

并行性分析的 数学原理

Mathematical Principles of Parallelity Analysis



范植华
廖名学

著

中国科学技术大学出版社

并行性分析的 数学原理

Mathematical Principles of Parallelism Analysis

张松海

编著

■

北京航空航天大学出版社

Beihang University Press

（北京）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

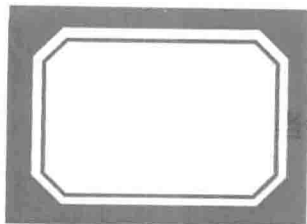
（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）

（Beijing）



代科学技术基础理论与前沿问题研究丛书

中国科学技术大学
校友文库

并行性分析的 数学原理

Mathematical Principles of Parallelity Analysis

范植华 著
廖名学

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书既是计算机工程技术领域的理论专著,又是用抽象数学解决工程技术实际问题的应用专著。它囊括了(微积分学开创、由微分方程和复变函数等继承与发展的)精确思维与(概率论与数理统计和信息论开创、由模糊数学等发扬光大的)不精确思维,并包括“纯粹”数学中近世代数在内的几十门数学分支,运用于应超级电脑之运而生的并行处理这一工程技术前沿,获得巨大的成功。其内容基本按“公理-定义-引理-定理-证明-推论-应用”的数学演绎体系编写,以满足关系国计民生的高科技所要求的正确性与可靠性;它也是作者近半个世纪跨应用数学与计算机科学两大专业方向科研成果的结晶,由于透彻地把握住了本质,有能力深入浅出地展现给读者。

全书共 14 章,内容几乎穷尽硬件,语言,以及语句、变量、元素、指令、迭代等五大相关视图,以及离散与简洁、分割与分布、并行死锁等并行处理软件涉及的所有方面。

本书可供计算机科技工作者、大专院校师生,特别是有志于把抽象数学与工程技术相结合的科研人员阅读。

图书在版编目(CIP)数据

并行性分析的数学原理/范植华,廖名学著. —合肥:中国科学技术大学出版社, 2014.8

(当代科学技术基础理论与前沿问题研究丛书;中国科学技术大学校友文库)
“十二五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-312-03002-4

I. 并… II. ①范… ②廖… III. 数据相关—应用—并行处理 IV. TP274

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 023203 号

出版 中国科学技术大学出版社

地址:安徽省合肥市金寨路 96 号,邮编:230026

网址:<http://press.ustc.edu.cn>

印刷 合肥市宏基印刷有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×1000 mm 1/16

印张 52.5

字数 970 千

版次 2014 年 8 月第 1 版

印次 2014 年 8 月第 1 次印刷

定价 150.00 元

总 序

大学最重要的功能是向社会输送人才,培养高质量人才是高等教育发展的核心任务。大学对于一个国家、民族乃至世界的重要性和贡献度,很大程度上是通过毕业生在社会各领域所取得的成就来体现的。

中国科学技术大学建校只有短短的五十余年,之所以迅速成为享有较高国际声誉的著名大学,主要就是因为她培养出了一大批德才兼备的优秀毕业生。他们志向高远、基础扎实、综合素质高、创新能力强,在国内外科技术、经济、教育等领域做出了杰出的贡献,为中国科大赢得了“科技英才的摇篮”的美誉。

2008年9月,胡锦涛总书记为中国科大建校五十周年发来贺信,对我校办学成绩赞誉有加,明确指出:半个世纪以来,中国科学技术大学依托中国科学院,按照全院办校、所系结合的方针,弘扬红专并进、理实交融的校风,努力推进教学和科研工作的改革创新,为党和国家培养了一大批科技人才,取得了一系列具有世界先进水平的原创性科技成果,为推动我国科教事业发展和社会主义现代化建设做出了重要贡献。

为反映中国科大五十年来的人才培养成果,展示我校毕业生在科技前沿的研究中所取得的最新进展,学校在建校五十周年之际,决定编辑出版《中国科学技术大学校友文库》50种。选题及书稿经过多轮严格的评审和论证,入选书稿学术水平高,被列入“十一五”国家重点图书出版规划。

入选作者中,有北京初创时期的第一代学生,也有意气风发的少年班毕业生;有“两院”院士,也有中组部“千人计划”引进人才;有海内外科研院所、大专院校的教授,也有金融、IT行业的英才;有默默奉献、矢志报国的科技将军,也有在国际前沿奋力拼搏的科研将才;有“文革”后留美学者中第一位担任美国大学系主任的青年教授,也有首批获得新中国博士学位的中年学

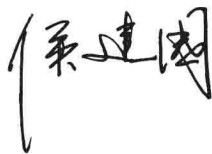
者……在母校五十周年华诞之际,他们通过著书立说的独特方式,向母校献礼,其深情厚谊,令人感佩!

《文库》于2008年9月纪念建校五十周年之际陆续出版,现已出书53部,在学术界产生了很好的反响。其中,《北京谱仪II:正负电子物理》获得中国出版政府奖;中国物理学会每年面向海内外遴选10部“值得推荐的物理学新书”,2009年和2010年,《文库》先后有3部专著入选;新闻出版总署总结“‘十一五’国家重点图书出版规划”科技类出版成果时,重点表彰了《文库》的2部著作;新华书店总店《新华书目报》也以一本书一个整版的篇幅,多期访谈《文库》作者。此外,尚有十数种图书分别获得中国大学出版社协会、安徽省人民政府、华东地区大学出版社研究会等政府和行业协会的奖励。

这套发端于五十周年校庆之际的文库,能在两年的时间内形成现在的规模,并取得这样的成绩,凝聚了广大校友的智慧和母校的感情。学校决定,将《中国科学技术大学校友文库》作为广大校友集中发表创新成果的平台,长期出版。此外,国家新闻出版总署已将该选题继续列为“十二五”国家重点图书出版规划,希望出版社认真做好编辑出版工作,打造我国高水平科技著作的品牌。

成绩属于过去,辉煌仍待新创。中国科大的创办与发展,首要目标就是围绕国家战略需求,培养造就世界一流科学家和科技领军人才。五十年来,我们一直遵循这一目标定位,积极探索科教紧密结合、培养创新拔尖人才的成功之路,取得了令人瞩目的成就,也受到社会各界的肯定。在未来的发展中,我们依然要牢牢把握“育人是大学第一要务”的宗旨,在坚守优良传统的基础上,不断改革创新,进一步提高教育教学质量,努力践行严济慈老校长提出的“创寰宇学府,育天下英才”的使命。

是为序。



中国科学技术大学校长
中国科学院院士
第三世界科学院院士

2010年12月

序

与现代并行处理计算机相伴而生,从 20 世纪 70 年代起,并行性分析的理论研究和工程实践业已走过 40 余年的光辉历程(附录 1)。先驱者依据各自对并行性的理解,发挥各自长期形成的数学优势,采取形形色色的数学观点,研制出各具特色的分析工具,为并行机的推广应用作出了贡献。本专著以作者几十年贯穿于“下标追踪法-元素视图-数据相关性”的理论研究,以及在我国某两种并行机序列中的工程实践为基础,几乎涵盖所有历史上出现过的研究成果,统一到“公理-定义-引理-定理-证明-推论-应用”的演绎系统里,形成工程技术领域不多见的像非欧几何那样缜密、可靠的演绎理论,并且把它们及时地反哺工程实践以创造效益。依托并行处理技术的各类巨型计算机,是并行性分析理论的首要服务对象;迄今为止,它们的首要任务是求解各类关系国计民生的战略课题。所以,正确性与可靠性始终居第一位。建立演绎体系,无疑是其恰当的保证。

本书前 13 章由我撰写,其运行环境以 SIMD/SPMD 为主,MIMD 为辅;最后一章“并行死锁的静态检测”是我的“下标追踪法-元素视图-数据相关性”理论体系与时俱进的发展,其运行环境则彻底迁移到 MIMD。这项研究主要由我的“关门弟子”——廖名学博士作为博士学位论文完成,已经成功地应用于某国防尖端项目里(附录 2)。这一章也由他撰写,顺利而圆满地实现了“薪火传承”。全书由我统稿。

“下标追踪法-元素视图-数据相关性”的主体,诞生于作者在国防科技大学计算机系研制某巨型机期间;经过总装系统所研制某实时操作系统的升华,到中科院软件所,尤其是其综合信息系统技术国防重点实验室为我系

统地总结、归纳、提高、发展这些成果达到理论上的完整,提供了优越的科研条件和宽松的科研环境;其出版过程得到母校——中国科学技术大学的大力支持和热情帮助。作者向母校表示衷心的感谢。受国防机密的严格限制,这些成果未及时地公开(附录2);但愿本专著的出版能够某种程度上弥补此历史缺憾。

我的家人,特别是母亲余秀英几十年的关爱与支持,是我毕生得以心平气和地钻研业务,尤其身陷轻视理论的愚昧年代也能呕心沥血地研究理论并创立理论的温馨保障。值此第19个忌日,让我再次感激涕零于她在南京雨花台大定坊的坟头。

范植华

2014年4月16日

于北京中国科学院软件研究所

综合信息系统技术国防重点实验室

目 录

总序	(i)
序	(iii)
第一章 硬件并行设施	(1)
1.1 计算机并行性的发展	(1)
1.2 流水线并行原理	(3)
1.3 多向量流水	(7)
1.4 向量指令系统与向量汇编语言	(12)
1.5 阵列与数据流方式	(16)
1.6 多核芯片	(20)
1.7 紧耦合多处理机	(22)
1.8 松耦合多计算机	(27)
1.9 集群	(30)
1.10 单体巨型机	(34)
1.11 复体巨型机	(40)
1.12 源于小微巨型机的可伸缩性	(46)
1.13 云计算平台	(54)
第二章 语言并行机制	(58)
2.1 VFORTRAN 语言	(58)
2.2 三元挑选符与下标对应规则	(61)
2.3 向量函数	(62)
2.4 向量过程	(65)
2.5 流水线处理	(67)
2.6 向量链接	(72)
2.7 向量屏蔽	(74)

2.8	数组运算	(82)
2.9	PFORTRAN 语言	(88)
2.10	HPF 语言	(91)
2.11	BXC 语言	(93)
2.12	时序算子	(97)
2.13	控制结构	(101)
2.14	点对点通信	(103)
2.15	并行程序设计	(106)
第三章	显数据相关性的三种视图	(110)
3.1	并行处理的三种粒度	(111)
3.2	相关依赖等价条件下的并行处理	(113)
3.3	单层赋值循环的适应性	(117)
3.4	临时变量与归纳变量	(120)
3.5	三种赋值与限制条件	(122)
3.6	繁衍层次	(126)
3.7	结合链同体链与年长顺序定理	(132)
3.8	元素间的优先关系	(136)
3.9	数据相关与输入相关	(139)
第四章	语句视图与依赖片断	(144)
4.1	语句间的相关依赖	(144)
4.2	语句图与并行性判别	(148)
4.3	解析判别法与非整除规则	(150)
4.4	变序点	(154)
4.5	A0 型循环的层次片断	(158)
4.6	计算实例	(161)
4.7	A1 型和 A 型循环的层次片断	(164)
4.8	循环体的最简形式	(168)
4.9	指令级的并行性	(171)
4.10	加权汇编语句图	(174)
第五章	变量视图	(179)
5.1	坐标方法	(179)
5.2	超平面方法	(193)
5.3	相关分析方法	(203)
5.4	图论方法	(213)

5.5	统一的解析判别法	(222)
5.6	拓扑排序	(228)
5.7	临时数组与暂存语句	(231)
5.8	改写算法	(237)
第六章	元素视图	(246)
6.1	以元素为结点的困难和片断的概念	(246)
6.2	有待跨越的“鸿沟”	(248)
6.3	判别准则	(250)
6.4	判别举例	(253)
6.5	等价类与 R-P 逆对所引起的暂存	(257)
6.6	时序层次等价类的数学抽象	(260)
6.7	结点的数学抽象	(262)
6.8	循环间包含关系的直观含义	(264)
6.9	生存带的胀缩	(266)
6.10	包含关系的数学表示	(269)
6.11	强化定理	(272)
6.12	偏序结构	(275)
6.13	比较判别法及其在循环体上的应用	(279)
6.14	比较判别法在取值点集合上的应用	(285)
6.15	元素视图 A 型算法全过程	(290)
第七章	控制依赖向数据依赖的转换	(298)
7.1	不定因素与参数集	(298)
7.2	I0 型循环及其闭体	(301)
7.3	I0 型循环的并行处理	(306)
7.4	关于 I0 型循环并行的充要条件	(313)
7.5	再识别算法	(316)
7.6	再改写算法	(329)
7.7	优化算法	(337)
7.8	识别改写优化链	(344)
7.9	两道例题演示 I0 型算法全过程	(358)
第八章	多岔控制转移的结构化重构	(370)
8.1	简单三岔控制转移	(370)
8.2	三岔控制转移的完备形式	(378)
8.3	程序变换应满足的集合方程	(381)

8.4	$\langle t1, t2, m, t3, n \rangle$ 型组合方式的嵌入载体	(384)
8.5	$\langle t1, t2, t3, m, n \rangle$ 型组合方式的嵌入载体	(390)
8.6	$\langle t1, t2, t3, n, m \rangle$ 型组合方式的嵌入载体	(395)
8.7	程序变换目标程序的优化	(401)
8.8	退化情形	(411)
8.9	简单多岔控制转移	(416)
8.10	简单多岔控制转移的并行处理	(419)
8.11	多岔控制转移的完备形式	(422)
8.12	双阶律	(424)
8.13	完备形式多岔控制转移的结构化变换	(427)
8.14	GN 型计算实例	(430)
8.15	结构化的多岔控制转移	(436)
8.16	GNS 型计算实例	(439)
8.17	G 型实现算法	(442)
第九章	离散连通与简洁冗余	(455)
9.1	离散层次的概念	(455)
9.2	具有离散层次的 A 型循环的可并行性质	(462)
9.3	向 I0 型循环的拓广	(467)
9.4	时序层次离散性的判别方法	(471)
9.5	一类简单的具有离散层次的 A 型循环	(477)
9.6	一类简单的具有离散层次的 I0 型循环	(484)
9.7	下标表达式单调变化的循环类	(492)
9.8	下标表达式单调变化的例题	(498)
9.9	反原形与拟离散性	(507)
9.10	简洁循环与冗余循环的概念	(515)
9.11	A 型简洁循环与 A 型冗余循环	(518)
9.12	同态定理	(521)
9.13	向 I0 型循环的拓广	(526)
9.14	向 I1 型和 G 型循环的拓广	(531)
第十章	分部并行与循环分布	(543)
10.1	从并行的本质把握分部并行	(543)
10.2	分部并行的两种手段	(545)
10.3	循环分布与局部并行	(549)
10.4	从元素视图考查循环分布	(552)
10.5	语句团	(554)

10.6	语句团顺序	(558)
10.7	语句团的复杂组合	(562)
10.8	孤立非线性下标“奇异”团	(566)
10.9	向控制结构的分布	(570)
10.10	向句内成分的分布	(575)
10.11	其他“奇异”现象举例	(580)
第十一章	变序点分割	(587)
11.1	先分布后分割	(587)
11.2	变序点概念的精确描述	(594)
11.3	第一类实变序点	(599)
11.4	第二类实变序点	(601)
11.5	第三类实变序点	(604)
11.6	变序点的重叠	(608)
11.7	变序点的组合	(614)
11.8	变序点的萎缩	(626)
11.9	控制结构的变序点分割	(630)
11.10	综合实例	(636)
第十二章	递归分割与并行划分	(644)
12.1	递归关系及其对并行性的否定	(644)
12.2	循环中递归的成因	(647)
12.3	递归的分割	(651)
12.4	等长递归分割算法	(655)
12.5	变长的递归分割	(661)
12.6	完善的关键边组析取算法	(666)
12.7	全程递归分割算法	(670)
12.8	片断分割与稳态目标搜索算法	(674)
12.9	片断递归分割算法	(678)
12.10	片断递归分割举例	(681)
12.11	控制结构的递归分割	(688)
12.12	并行划分中的次序与迭代视图	(698)
12.13	迭代结点与并行划分举例	(700)
第十三章	向多重循环的拓广	(703)
13.1	多重循环的最内层循环	(703)
13.2	多重 A 型循环	(706)

13.3	多重层次片断定理	(711)
13.4	多重 I0 型循环	(716)
13.5	多重 I1 型和 G 型循环	(723)
13.6	多重循环的数组化	(726)
第十四章 并行死锁的静态检测		(731)
14.1	预备知识	(732)
14.2	MPI 同步通信死锁检测基本理论	(739)
14.3	MPI 同步通信顺序模型死锁静态检测算法	(753)
14.4	比例方程组与 MPI 同步通信静态死锁检测	(759)
14.5	死锁检测算法实现与基于素数序列的哈希表性能优化	(767)
14.6	MPI 同步通信嵌套循环模型死锁检测	(772)
14.7	全节点空间 MPI 同步通信死锁检测	(779)
14.8	MPICH 同步通信程序死锁判定框架性算法	(788)
14.9	结论	(795)
附录一 从“银河”到“天河”		(797)
附录二 对范植华并行处理理论与工程成果的专家评价		(802)
参考文献		(809)

第一章 硬件并行设施

从 20 世纪 70 年代以来,主要受益于芯片集成度与并行处理技术的进步,经过不断更新换代的并行计算机^[7](包括向量巨型机及其演变而来的小型、微型巨机,以及多核芯片,大规模和超大规模多机并行系统,高性能网络分布式系统,直至云计算平台)如雨后春笋般地涌现,把人类推入计算机技术向国民经济、国防建设和人民生活各领域全面渗透的新纪元。作为围绕数据相关性并行性分析理论研究的基本驱动力之一,本章主要介绍由向量巨型机^[49]开创,正日复一日地向小巨机和微巨机、多核、大规模和超大规模多机与网络分布式系统转移的硬件并行设施。其中有三点例外:① 由于跟指令系统密不可分,本属于下一章的汇编语言破例地划进此章;② 由于非高级语言讲解不清,本属于此章的链接和屏蔽又例外地归入下一章;③ 尽管“云计算本质上是一个软件概念”,但它“内软外硬”,作为最新的一种操作平台,向用户呈现出偏硬的面孔。所以,它被当作本章最后一节,并且以形影不离的异构并程序程序设计作为桥梁,承前启后地跨入下一章语言并行机制。

1.1 计算机并行性的发展

伴随社会生产力的不断进步,人类开发与利用大自然的欲望是永无止境的。今天人们满意的东西,明天也许不再满意,后天甚至很不满意。

18 世纪,工业蒸汽机的发明与广泛使用,开创了机械化和大生产形式全新的工业文明,是近代工业革命、技术革命的主要标志;然而在 19 世纪的 100 年里,电动机、内燃机开始取代蒸汽机;进入 20 世纪,大规模淘汰蒸汽机的时代终于

来临:时至今日在除博物馆外的绝大多数场合,蒸汽机业已变成令人讨厌的怪物。

计算机的发展历史亦然。1945年,世界上第一台电子数字计算机问世,破天荒地每秒完成5000次运算,成为第一颗原子弹爆炸的关键基础设备。它作为人类智力解放道路上的重大里程碑,曾经令人欢歌笑语。但是,人们很快从喜悦中清醒过来,发现其笨重、昂贵、高耗、低效等众多缺欠,为改进其性能进行了不懈的努力,与日俱增的并行性需求成为关注焦点。并行处理技术发展至今,已经跟芯片并驾齐驱,成为当代计算机领域最重要的技术支柱之一。从微机、服务器和 workstation,到小、中、大型,直至各类巨机、网络,都普遍地求助于并行处理,以便多方面地提高系统指标。

一个计算机系统如图1.1所示,它涉及处理机(和电子式外部设备)的电子活动、机械式外设的机械活动和人的思维活动等三种具有本质差异的过程,其时间量级分别约为微秒乃至纳秒级、毫秒级和秒级,一档至少要差 10^3 倍!从三种活动时间量级上的不匹配,人们觉察到早期的计算机全是懒汉:它们手脚敏捷,但不主动,稍稍一干就睡大觉,等待反应“迟钝”的人的命令。上述分析孕育着最初的并行性思想。

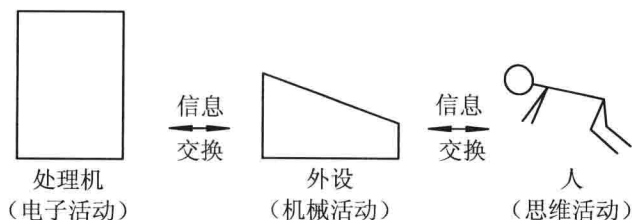


图 1.1 计算机系统三种活动

为了挖掘计算机的内在潜力,外设与主机、外设与外设、各操作步骤、各功能部件,乃至多核、多处理机、多计算机之间的并行性技术相继出现,经历了“宏观串行,微观串行”(操作系统诞生以前)、“宏观并行,微观串行”(分时系统)和“宏观并行,微观并行”(现代并行处理计算机)三个阶段。按照美国 M. J. Flynn 的分类法,前两个阶段均在单指令流单数据流之列,第三阶段又细分为单指令多数据 SIMD^[212] (Single-Instruction and Multi-Data):单流水向量运算,单程序多数据 SPMD(Single-Program and Multi-Data):RISC^[189]阵列和多指令多数据 MIMD(Multi-Instruction and Multi-Data):多功能部件、多向量阵列、多核、多处理机、多计算机等类型。当今世界,计算机犹如封建大家族(像“红楼梦”中的荣、宁二府)里公用的奴仆,不仅同时受多个用户支配,而且同时承办每个用户的多项业务,每时每刻都像艺高胆大的杂技演员那样左手玩枪,右手舞棒,头上还顶着坛子转哩!

并行性是指多于一个事件在同一时刻发生,例如多核多机多功异步并行;

也指在部分重叠的时间内出现,例如流水线向量运算;还指多于一个事件在同一(相对而言不太长的)时间间隔内发生,例如分时系统。显然,在并行性的概念上,前两者皆高于(利用人脑关于电脑“思维”方面的时间差,貌似“同时”的)第三者。今天的并行处理计算机,能够真正同时地执行多个任务或多条(不同的)指令(多功能部件、多核、多处理机和多计算机——统称多机);或者能够真正同时地对多个数据项进行操作(向量运算和阵列多处理器同步并行)。它们都属于“多于一个事件在同一时刻发生”或“多于一个事件在部分重叠的时间内出现”的高级情形。很多高性能的计算机系统^[81,213]将它们统一到同一体系结构之中^[256],把并行性推向登峰造极的地步,致使计算机界普遍认为,在电子范畴内硬件已无太多潜力可挖,人类又向崭新的领域^[310,316]——光计算机、化学计算机、生物计算机等进军。

从 20 世纪七八十年代至今,并行处理计算机系统的结构^[37]主要经历了流水线向量方式、阵列与数据流方式、多核芯片、对称多处理器、异构多处理机、集群、巨型计算机,直至集大成的云计算并行平台。

1.2 流水线并行原理

“流水线”一词起源于美国汽车大王福特开创的汽车制造流水线,经过 100 余年的发展,业已成为制造业规模化工业生产的一项成熟技术。在第三产业盛行的今天,服务业也普遍地采取流水线式处理。例如在洗衣房中,把洗衣服务全过程分解为洗、漂和甩三段“流水”。当第一批衣物经过洗而进入漂时,第二批开始洗;当第一批经过洗和漂而进入甩时,第二批经过洗而进入漂,第三批开始洗。从此刻起,构成洗衣流水线的洗、漂、甩三段可长期地保持并行。并且,每过一段(而非全过程)时间间隔,收获一批干净衣物。显然,流水线所含段数越多(例如再把烘干纳入洗衣流水),划分段越细(例如把一遍长时间的漂分成两遍短时间的漂),则并行度越高。在计算机领域,这些原理都得到最充分的发挥。

类似地,把许多指令所重复的时序过程分解为若干共有的段,交由各段专用的功能块去重叠执行。一条指令顺序流过所有段,这条指令即执行完毕并获得结果。当本条指令在本段处理完毕而流入下段时,后续指令便可流入本段,无需等待前条指令整个执行完毕。因此,在一条流水线上可以同时处理多条指令^[302]。为叙述的简便,设各段的执行时间均为一个节拍,则经过几个节拍短暂