和串联	110
四、电容器的计算	111
第五节 静电场的能量 能量密度	113
一、点电荷系统的能量	113
二、孤立导体的能量	114
三、电场的能量	115
习题六	116

第七章 稳恒磁场	119
第一节 电流 电动势	119
一、电流及其产生的条件	119
二、电源的电动势	119
三、电流的各种效应	120
第二节 电流强度 电流密度矢量	120
一、电流强度	120
二、电流密度矢量	121
第三节 磁场 磁感应强度	122
第四节 毕奥-萨伐尔定律	123
一、毕奥-萨伐尔定律	123
二、毕奥-萨伐尔定律应用举例	124
三、磁矩 $\mathbf{P}_m$	126
四、运动电荷的磁场	126
第五节 磁场的高斯定理和安培环路定理	127
一、磁感线	127
二、磁场的高斯定理	128
三、安培环路定理	129
四、安培环路定理的应用举例	130
第六节 磁场对运动电荷的作用	132
第七节 磁场对载流导线的作用	135
一、安培定律	135
二、磁场对载流线圈的作用	137
第八节 磁介质的磁化	140
一、磁介质的磁化及分类	140
二、磁介质磁化的微观机理	140
第九节 磁化强度和磁化电流	142
一、磁化强度矢量	142
二、磁化电流	142
第十节 有磁介质存在时的安培环路定理 磁场强度	143
第十一节 铁磁质	146
一、铁磁质的磁化规律	146
二、铁磁质的分类	148
三、铁磁性的起因	148

习题七	149
第八章 电磁感应 电磁场	154
第一节 电磁感应的定律	154
一、电磁感应现象	154
二、法拉第电磁感应定律	155
三、楞次定律	156
第二节 动生电动势	159
一、动生电动势	159
二、动生电动势与洛伦兹力	160
第三节 感生电动势 涡旋电场	161
第四节 自感和互感	164
一、自感现象和自感系数	164
二、互感现象和互感系数	165
第五节 磁场的能量和磁能密度	169
一、自感储能	169
二、磁场能量和磁能密度	169
第六节 RL 电路	171
一、电流的增长	171
二、电流的衰减	172
第七节 电磁感应现象的应用	173
一、涡流及其应用	173
二、阻尼摆	174
三、电子感应加速器	174
第八节 位移电流	175
一、静电场和静磁场的基本规律	176
二、位移电流	176
第九节 麦克斯韦方程组	179
习题八	181
习题答案	185

第一章 质点运动学

在力学中先研究运动的描述,即物体的位置如何随时间变化,这叫运动学.然后进一步研究运动的规律,即在怎样的条件下发生怎样的运动,这叫动力学.质点动力学的基本规律是牛顿三定律(英国物理学家牛顿在其1686年出版的《自然哲学之数学原理》中提出的机械运动的三条基本规律).这一章讲述质点运动学和牛顿运动定律.

第一节 质点 参考系 坐标系

一、参考系和坐标系

宇宙间一切物体都在永恒不停地运动着,江水奔流、车辆行驶,人造卫星环绕地球转动……,就连看来是静止不动的高山峻岭、高楼大厦也是昼夜不停地随着地球、太阳系和银河系运动.

运动的轮船上一个静止的物体,对于坐在轮船上的人来说是静止的,而对于岸上的观察者来说是运动的.在匀速运动的车厢内观察一个竖直上抛的物体,看到物体在做直线运动,而在地面上观察到它在做抛物线运动.由此可见,要描述一个物体的运动,必须指明是相对于哪一个物体而言的.这个被选作参考的物体称为参考系,亦称参照系.参考系不同,对物体运动所作出的描述就不同,这就叫运动描述的相对性.参考系的选择是任意的.通常在研究地球的运动时,以太阳为参考系;在研究地面上物体的运动时,一般以地球为参考系.

为了定量的表示出一个物体在各个时刻相对于参考系的位置,还需要建立一个坐标系.坐标系固定在作为参考系的物体上,运动物体的位置就由它在坐标系中的坐标值决定.根据问题的需要,可以选取直角坐标系、自然坐标系、极坐标系、柱坐标系和球坐标系.一般常用的是直角坐标系,选用哪种坐标系、坐标原点设在何处、坐标轴的取向如何,应以问题的处理最简化为准.

二、质点

实际物体都有一定的大小和形状,而且一般来说物体运动时可以既有移动又有旋转和变形,运动情况很复杂.例如,地球除了绕自身的轴线自转外,还绕太阳公转;从枪口射出的子弹,它在空中向前飞行的同时,还做复杂的转动;有些双原子分子,除了分子的平动、转动外,分子内各个原子还在振动.这些事实说明,物体上各点运动情况是不同的,要想对物体的实际运动作出全面地描述是困难的.但是,如果我们只研究某一物体整体平移运动规律,可以忽略那些与整体运动关系不大的次要运动,把物体上各点的运动都看成是完全一样的.这样就不需要考虑物体的大小和形状,物体的运动可以用一个点的运动来代表.这种把物体看成没有大小和形状,只具有物体全部质量的几何点称为质点.

质点是一种理想化模型,是对实际物体的一种科学抽象和简化.通过这样的科学抽象,可以使问题的研究大大简化而不影响所得到的主要结论.能否把物体看做质点,取决于物体运动的具体情况.例如,当我们研究地球的公转时,可以把地球看做质点.但是,在研究地球的自转时,地球上各点的运动情况大不相同,就必须考虑其大小和形状,因而不能再把地球当作质点处理.

当然,在很多问题当中物体的大小和形状不能忽略,这时就不能把整个物体看成质点,但是质点的概念仍然十分有用.因为可以把整个物体看成由许许多多的体积元组成,每个体积元都小到可看做质点来处理,整个物体就可以看成由若干质点组成的系统,通过分析这些质点的运动,便可弄清整个物体的运动.所以研究质点运动是研究物体(例如以后学习刚体)更为复杂运动的基础.

三、时间和空间

描述一个物体的运动,就要确定在每一瞬间该物体的位置,这就涉及距离和时间的测定.对于我们生活所在的空间和一瞬即逝的时间,我们都有直观的概念,并习惯于将自己与空间坐标联系起来,而将时间坐标与某一事件联系起来.这种习惯的认识是不严密的,特别是当我们把变化的时间视作与空间坐标无关的量来考虑的时候.这个概念是非相对论经典力学的基础,正如牛顿在《自然哲学之数学原理》一书中所说:“绝对纯粹的数学的时间,就其本性来说,均匀的流逝而与任何外在的事物无关.绝对空间就其本性来说与任何外在事物无关,始终保持着相同和不动.”这种关于时间和空间的观念,称为绝对时空观.绝对时空观认为时间和空间是两个独立的观念,彼此之间没有联系,分别具有绝对性.绝对时空观认为时间与空间的度量与惯性参照系的运动状态无关.时间和空间的绝对性是经典力学

或牛顿力学的基础. 以后我们将介绍, 当相对运动的速度接近光速时, 时间和空间的测量将依赖于相对运动的速度. 只是由于牛顿力学所涉及物体的运动速度远远小于光速, 所以在牛顿力学的范围内, 时间和空间的测量可以看做与参考系的选取无关, 是绝对的.

第二节 位置矢量 运动方程

一、位置矢量

质点在空间的位置可以用一个矢量来表示. 这个矢量由固定在参考系上的坐标原点引向质点所在位置, 以符号 $\mathbf{r}$ 来表示, 叫做质点的位置矢量, 简称位矢. 如图 1-2-1 所示, 在直角坐标系中, $\mathbf{r}$ 为质点 P 的位置矢量, $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 分别表示沿 x 、 y 、 z 轴正方向的单位矢量, 那么位置矢量(位矢) $\mathbf{r}$ 可写成

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1-2-1)$$

位矢大小

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-2-2)$$

位矢方向可由方向余弦确定

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

式中, α 、 β 、 γ 分别是 $\mathbf{r}$ 与 Ox 轴、 Oy 轴、 Oz 轴之间的夹角.

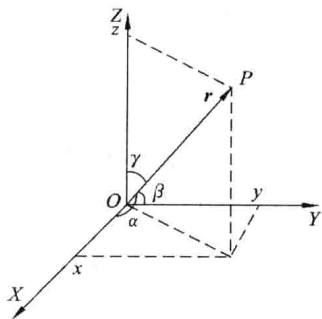


图 1-2-1

二、运动方程 轨迹方程

当质点运动时, 它相对于坐标原点 O 的位矢 $\mathbf{r}$ 是随时间而变化的, 因此, $\mathbf{r}$ 是时间的函数, 在直角坐标系中质点的位置坐标与时间的函数关系, 称为直角坐标系的运动方程. 即

$$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1-2-3)$$

也可写成

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \quad (1-2-4)$$

$x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ 分别是 $\mathbf{r}$ 在 Ox 轴、 Oy 轴、 Oz 轴的分量表达式.

式(1-2-4)又称为参数方程, 从式(1-2-4)中消掉时间 t , 得出 x 、 y 、 z 之间的方程, 这就是质点运动的轨迹方程.

例如,平面上运动质点的运动方程为 $x=t, y=t^2$, 则其轨迹方程为 $y=x^2$ (抛物线).

第三节 速度和加速度

一、位移矢量

运动着的质点,其位置在轨道上连续变化,设 t 时刻位于 A 点,它的位置矢量

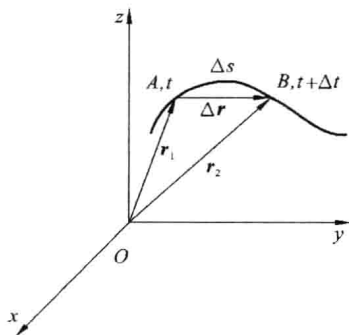


图 1-3-1

是 $\mathbf{r}_1$, 经过 Δt 时间后, 于 $t + \Delta t$ 时刻到达 B 点, 相应的位置矢量是 $\mathbf{r}_2$ (如图 1-3-1 所示). 则 Δt 时间内位矢变化为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (1-3-1)$$

$\Delta \mathbf{r}$ 为该时间间隔内质点的位移矢量, 简称位移. 它反映了在时间 Δt 内质点位矢的变化.

在直角坐标系下, 位移可写成

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} \quad (1-3-2)$$

大小为

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

应当注意, 位移是描述质点位置变化的物理量, 它只反映出一段时间始末质点位置的变化, 并非质点所经历的路程. 如图 1-3-1 所示, 质点从 A 点运动到 B 点所经过的曲线路径 Δs (弧长) 的长度大于位移 $|\Delta \mathbf{r}|$. 只有当 Δt 趋于零的极限情况下, 即 B 点无限接近于 A 点时位移的大小 $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}s$.

二、速度

1. 平均速度

由上述讨论可知, 质点在 Δt 的时间内, 其位移为 $\Delta \mathbf{r}$, 则 $\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ 表示它在该时间内位移的平均变化率, 即平均速度. 即

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-3-3)$$

在直角坐标系下

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\mathbf{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\mathbf{k} = \overline{v_x}\mathbf{i} + \overline{v_y}\mathbf{j} + \overline{v_z}\mathbf{k} \quad (1-3-4)$$

平均速度也是矢量,其中 $\overline{v_x}, \overline{v_y}, \overline{v_z}$ 是平均速度 $\overline{\mathbf{v}}$ 在 Ox 轴、 Oy 轴、 Oz 上的分量.

2. 瞬时速度

质点的平均速度只能粗略地反映一段时间内的运动情况,而不能描述质点运动的细节以及质点在某时刻(或某位置)的真实运动状态. 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均速度的极限值叫做瞬时速度,简称速度,用 $\mathbf{v}$ 表示,即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \overline{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-3-5)$$

上式表明,质点的速度等于位矢对时间的一阶导数,即位矢随时间的变化率. 在直角坐标系下

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} \quad (1-3-6)$$

式中, $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$ 分别为 $\mathbf{v}$ 在 Ox 轴、 Oy 轴和 Oz 轴上的三个分量.

$\mathbf{v}$ 的大小为

$$|\mathbf{v}| = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

速度的方向沿所在位置的切线. 在国际单位制中,速度的单位是 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (米·秒⁻¹).

3. 平均速率与瞬时速率

若质点在 Δt 时间内走过的路程为 Δs (弧长),则定义, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ 为平均速率. 为了精确描述质点任一时刻运动的快慢,我们定义, $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \overline{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$ 为 t 时刻质点的瞬时速率,简称速率. 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\Delta \mathbf{r} = d\mathbf{r}, \Delta s = ds$,且 $|d\mathbf{r}| = ds$,于是有

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{|d\mathbf{r}|}{dt} = |\mathbf{v}|$$

即

$$|\mathbf{v}| = v = \frac{ds}{dt} \quad (1-3-7)$$

可见瞬时速率即为该时刻速度的大小.

三、加速度

上面已经指出,速度是一个矢量,所以,无论是速度的大小还是其方向发生改变,都表示速度发生了变化. 为了描述质点速度变化的快慢,从而引进加速度的概

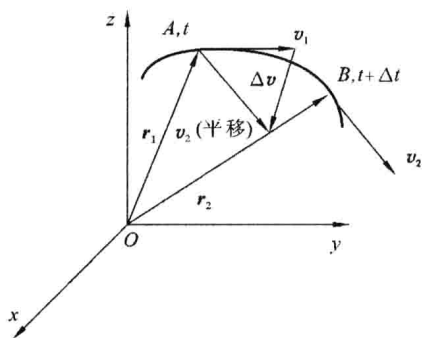


图 1-3-2

念. 如图1-3-2所示,质点在 Oxy 平面内做曲线运动,设在时刻 t ,质点位于 A 点,其速度为 $\boldsymbol{v}_1$,在 $t + \Delta t$,质点位于 B 点,其速度为 $\boldsymbol{v}_2$,则在 Δt 时间内,质点速度的增量为 $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$.

1. 平均加速度

质点速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 与其所经历的时间 Δt 之比,称为这一段时间内质点的平均加速度,即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}$$

平均加速度只能对质点速度随时间变化的情况作一粗略地描述.

2. 瞬时加速度

为了精确描述质点运动速度变化的细节,可将时间 Δt 无限减小,并使之趋近于 0,平均加速度的极限值为质点在时刻 t 的瞬时加速度,简称加速度,用 $\boldsymbol{a}$ 表示,即

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\boldsymbol{a}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \\ \boldsymbol{a} &= \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \end{aligned} \quad (1-3-8)$$

由于 $\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$, 故有

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$$

上式表明,加速度等于速度对时间的一阶导数或位矢对时间的二阶导数,即速度随时间的变化率.

在直角坐标系下

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt} \boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt} \boldsymbol{k} = \frac{d^2x}{dt^2} \boldsymbol{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \boldsymbol{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \boldsymbol{k} \quad (1-3-9)$$

上式中

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

a_x 、 a_y 、 a_z 分别称为 $\boldsymbol{a}$ 在 Ox 轴、 Oy 轴、 Oz 轴的分量表达式.

$\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dt}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}$$

$\mathbf{a}$ 的方向与 x 轴正向夹角满足 $\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$.

注意: $\mathbf{a}$ 沿 $\mathbf{v}$ 的极限方向, 一般情况下 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{v}$ 方向不同(例如, 不计空气阻力的斜上抛运动中质点的速度沿抛物线的切线方向, 而加速度始终竖直向下). 在国际单位制中, 加速度的单位是 $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ (米 $\cdot$ 秒 $^{-2}$).

第四节 质点运动学的两类问题

在质点运动学中, 比较常见的的需要求解的基本问题大致分为两类.

一、第一类问题

已知质点的运动方程, 求某一时刻质点的位置矢量或质点的速度、加速度以及某一时刻的值, 或求某一段时间内的位移, 还可求轨迹方程. 但主要是求速度和加速度, 这些称为第一类问题. 由前面几节的内容可知, 解决这类问题的基本方法是, 将运动方程 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ 对时间求一阶导数, 即 $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$, 可求得速度; 对时间求二阶导数, 即 $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a}$, 可求得加速度.

例 1-4-1 已知一质点的运动方程为 $\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (2 - t^2)\mathbf{j}$, 求:

- (1) $t = 1 \text{ s}$ 和 $t = 2 \text{ s}$ 时位矢;
- (2) $t = 1 \text{ s}$ 到 $t = 2 \text{ s}$ 内位移;
- (3) $t = 1 \text{ s}$ 到 $t = 2 \text{ s}$ 内质点的平均速度;
- (4) $t = 1 \text{ s}$ 和 $t = 2 \text{ s}$ 时质点的速度;
- (5) $t = 1 \text{ s}$ 到 $t = 2 \text{ s}$ 内的平均加速度;
- (6) $t = 1 \text{ s}$ 和 $t = 2 \text{ s}$ 时质点的加速度.

解 (1) $\mathbf{r}_1 = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{r}_2 = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$;

(2) $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$;

(3) $\mathbf{v} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}}{2 - 1} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$;

(4) $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 2\mathbf{i} - 2t\mathbf{j}$, $\mathbf{v}_1 = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$, $\mathbf{v}_2 = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$;

(5) $\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t} = \frac{-2\mathbf{j}}{3 - 1} = -2\mathbf{j}$;