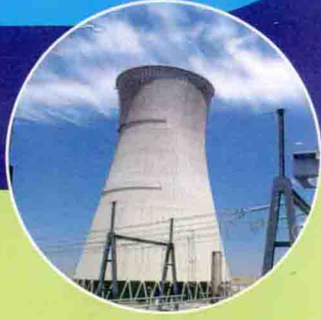
普通高等教育“十二五”规划教材

ENERGY AND POWER ENGINEERING

EXPERIMENTAL TUTORIAL



能源与动力工程专业实验教程

刘翔　孙军◎编著

中国林业出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

能源与动力工程专业实验教程

刘 翔 孙 军 编著

中 国 林 业 出 版 社

内容简介

本书是高等院校能源与动力工程类及相关专业学生学习工程热力学、传热学、流体力学、热工测量与仪表等专业课程后必修的一门实验实训课程。本书以促进学生深入理解和掌握所学专业基础理论知识，突出对学生分析解决问题能力的培养为原则，并且具有一定的深度和广度。

本书包括实验数据误差分析和处理方法、热工仪表实验、工程热力学实验、传热学实验、工程流体力学泵与风机实验、供暖通风与空气调节实验、燃料燃烧特性实验等方面的内容。

本书可作为高等院校相关专业实验实训教材，也可供自学者和相关技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

能源与动力工程专业实验教程 / 刘翔，孙军编著 . —北京：中国林业出版社，2014. 9
普通高等教育"十二五"规划教材
ISBN 978-7-5038-7641-7

Ⅰ. ①能… Ⅱ. ①刘… ②孙… Ⅲ. ①能源 - 高等学校 - 教材 ②动力工程 - 高等学校 - 教材 Ⅳ. ①TK

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 209801 号

中国林业出版社 · 教材出版中心

策划编辑：杜娟　　**责任编辑**：张东晓
电话：83221489　83220109　　**传真**：83220109

出版发行　中国林业出版社(100009　北京市西城区德内大街刘海胡同 7 号)
E-mail：jiaocaipublic@ 163. com　　电话：(010)83224477
http://lycb. forestry. gov. cn
经　　销　新华书店
印　　刷　中国农业出版社印刷厂
版　　次　2014 年 9 月第 1 版
印　　次　2014 年 9 月第 1 次印刷
开　　本　850mm × 1168mm　1/16
印　　张　6. 5
字　　数　160 千字
定　　价　20. 00 元

前言

本书是能源与动力工程专业“基础实验”和“实验课程”的配套教材。这两门课程是以实验实训为主的专业基础课，实验教程依据能源与动力工程专业实验教学大纲编写，共分为7章，主要以工程热力学、传热学、工程流体力学、热工测量及仪表为理论基础，包括实验数据误差分析和处理方法、热工仪表实验、工程热力学实验、传热学实验、流体力学实验、供暖通风与空气调节实验、燃料燃烧特性实验等方面的内容。

在进行能源与动力工程专业实验之前，必须学习并掌握热工测量的基础知识和相关操作技能。所谓热工测量是指对热工过程中各种热工参数（如温度、压力、流量、湿度、成分等）的测量，用来测量热工参数的仪表则称为热工仪表。通过本课程教学，可以使学生了解常用热工仪表的工作原理和使用方法，学会熟练地测试工质的压力、温度、流量、湿度等状态参数，会正确读取实验数据并加以分析处理。在此基础上进一步学习并掌握常见的传导、对流、辐射等传热过程的基本测试方法，掌握测量流体流量流速和流动损失的各种实验方法。通过本课程的学习可以培养学生的实验操作能力和对实验数据处理分析的能力，加深对工程热力学、传热学、工程流体力学、空气调节、燃料和燃烧等多门专业理论课程中的基本概念和基本理论的理解，掌握基本的热工实验技能，并为今后进一步参加科学研究、从事专业工作打下基础。

在做实验之前，需要认真预习实验内容，理解实验原理和方法，学习实验设备和仪器的使用方法，了解实验步骤，掌握实验数据的采集和处理方法。对综合性实验应能在教师指导下自行查阅资料，拟定实验方案和步骤。在实验过程中，应细心操作观察，测试记录有关数据，独立完成实验。实验完成后，应对实验数据进行分析和讨论并写出实验报告。最重要的是：通过能源与动力工程专业实验的训练，培养学生分析和解决实际问题的能力，掌握专业基础理论在实践过程中的应用，进而全面提高学生的创新能力和综合素质。

本书在编写过程中吸取了哈尔滨工业大学、北京航空航天大学、华北电力大学等兄弟院校的先进教学经验，同时也总结了南京林业大学能源与动力工程专业十年来专业实验教学实践经验。本书可作为本、专科热能工程专业的实验教材，同样也可作为建筑环境与

设备工程、制冷空调等专业的实验教材。本书的编写得到了南京林业大学材料科学与工程学院副院长朱南峰教授的大力支持，在此还要感谢为本书提供各种资料和帮助的南京林业大学能源与建筑环境系的各位老师以及参与校对工作的章丽萍、郭云、许广珍等硕士研究生。本书在编写过程中参考了国内外一些教材和文献的内容，在此一并致谢！

由于编者水平有限，书中可能存在一些不足之处，敬请读者批评指正。

刘翔　孙军

2014 年 8 月

目录

▶▶▶第 1 章　实验数据的处理

通过实验测得原始数据后需要进行计算，将最终的实验结果归纳成经验公式或以图表的形式表示，以便与理论结果比较分析。因此由实验而获取的数据必须经过正确的处理和分析，只有正确的结论才能经得起检验。下面介绍这方面的基本知识。

1.1　有效数字与运算规则

1.1.1　有效数字

在测量和实验中，我们经常遇到两类数字，一类是无单位的数字，例如圆周率 π 等，其有效数字位数可多可少，根据我们的需要来确定有效数字；另一类是表示测量结果有单位的数字，例如温度、压强、流量等，这类数字不仅有单位，且它们最后一位数字往往是由仪表的精度而估计的数字，例如精度为 0.1℃的温度计，读得 21.75℃，则最后一位是估计的，所以记录或测量数据时通常以仪表最小刻度后保留一位有效数字。

在科学与工程中为了能清楚地表示数值的准确度与精度和方便运算，在第一个有效数字后加小数点，而数值的数量级则用 10 的幂表示，这种用 10 的幂来记数的方法称为科学记数法。例如：185.2mmHg，可记为 1.852×10^2mmHg。

1.1.2　有效数字的运算规则

(1) 在加减运算中，得数所保留的小数点后的位数应与其中小数点的位数最少的相同，例如：$12.56+0.082+1.832=14.47$。

(2) 在乘除运算中，得数所保留的位数以有效数字位数最少的为准，例如：将 0.0135，17.53，2.45824 三数相乘应写成 $0.0135\times17.5\times2.46=0.581$。

(3) 乘方及开方运算的结果比原数据多保留一位有效数字，例如：$12^2=144$，$\sqrt{5.6}=2.37$。

(4) 对数运算，对数值尾数部分的位数与取对数前后的有效数字相等，例如：$\lg2.584=0.4123$，$\lg2.5847=0.41241$。

1.2　实验数据的误差分析

测得的实验值与真值之差值称为测定值的误差，测定误差的估算与分析对实验结果的准确性具有重要的意义。

1.2.1 真值与平均值

任何一个被测量的物理量总存在一定的客观真实值，即真值。由于测量的仪器、方法等引起的误差，真值一般不能直接测得，若在实验中无限多次的测量时，则根据误差分布定律，正负误差出现的几率相等，将各个测量值相加并加以平均，在无系统误差的情况下，可能获得近似于真值的数值，因此实验科学给真值定义为：无限多次的测量平均值称为真值。而在实际测量中的次数是有限的，故用有限测量次数求出的平均值，只能是近似真值，称最佳值。在实验测量中使用高精度级标准仪器所测得的值代替真值。常用的平均值有下列几种：

(1)算术平均值

$$x_{\mathrm{m}} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1-1}$$

(2)几何平均值

$$x_{\mathrm{c}} = \sqrt[m]{x_1 x_2 \cdots x_n} \tag{1-2}$$

(3)均方根平均值

$$x_{\mathrm{s}} = \sqrt{\frac{x_1^2 x_2^2 \cdots x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} \tag{1-3}$$

(4)对数平均值

$$x_1 = \frac{x_1 - x_2}{\ln \dfrac{x_1}{x_2}} \tag{1-4}$$

上述各式中：x_1，x_2，…，x_n 为各次测量值；n 为测量的次数。

1.2.2 误差的表示方法

(1)绝对误差 Δx

某测量值与真值之差称为绝对误差，在实际的测量中常以最佳值代替真值。其表达式为：

$$\Delta x = x_i - X \approx x_i - x_{\mathrm{m}} \tag{1-5}$$

式中 Δx——绝对误差；

x_i——第 i 次测量值；

X——真值；

x_{m}——平均值。

(2)相对误差

绝对误差与真值之比称为相对误差。

$$\delta = \frac{\Delta x}{X} \tag{1-6}$$

(3)引用误差

仪表量程内最大示值误差与满量程示值之比的百分数称为引用误差。

$$\text{引用误差} = \frac{\text{最大示值误差}}{\text{满量程示值(满刻度值)}} \tag{1-7}$$

引用误差常用于表示仪表的精度，按引用误差的大小分成几个等级，把引用误差的百分数去掉剩下的数值就称为仪表的精度等级。测量仪表的精度等级是由国家统一规定的。电工仪表的精度等级分别有：0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5 和 5.0 七级。

例如某压力表注明精度为 1.5 级，即表明该仪表最大误差为相当档次最大量程的 1.5%，若最大量程为 0.4MPa，该压力表最大误差位：

$$0.4 \times 1.5\%\,\mathrm{MPa} = 0.006\mathrm{MPa} = 6 \times 10^3\mathrm{Pa} \tag{1-8}$$

1.2.3　误差的性质及其分类

1. 系统误差

在一定的条件下，对同一量进行多次测量时，误差的数值始终保持不变，或按某一规律变化出现的误差，称为系统误差。例如：使用刻度不准、零点未校准的测量仪器；实验状态、环境的改变，如外界的温度、压力、湿度的变化；实验操作人员的习惯与偏向等因素都会引起系统误差。这类误差往往在同一物理量的测定中其大小和符号基本不变或有一定的规律，经过精确的校正可以消除。

2. 随机误差(偶然误差)

在相同条件下，测量同一物理量时误差的绝对值时大时小，符号时正时负，没有一定的规律且无法预测，但这种误差完全服从统计规律，对于同一物理量做多次的测量，随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值趋近于零，因此多次测量的算术平均值将接近于真值。

3. 过失误差

由于操作错误或人为失误所产生的误差，这类误差往往表现为与正常值相差很大，在数据整理时应予以剔除。

1.2.4　实验数据的精确度

精确度(又称准确度)与误差的概念是相辅相成的。误差小，精确度高；误差大，精确度低。它反映系统误差和随机误差综合大小的程度。而测量中所得到的数据重复性的大小称为精密度，则反映了随机误差的大小。以打靶为例，图 1-1(a)表示弹着点密集而离靶心(真值)甚远，说明精密度高，随机误差小，但系统误差大；图 1-1(b)表示精密度低而正确度较高，即随机误差大，但系统误差较小；图 1-1(c)的系统误差与随机误差均小，精确度高。

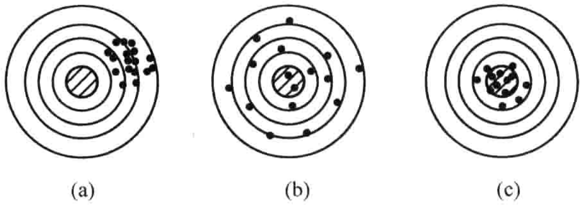


图 1-1　精密度与精确度示意图

1.3　实验数据处理方法

实验数据的处理就是将实验测得的一系列数据经过计算整理后用最适宜的方式表示出来，在热工实验中常用列表法、图示法和方程表示法 3 种形式表示。

1.3.1　列表法

将实验数据按自变量与因变量的对应关系而列出数据表格形式即为列表法，列表法具有制表容易、简单、紧凑、数据便于比较的优点，是标绘曲线和整理成为方程的基础。

实验数据表可分为实验数据记录表(原始数据记录表)和实验数据整理表两类。

实验数据记录表是根据实验内容待测数据设计，如流体直管阻力测定实验的实验数据记录表格形式见表 1-1。

表 1-1　流体直管阻力测定实验数据记录表

管子材料__________ 管子内径__________ 水的密度__________
水　　温__________ 水的密度__________ 水的黏度__________

序号	U 型压差计读数			流量计算仪指示值
	左/mm	右/mm	差值/mm	
1				
2				
3				
⋮				

实验数据整理表是由实验数据经计算整理间接得出的表格形式，表达主要变量之间关系和实验的结论，见表 1-2。

表 1-2　流体直管阻力测定实验数据整理表

序号	V(流量)/(m^3/s)	u(流速)/(m/s)	$Re\times10^4$(雷诺数)	R(压差计读数)/mmHg	h_f(阻力损失)/(J/kg)	λ(摩擦系数)
1						
2						
3						
⋮						

根据实验内容设计拟定表格时应注意以下几个问题：表格设计要力求简明扼要，一目了然，便于阅读和使用；记录、计算项目满足实验要求；表头应列出变量名称、符号、单位；同时要层次清楚、顺序合理；表中的数据必须反映仪表的精度，应注意有效数字的位数；数字较大或较小时应采用科学记数法，例如 $Re=25000$ 可采用科学记数法记作 $Re=2.5\times10^4$，在名称栏中记为 $Re\times10^4$，数据表中可记为 2.5；数据整理时尽可能利用常数归纳法(即转化因子)，例如：计算固定管路中不同流速下的雷诺数时，$Re=\dfrac{du\rho}{\eta}$其中 d，ρ，η 为定值，则可归纳为 $Re=Au$，常数 $A=\dfrac{d\rho}{\eta}$即为转化因子乘以各不同的流速 η，即可得到一系列相应的 Re，可减少重复计算；在数据整理表格下边，要求附以某一组数据进行计算示例，表明各项之间的关系，以便阅读或进行校核。

1.3.2　图示法

上述列表法一般难见数据的规律性，为了便于比较和简明直观地显示结果的规律性或变化趋势，常常需要将实验结果用图形表示出来。

实验中常用的坐标有普通直角坐标、双对数坐标和半对数坐标，根据变量间的函数关系选择合适的坐标纸。

(1)直线关系：$y=a+bx$，选用普通直角坐标纸，如图 1-2 所示。

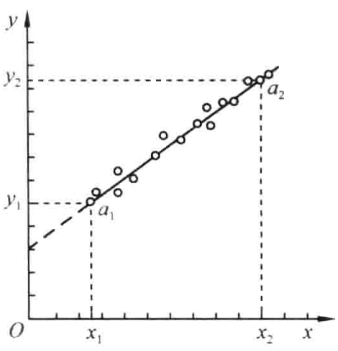


图 1-2　普通直角坐标纸

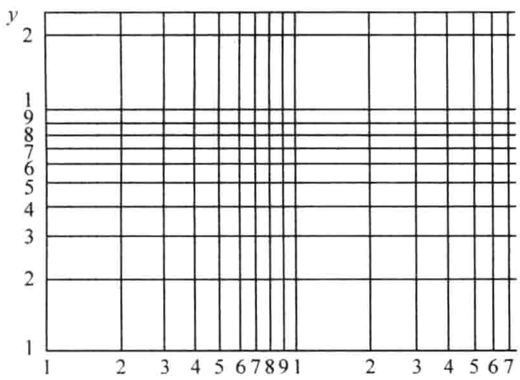


图 1-3　双对数坐标纸

(2)双对数坐标纸的横、纵坐标是以对数标度绘制而成，如图 1-3 所示。对数坐标的特点是：某点与原点的距离为该点表示量的对数值，但是该点标出的量是其本身的数值，例如对数坐标上标着 5 的一点至原点的距离是 lg5 = 0.7，如图 1-4 所示。

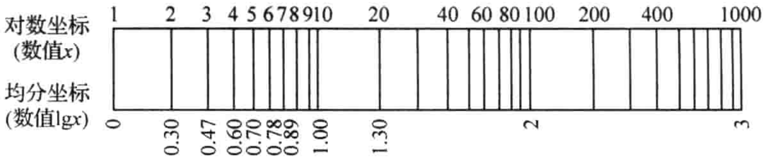


图 1-4　对数坐标的特点

图 1-4 中上面一条线为 x 的对数刻度，而下面一条线为 $\lg x$ 的线性(均匀)刻度。对数坐标上 1、10、100、1000 之间的实际距离是相同的，因为上述各数相应的对数值为 0、1、2、3，这在线性(均匀)坐标上的距离相同。

在对数坐标上的距离(用均匀刻度的尺来量)表示为数值之对数差，即 $\lg x_1 - \lg x_2$。

$$\lg x_1 - \lg x_2 = \lg \frac{x_1}{x_2} = \lg\left(1 - \frac{x_2 - x_1}{x_2}\right) \tag{1-9}$$

因此，在对数坐标纸上，任何实验点与图纸的直线距离(指均匀分度尺)相同，则各点与图线的相对误差相同。

在对数坐标纸上，一直线的斜率应为

$$\tan n = \frac{\lg y_2 - \lg y_1}{\lg x_2 - \lg x_1} \tag{1-10}$$

由于 $\Delta\lg y$ 与 $\Delta\lg x$ 分别为纵坐标与横坐标上的距离 L_x 与 L_y，所以可用尺量出直线上 1、2 两点之间的水平及垂直距离 L_x、L_y，如图 1-5 所示，则斜率为

$$n = \frac{\text{量出 1，2 两点间垂直距离的数值 } L_y}{\text{量出 1，2 两点间水平距离的数值 } L_x} \tag{1-11}$$

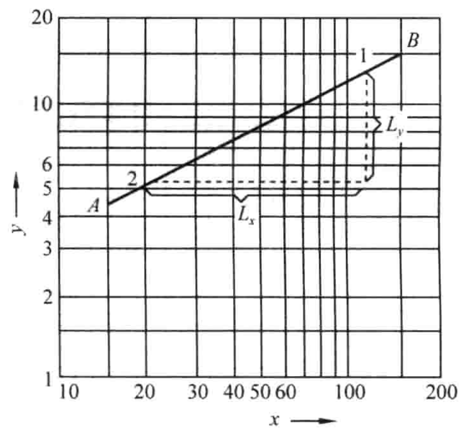


图 1-5　双对数坐标纸上直线斜率和截距的求法

双对数坐标纸主要适用于以下两种情况：

①适用于幂函数 $y = ax^n$，使非线性关系变换成线性关系。

幂函数在普通直角坐标上标绘是一条曲线，采用双对数坐标标绘可使之线性化。将上述幂函数等式两边取对数，则

$$\lg y = \lg a + n\lg x \tag{1-12}$$

令：$\lg y = Y$　$\lg x = X$　$\lg a = B$，则变换为 $Y = nX + B$，即为线性方程。

②适用于所研究的函数 y 和自变量 x 在数值上均变化了几个数量级。例如，已知 x 和 y 的数据为：

x = 10、20、40、60、80、100、1000、2000、3000、4000

y = 2、14、40、60、80、100、177、181、188、200

在直角坐标上做图几乎不可能描出在 x 的数值等于 10、20、40、60、80 时曲线开始部分的点，如图 1-6 所示。但是采用对数坐标则可以得到比较清楚的曲线，如图 1-7 所示。

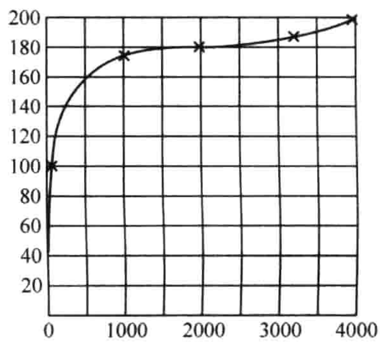


图 1-6　用直角坐标纸做的图

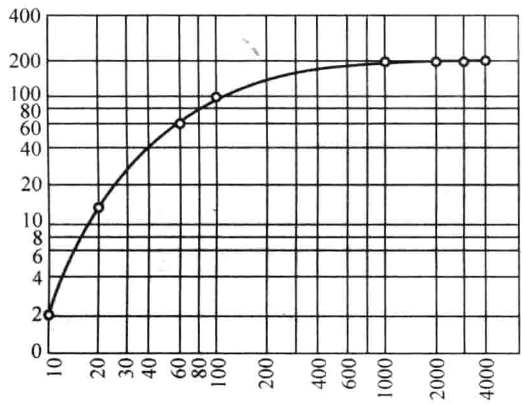


图 1-7　用双对数坐标纸做的图

(3) 半对数坐标纸的一个轴是分度均匀的普通坐标轴，另一个轴是分度不均匀的对数坐标轴，如图 1-8 所示。

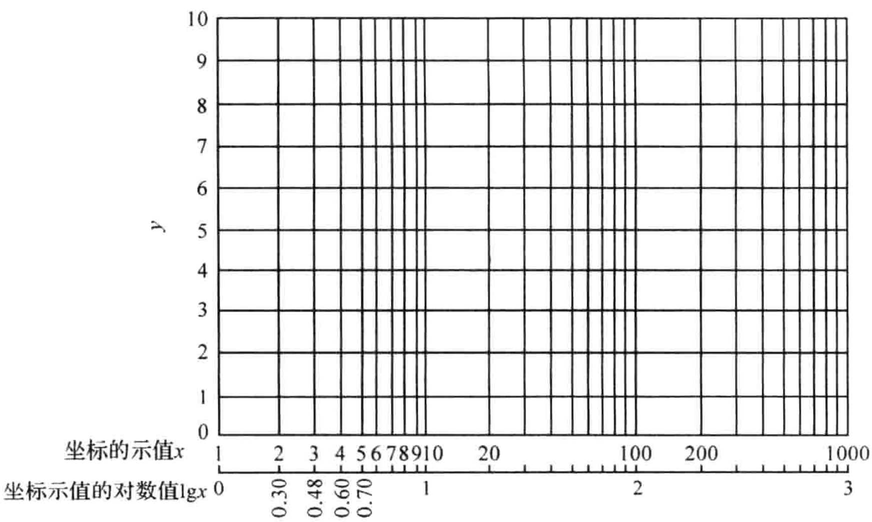


图 1-8　半对数坐标纸

下列情况下可考虑用半对数坐标：

①变量之一在所研究的范围内发生几个数量级的变化。

②在自变量由零开始逐渐增大的初始阶段，当自变量的少许变化引起因变量极大变化时，此时采用半对数坐标纸，曲线最大变化范围可伸长，使图形轮廓清楚。例如：用直角坐标纸做的图，如图 1-9 所示，而改用半对数坐标纸后如图 1-10 所示。

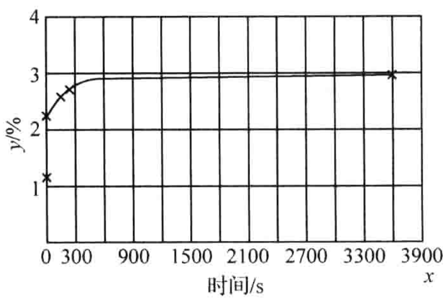


图 1-9　用直角坐标纸做的图

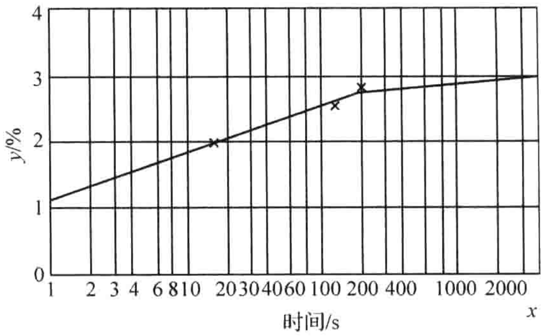


图 1-10　用半对数坐标纸做的图

③适用于指数函数 $y = ae^{bx}$，使其变换为直线函数关系。将上式等号两边取自然对数，则 $\ln y = \ln a + bx$，所以 $\ln y$ 与 x 呈直线关系。

1.3.3　实验数据的方程表示法

在热工实验数据处理中，除了用表格和图形描述变量的关系外，常常需要将实验数据或计算结果用数学方程或经验公式的形式表示出来。

在能源工程中，经验公式通常都表示成无因次的数群或准数关系式，确定公式中的常数和待定系数是实验数据的方程表示法的关键。

经验公式或准数关系式中的常数和待定系数的求法很多，下面介绍最常用的图解法、选点法、平均值法和最小二乘法。

1. 图解法

图解法仅限于具有线性关系或非线性关系式，通过转换成线性关系的函数式常数的求解。首先选定坐标系，将实验数据在图上标绘成直线，求解直线斜率和截距，从而确定线性方程的各常数。

(1)一元线性方程的图解

设一组实验数据变量间存在线性关系：$y = a + bx$。通过图解确定方程中斜率 b 和截距 a，如图 1-11 所示。在图中选取适宜距离的两点 $a_1(x_1, y_1)$、$a_2(x_2, y_2)$，直线的斜率为：$b = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$。直线的截距，若 x 坐标轴的原点为 0，可以在 y 轴上直接读取值(因为 $x = 0$，$y = a$)，或可用外推法，使直线延长交于纵轴于一点 c，c 则为直线的截距。否则，由下式计算：

$$a = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} \tag{1-13}$$

以上式中 $a_1(x_1,\ y_1)$，$a_2(x_2,\ y_2)$是从直线上选取的任意两点值。为了获得最大准确度，尽可能选取直线上具有整数值的点，a_1，a_2 两点距离以大为宜。

若在对数坐标上用图解法求斜率时请注意斜率的正确求法。

(2)二元线性方程的图解

若实验研究中，所研究对象的物理量(因变量)与两个变量呈线性关系，可采用以下函数式表示：

$$y = a + bx_1 + cx_2 \tag{1-14}$$

上式方程为二元线性方程函数式。可用图解法确定式中常数 a，b，c。首先令其中一变量恒定不变，如将上式中方程右边前两项之和视为常数 d，则上式可改写成：$y = d + cx_2$。

由 y 与 x_2 的数据可在直角坐标中标绘出一直线，如图 1-12(a)所示。采用上述图解法可确定 x_2 的系数 c。

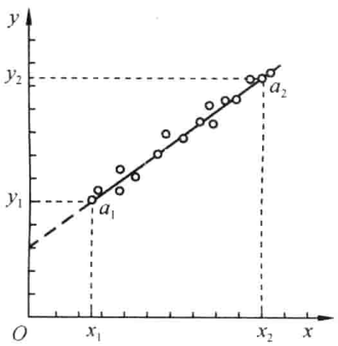


图 1-11　一元线性方程的图解

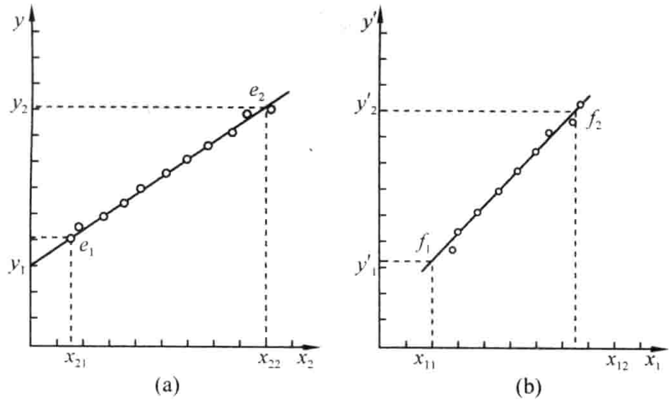


图 1-12　二元线性方程的图解

在图 1-12(a)中直线上任取两点 $e_1(x_{21},\ y_1)$、$e_2(x_{22},\ y_2)$，则有：

$$c = \frac{y_2 - y_1}{x_{22} - x_{21}} \tag{1-15}$$

当 c 求得后，将其代入原式中并将原式重新改写成以下形式：

$$y - cx_2 = a + bx_1 \tag{1-16}$$

令 $y' = y - cx_2$，可得新的线性方程：

$$y' = a + bx_1 \tag{1-17}$$

由实验数据 y、x_2 和 c 计算得 y'，由 y'与 x_1 在图 1-12(b)中标绘其直线，并在该直线上任取$f_1(x_{11},\ y'_1)$，$f_2(x_{12},\ y'_2)$两点。由f_1，f_2 两点即可确定 a，b 两个常数：

$$b = \frac{y'_2 - y'_1}{x_{12} - x_{11}} \tag{1-18}$$

$$a = \frac{y'_1 x_{12} - y'_2 x_{11}}{x_{12} - x_{11}} \tag{1-19}$$

在确定 a，b 时，其自变量 x_1，x_2 应同时改变，才使其结果覆盖整个实验范围。

2. 选点法

选点法亦称联立方程法，此法适用于实验数据精度很高的条件下，否则所得函数将毫无意义。具体步骤是：

(1)选择适宜经验方程式 $y=f(x)$。

(2)建立待定常数方程组。若选定经验方程式为：$y=a+bx$，则从实验数据中选出两个实验点数据$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$代入上式。

(3)联立求解以上方程，即可解得常数 a，b。

选点法也可与图解法结合起来。先将实验数据标绘在坐标纸上，在实验数据点之间用一直尺画出一条能代表所有数据的直线，该直线两侧的实验点均匀分布接近直线，在这直线两端选取两点，将其代入经验公式，解联立方程即可求出常数。

3. 平均值法

当函数式是线性的，或者可线性化，则该函数适合 $Y=A+BX$。列出条件方程 $Y_i=A+BX_i$，使条件方程的数目 n 等于已知的实验个数，然后按照偶数相等，或奇数近似相等的原则，将条件方程相加，得出下列两个方程。

$$\sum_{1}^{m} Y_i = mA + B\sum_{1}^{m} X_i \tag{1-20}$$

$$\sum_{m+1}^{n} Y_i = (n-m)A + B\sum_{m+1}^{n} X_i \tag{1-21}$$

解之，即可求得系数 A 和 B 的值。

【例】 由传热实验得 Re 与 $N_u/P_r^{0.4}$ 的一组数据如下：

Re	4.25×10^4	3.72×10^4	3.45×10^4	3.18×10^4	2.56×10^4	2.14×10^4
$N_u/P_r^{0.4}$	86.7	82.1	78.0	70.0	61.2	53.9

其经验方程式：

$$N_u/P_r^{0.4}=ARe^n \tag{1-22}$$

试用平均值法确定其中的系数 A，n。

【解】 对经验公式取对数后使其线性化，得：

$$\lg(N_u/P_r^{0.4})=\lg A+n\lg Re \tag{1-23}$$

上述数据取对数

$\lg Re$	4.6284	4.5705	4.5378	4.5024	4.4082	4.3324
$\lg(N_u/P_r^{0.4})$	1.9380	1.9143	1.8921	1.8451	1.7868	1.7316

根据上述数据分成相等两组，然后再相加得

$1.9380 = A + 4.6284B$ $1.9143 = A + 4.5705B$ $1.8921 = A + 4.5378B$	$1.8451 = A + 4.5024B$ $1.7868 = A + 4.4082B$ $1.7316 = A + 4.3324B$
$5.7444 = 3A + 13.7367B$	$5.3635 = 3A + 13.2430B$

解此方程组

$$\begin{cases} 5.7444 = 3A + 13.7367B \\ 5.3635 = 3A + 13.2430B \end{cases} \tag{1-24}$$

得：$B = 0.77$，$A = -1.61$

所以所求的准数方程式为：

$$N_u / P_r^{0.4} = -1.61 Re^{0.77} \tag{1-25}$$

4. 最小二乘法

在图解时，坐标纸上标点会有误差，而根据点的分布确定直线位置时，具有人为性。因此用图解法确定直线斜率及截距常常不够准确。较准确的方法是最小二乘法，它的原理是：最佳的直线就是能使各数据点同回归线方程求出值的偏差的平方和为最小，也就是落在该直线一定的数据点其概率为最大，下面具体推导其数学表达式。

(1)一元线性回归

已知 N 个实验数据点(x_1, y_1)，(x_2, y_2)，……，(x_N, y_N)。

设最佳线性函数关系式为 $y = b_0 + b_1 x$。则根据此式 N 组 x 值可计算出各组对应的 y'值

$$\begin{aligned} y'_1 &= b_0 + b_1 x_1 \\ y'_2 &= b_0 + b_1 x_2 \\ &\vdots \\ y'_N &= b_0 + b_1 x_N \end{aligned}$$

而实测时，每个 x 值所对应的值为 y_1，y_2，…，y_N，所以每组实验值与对应计算值 y'的偏差 δ 应为

$$\begin{aligned} \delta_1 &= y_1 - y'_1 = y_1 - (b_0 + b_1 x_1) \\ \delta_2 &= y_2 - y'_2 = y_2 - (b_0 + b_1 x_2) \\ &\vdots \\ \delta_N &= y_N - y'_N = y_N - (b_0 + b_1 x_N) \end{aligned}$$

按照最小二乘法的原理，测量值与真值之间的偏差平方和为最小。$\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2$ 最小的必要条件为：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\sum \delta_i^2)}{\partial b_0} = 0 \\ \dfrac{\partial(\sum \delta_i^2)}{\partial b_1} = 0 \end{cases} \tag{1-26}$$