

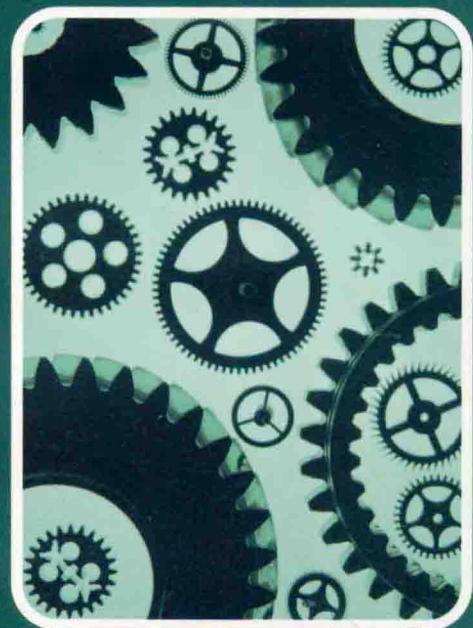


全国普通高等学校机械类“十二五”规划系列教材

丛书顾问 李培根 林萍华

# 机械优化设计

邓效忠 竺志超 主编



JIXIE YOUHUA SHEJI



JIXIELEI \* SHIERWU



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

全国普通高等学校机械类“十二五”规划系列教材

# 机械优化设计

主编 邓效忠 竺志超  
副主编 方志和 李天兴  
程相文 张晓君

华中科技大学出版社  
中国·武汉

## 内 容 简 介

本书系统介绍了机械优化设计的基本理论、常用方法和工程实际应用案例。全书共分七章，分别介绍了机械优化设计的应用和发展、优化设计的数学模型与优化过程、一维优化方法、无约束优化方法、约束优化方法、优化设计中的一些特殊问题和现代优化设计方法。

本书可作为高等学校机械类及相关专业的本科生、研究生的实用性教材，也可作为工程设计人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

机械优化设计/邓效忠,竺志超主编. —武汉:华中科技大学出版社,2015.3  
ISBN 978-7-5680-0762-7

I. ①机… II. ①邓… ②竺… III. ①机械设计-最优设计-高等学校-教材 IV. ①TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 064313 号

## 机械优化设计

邓效忠 竺志超 主编

策划编辑：俞道凯

责任编辑：刘 飞

封面设计：范翠璇

责任校对：张 琳

责任监印：张正林

出版发行：华中科技大学出版社（中国·武汉）

武昌喻家山 邮编：430074 电话：(027)81321913

录 排：武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷：武汉鑫昶文化有限公司

开 本：787mm×1092mm 1/16

印 张：9.75

字 数：246 千字

版 次：2015 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

定 价：20.00 元



本书若有印装质量问题，请向出版社营销中心调换

全国免费服务热线：400-6679-118 竭诚为您服务

版权所有 侵权必究

全国普通高等学校机械类“十二五”规划系列教材

编审委员会

顾问：李培根 华中科技大学  
林萍华 华中科技大学

主任：吴昌林 华中科技大学

副主任：（按姓氏笔画顺序排列）

王生武 邓效忠 轶 钢 庄哲峰 杨 萍 杨家军  
吴 波 何岭松 陈 炜 竺志超 高中庸 谢 军

委员：（排名不分先后）

许良元	程荣龙	曹建国	郭克希	朱贤华	贾卫平
丁晓非	张生芳	董 欣	庄哲峰	蔡业彬	许泽银
许德璋	叶大鹏	李耀刚	耿 铁	邓效忠	宫爱红
成经平	刘 政	王连弟	张庐陵	张建国	郭润兰
张永贵	胡世军	汪建新	李 岚	杨术明	杨树川
李长河	马晓丽	刘小健	汤学华	孙恒五	聂秋根
赵 坚	马 光	梅顺齐	蔡安江	刘俊卿	龚曙光
吴凤和	李 忠	罗国富	张 鹏	张鬲君	柴保明
孙 未	何 庆	李 理	孙文磊	李文星	杨咸启

秘书：

俞道凯 万亚军

# 全国普通高等学校机械类“十二五”规划系列教材

## 序

“十二五”时期是全面建设小康社会的关键时期,是深化改革开放、加快转变经济发展方式的攻坚时期,也是贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》的关键五年。教育改革与发展面临着前所未有的机遇和挑战。以加快转变经济发展方式为主线,推进经济结构战略性调整、建立现代产业体系,推进资源节约型、环境友好型社会建设,迫切需要进一步提高劳动者素质,调整人才培养结构,增加应用型、技能型、复合型人才的供给。同时,当今世界处在大发展、大调整、大变革时期,为了迎接日益加剧的全球人才、科技和教育竞争,迫切需要全面提高教育质量,加快拔尖创新人才的培养,提高高等学校的自主创新能力,推动“中国制造”向“中国创造”转变。

为此,近年来教育部先后印发了《教育部关于实施卓越工程师教育培养计划的若干意见》(教高〔2011〕1号)、《关于“十二五”普通高等教育本科教材建设的若干意见》(教高〔2011〕5号)、《关于“十二五”期间实施“高等学校本科教学质量与教学改革工程”的意见》(教高〔2011〕6号)、《教育部关于全面提高高等教育质量的若干意见》(教高〔2012〕4号)等指导性意见,对全国高校本科教学改革和发展方向提出了明确的要求。在上述大背景下,教育部高等学校机械学科教学指导委员会根据教育部高教司的统一部署,先后起草了《普通高等学校本科专业目录机械类专业教学规范》、《高等学校本科机械基础课程教学基本要求》,加强教学内容和课程体系改革的研究,对高校机械类专业和课程教学进行指导。

为了贯彻落实教育规划纲要和教育部文件精神,满足各高校高素质应用型高级专门人才培养要求,根据《关于“十二五”普通高等教育本科教材建设的若干意见》文件精神,华中科技大学出版社在教育部高等学校机械学科教学指导委员会的指导下,联合一批机械学科办学实力强的高等学校、部分机械特色专业突出的学校和教学指导委员会委员、国家级教学团队负责人、国家级教学名师组成编委

会,邀请来自全国高校机械学科教学一线的教师组织编写全国普通高等学校机械类“十二五”规划系列教材,将为提高高等教育本科教学质量和人才培养质量提供有力保障。

当前经济社会的发展,对高校的人才培养质量提出了更高的要求。该套教材在编写中,应着力构建满足机械工程师后备人才培养要求的教材体系,以机械工程知识和能力的培养为根本,与企业对机械工程师的能力目标紧密结合,力求满足学科、教学和社会三方面的需求,在结构上和内容上体现思想性、科学性、先进性,把握行业人才要求,突出工程教育特色。同时注意吸收教学指导委员会教学内容和课程体系改革的研究成果,根据教学指导委员会颁布的各课程教学专业规范要求编写,开发教材配套资源(习题、课程设计和实践教材及数字化学习资源),适应新时期教学需要。

教材建设是高校教学中的基础性工作,是一项长期的工作,需要不断吸取人才培养模式和教学改革成果,吸取学科和行业的新知识、新技术、新成果。本套教材的编写出版只是近年来各参与学校教学改革的初步总结,还需要各位专家、同行提出宝贵意见,以进一步修订、完善,不断提高教材质量。

谨为之序。

国家级教学名师

华中科技大学教授、博导

2012年8月



# 前　　言

优化设计是将最优化方法与计算机技术相结合并广泛应用于工程设计问题的一种科学的设计方法。顾名思义,优化设计是寻求最佳技术经济指标或最优目标的设计方案,即在给定的各种约束或限制条件下合理地确定各设计参数,从众多的设计方案中寻找出目标为最佳的设计方案。机械优化设计作为现代设计方法的重要组成部分,其重要性也是不言而喻的。它是解决机械工程设计问题的一种有效手段,对于进一步提高机械设计的水平、改善机械产品的质量等均起到了重要作用。

机械优化设计是机械类专业的一门重要课程,其目的是使学生树立优化设计的思想,掌握优化设计的基本方法,获得解决工程实际问题的能力。本书是作者在多年从事机械优化设计教学和科研工作实践的基础上并参考教学讲义而编写的,其指导思想是立足于创新应用型人才培养目标,使学生通过本课程学习,掌握机械优化设计的基本方法,提高在机械工程领域的设计能力,在今后的工作中能够应用优化设计方法解决工程实践问题。本书可作为高等学校机械类本科生和研究生的实用性教材,也可作为工程设计人员的参考书。

全书共分七章。第1章阐述机械优化设计的含义、机械优化设计在机械工程中的应用及发展趋势等;第2章阐述优化设计数学模型的建立和尺度变换、优化问题的极值条件和优化搜索的过程等;第3章阐述黄金分割法、二次插值法等常用的一维优化方法;第4章阐述梯度法、牛顿法、共轭梯度法、坐标轮换法、鲍威尔法和变尺度法等无约束优化方法;第5章阐述了可行方向法、随机方向法、复合形法和惩罚函数法等约束优化方法;第6章阐述优化设计中的一些特殊问题,如线性规划方法、离散变量优化和多目标优化等;第7章阐述遗传算法和BP神经网络算法等现代优化设计方法。除第1章、第7章外,各章末均附有习题供读者练习。

本书由河南科技大学邓效忠、浙江理工大学竺志超担任主编,浙江理工大学方志和、河南科技大学李天兴、河北联合大学程相文、辽宁科技大学张晓君担任副主编。第1章由方志和、竺志超编写,第2章、第3章、第5章由李天兴编写,第4章由程相文编写,第6章由张晓君编写,第7章由方志和、竺志超编写。本书在编写过程中吸收了不少专家提出的宝贵意见和建议,受到浙江理工大学教材建设项目资助,在教材出版过程中,还得到了华中科技大学出版社的大力支持,在此深表感谢。

本书在编写过程中参阅了同行专家、学者的著作和教材,在此谨致谢意。鉴于近年来机械优化设计的理论和方法的发展极其迅速,又限于编者水平,书中难免存在疏漏或不妥之处,恳请广大读者批评指正。

# 目 录

<b>第 1 章 机械优化设计的应用和发展</b>	(1)
1.1 机械优化设计的含义	(1)
1.2 机械优化设计方法在机械工程中的应用	(2)
1.3 现代机械优化设计的发展趋势	(3)
1.4 本课程的主要内容	(4)
1.5 本课程的学习方法	(4)
<b>第 2 章 优化设计的数学模型与优化过程</b>	(6)
2.1 数学模型的一般形式	(6)
2.2 数学模型的尺度变换	(17)
2.3 优化问题的极值条件	(19)
2.4 优化过程	(29)
2.5 优化方法分类	(32)
习题	(33)
<b>第 3 章 一维优化方法</b>	(36)
3.1 一维优化概述	(36)
3.2 初始区间的搜索	(37)
3.3 黄金分割法	(39)
3.4 二次插值法	(43)
习题	(48)
<b>第 4 章 无约束优化方法</b>	(49)
4.1 多维无约束优化概述	(49)
4.2 梯度法	(49)
4.3 牛顿法	(52)
4.4 共轭梯度法	(54)
4.5 坐标轮换法	(57)
4.6 共轭方向法和鲍威尔法	(61)
4.7 变尺度法	(69)
习题	(72)
<b>第 5 章 约束优化方法</b>	(74)
5.1 可行方向法	(74)
5.2 随机方向法	(78)
5.3 复合形法	(82)
5.4 惩罚函数法	(86)
习题	(96)

第6章 优化设计中一些特殊问题	(98)
6.1 线性规划方法	(98)
6.2 离散变量优化	(107)
6.3 多目标优化	(110)
习题	(115)
第7章 现代优化设计方法	(117)
7.1 遗传算法	(117)
7.2 BP 神经网络算法	(130)
参考文献	(144)

# 第1章 机械优化设计的应用和发展

最优化或者理想化一直是人类在生产和社会活动中所追求的,如做一个规划或者设计,我们都期望得到最满意、最好的结果。为了实现这种愿望,必须要有好的预测和决策方法,最优化的方法就是普遍采用的一种方法。

优化设计是20世纪60年代初发展起来的一门新兴学科,它是最优化方法与计算机技术相结合而产生并应用于工程设计问题的一种科学的设计方法。优化设计,顾名思义是寻求最佳的效益或最佳的设计方案,即在给定的各种约束条件下合理确定各设计参数,从众多的设计方案中寻找出目标为最佳的设计方案,如质量轻、材料省、结构紧凑、成本低、性能好、承载能力强等。优化设计正是基于这种需要而产生和发展的,并已广泛应用于各类工程实践的一种现代设计方法。

## 1.1 机械优化设计的含义

机械传统设计通常采用经验类比的设计方法。其设计过程可概括为“设计—分析—再设计”的过程,即首先根据设计任务及设计要求进行调查、搜集和研究相关资料,参照或类比相同的、现有的较为成熟的设计方案,凭借设计者的经验,辅以必要的分析及计算,确定一个合适的设计方案,并通过估算初步确定有关设计参数;然后对初步方案进行强度、刚度和稳定性等性能方面的分析计算,检查其是否满足设计指标要求。如果设计方案得不到满足,则进行设计参数的调整,并再次进行分析和校核。如此反复,直到获得符合要求的设计方案为止。很显然,这个过程费时、费力,而且只限于少数几个候选方案的比较和分析,一般很难得到较为满意的结果。

机械优化设计是进行某种机械产品设计时,在规定的各种设计限制条件下,优选设计参数,使某项或几项设计指标获得最优值。工程设计上的“最优值”(optimum)或“最佳值”系指在满足多种设计目标和约束条件下所获得的最令人满意和最适宜的值。最优值的概念是相对的,随着科学技术的发展及设计条件的变动,最优化的标准也将发生变化。优化设计反映了人们对客观世界认识的变化,它要求人们根据事物的客观规律,在一定的物质基础和技术条件下,得出最优的设计方案。

对机械工程问题进行优化设计,首先需将工程设计问题转化成数学模型,即用优化设计的数学表达式描述工程设计问题。然后,按照数学模型的特点选择合适的优化方法和计算程序,运用计算机求解,最终获得最优设计方案。

机械优化设计具有传统设计所不具备的一些特点,主要体现在两个方面。

- (1) 优化设计过程中能使各种设计参数自动向更优的方向进行搜索调整,直到找到一个尽可能完善或最合适的设计方案。
- (2) 优化设计的手段是采用计算机进行数值计算。

## 1.2 机械优化设计方法在机械工程中的应用

机械设计工作的任务就是使设计的产品既具有优良的技术性能指标,又能满足生产的工艺性、使用的可靠性和安全性要求,且消耗和成本最低等。机械产品的设计,一般需要经过需求分析、市场调查、方案设计、结构设计、分析计算、工程绘图和编制技术文件等一系列工作过程。

传统设计方法通常是在调查分析的基础上,参照同类产品,通过估算、经验类比或试验等方法来确定产品的初步设计方案。然后根据校核结果对设计参数进行修改。整个传统设计的过程是人工试凑和定性、定量分析比较的过程。实践证明,按照传统方法得出的设计方案,可能存在较大改进和提高的余地。虽然在传统设计中也存在“选优”的思想,设计人员可以在有限的几种合格设计方案中,按照一定的设计指标进行分析评价,选出较好的方案。但是过去由于受到计算方法和手段等条件的限制,设计者不得不依靠经验,进行类比、推理和直观判断等一系列智力工作,这样很难找出最优设计方案。

从 20 世纪 90 年代以来,随着电子计算机的发展和普及应用,优化设计方法广泛地应用于各个工程领域,如空间运载工具的最优轨迹、土木工程结构设计、水利资源系统设计、电网优化设计、工厂地点选择的综合优化问题、控制系统的最优控制、最优生产规划、最优控制和最优调度等。例如,据资料介绍,某化工厂设计利用优化程序,在 16 小时内进行了 16000 个可行方案计算,从中选出了一个成本最低、产量最大的方案。而过去曾有一组工程师工作一年,仅能得到三个设计方案,而且在效率上没有一个方案可以同优化结果相比。

优化设计方法在机械领域应用较早,尤其是机构优化设计,在平面连杆机构、空间连杆机构、凸轮机构以及组合机构设计等方面都取得了很好的成果。在机械零部件优化设计领域,国内外都进行了深入的研究,如:液体动压轴承的优化设计,齿轮在最小接触应力情况下的最佳几何形状,二级齿轮减速器在满足强度和一定体积下的单位功率所占的减速器质量最小,轴、摩擦离合器、齿轮泵、弹簧等的优化设计问题还有专门著作论述,并且在工程实践中,优化设计方法与计算机辅助设计(CAD)、动态仿真设计等技术的结合,使得在设计过程中能够不断选择设计参数进而求得最优设计方案,加快设计速度,缩短设计周期。优化设计的效益是非常明显的,如美国 Bell 公司采用优化方法解决了具有 450 个设计变量的结构优化问题,使一个机翼的质量减轻 35%;Boeing 公司对 747 飞机机身进行优化设计,收到增加载员、减轻质量、缩短生产周期和降低成本的效果。国内也有很多优化案例,如武钢对国外引进的轧机进行自主优化改进后,取得了很多好的经济效益。这些例子表明,优化设计是保证产品具有优良性能,减轻自重和体积,降低产品成本的一种有效设计方法,同时也可使设计者从大量的繁杂和重复的计算工作中解脱出来,有更多的精力从事创造性设计,大大提高了设计效率。

优化设计方法的发展历史较短,但发展迅速,无论在机构综合、机械的通用零部件设计,还是在专用机械和工艺设计方面都很快得到应用。优化设计理论的研究和实际应用,使传统机械设计方法发生了根本的变革,从经验、感性和类比为主的传统设计方法过渡到科学、理性和立足于计算分析的现代设计方法,与创新设计方法、动态设计方法、可靠性设计方法等现代设计方法一起,促使机械产品设计正在逐步朝自动化、集成化和智能化方向发展。

实践证明,机械优化设计方法是解决复杂机械工程设计问题的一种有效手段。为此,对于机械工程专业的高年级学生,在学完机械原理、机械设计等设计理论与方法的基础上,学习机

械优化设计的理论,掌握优化方法,对于开拓设计思想,培养和提高运用优化方法解决实际工程问题的能力是十分必要的。

### 1.3 现代机械优化设计的发展趋势

机械优化设计是建立在现代机械设计理论发展基础上的,作为一种新的设计方法,其必须与实际机械工程问题相结合,才能更好地为工程实践服务。因此,目前机械优化设计与实际工程的结合在很多方面得到了发展,在理论研究上也得到了拓展。例如,整机优化设计模型及方法的研究,机械设计的多目标决策问题以及动态系统、模糊系统、随机模型、可靠性优化、智能优化设计等一系列算法和实践问题研究。

#### 1) 模糊优化设计技术

常规的优化设计方法能成功求解具有清晰定义结构、行为的系统,这类优化方法是基于清晰的数字模型和精确的数学方法。然而,在工程中还常常存在描述事件的数据的非精确性、语言的含糊性,统称为模糊性信息,相应的系统称为模糊系统。如何处理模糊系统正是模糊优化设计所要解决的问题。目前模糊优化技术是基于模糊理论,其思路是将模糊优化问题转变为等价的或近似的确定性优化问题,所以它是将模糊理论与普通优化设计相结合的一种新的优化理论和方法。研究模糊环境下非线性规划问题的描述和基本智能化的优化方法是研究模糊优化理论和方法的重要内容。

#### 2) 面向产品创新设计的优化技术

产品创新理论、方法与工具技术研究的宗旨是从产品的工作特性和功能目标出发,在特定技术、经济和社会等具体条件下,根据相邻学科的原理,创造性地设计产品,并使它在技术及经济上达到最佳水平。因此,建立产品创新设计的优化技术是实现产品创新设计的一个关键技术问题。

#### 3) 广义优化设计技术

传统优化方法往往只适用于简单零部件,而广义优化是把对象由此扩展到复杂零部件、整机、系列产品和组合产品的整体优化,称为全系统优化。广义优化设计的学科体系可以分成三个层次:第一是广义优化设计理论和方法学,主要研究广义优化设计的本质、范畴、进程、目标、理论框架体系,与其他学科间的关系、优化规划、建模、搜索、协同和过程控制的理论及技术基础;第二是广义优化设计方法和技术,主要研究优化规划、建模、搜索、协同、控制、评价与决策等环节的具体方法和实现策略;第三是广义优化设计工具,主要研制广义优化设计的支撑软件和应用软件。同时,企业建模和规划策略技术、复杂系统优化算法、工程数据技术等均是广义优化设计技术的研究内容。

#### 4) CAD/CAPP/CAM 集成系统中的优化技术

CAD/CAPP/CAM 集成系统是目前产品设计制造的一种先进技术方法,通过对产品的三维建模、运动分析、动力分析、应力分析,确定零部件的合理结构形状,自动生成工程图样文件,再由 CAPP/CAM 系统对数据库中的图形数据文件进行工艺设计及数控加工编程,控制数控机床完成加工制造。在这一集成系统中需要进一步研究的是:产品开发过程的静、动态描述(建模)方法、图形化显示、编辑技术以及在资源约束下产品开发过程的优化算法,提出改进的产品开发流程;产品开发的结果能进行综合性的优化处理,得出经济上最合理、技术上最先进的最优化设计方案和产品。

### 5) 智能优化算法及其研究趋势

20世纪80年代以来,一些新颖的优化算法,如人工神经网络(neural networks)、遗传算法(genetic algorithm)、进化算法(evolution algorithm)、模拟退火(simulated annealing)、和声搜索算法(harmony search algorithm)及其混合优化策略等,通过模拟或揭示某些自然现象或过程而得到发展,其思想和内容涉及数学、物理学、生物进化、人工智能、统计力学和神经系统等方面,为解决复杂问题提供了新的思路和手段。由于这些算法构造的直观性和自然机理,被称为智能优化算法(intelligent optimization algorithm)。智能优化算法在解决大规模组合、全局寻优等复杂问题时具有传统方法所不具备的独特优越性,并且鲁棒性强,适于并行处理,在计算机科学、优化调度、运输问题、组合优化等领域得到了广泛研究与应用。

## 1.4 本课程的主要内容

本课程的主要内容包括优化设计问题数学模型的建立、传统优化方法以及现代优化方法三部分。在解决工程优化问题时,首先需将优化设计问题抽象成优化设计数学模型,简称优化建模。优化设计数学模型是用数学公式的形式表示设计问题的特征和追求的目标,它反映设计指标与各个影响因素(设计变量)之间的一种依赖关系,是获得正确优化结果的前提。优化建模部分的内容主要包括数学模型的标准格式及其组成要素,并通过具体工程实例分析模型建立的方法。第二部分是传统优化方法,按照从一维到多维、从无约束到有约束、从单目标到多目标、从连续变量到离散变量的顺序展开。一维搜索方法包括外推法与区间消去法两步,以求得一元函数的最优点所在的区间和缩短区间至足够精度,求得一元函数的最优解与最优值,它是优化方法的基础。无约束优化方法包括坐标轮换法、鲍威尔法、梯度法、牛顿法等。约束优化方法包括可行方向法、随机方向法、复合形法、惩罚函数法等。各传统优化方法的基本内容包括算法原理、编程步骤与特点。此外,简要介绍了线性规划问题、多目标优化问题和离散变量优化问题的常用处理方法。第三部分现代优化方法是传统优化方法的补充和拓展,本书从原理、算法、应用等方面对发展比较成熟和应用广泛的BP神经网络算法和遗传算法做了较详细的介绍。

## 1.5 本课程的学习方法

机械优化设计课程具有很强的理论性。在现有高等数学和工程数学基础上学习优化设计方法时,要注重掌握各优化方法的原理、求解过程、特点与适用条件,同时要牢牢把握课程的主线:从一维搜索到无约束优化方法,再到有约束方法,一维搜索是整个优化设计的基础,实际工程优化问题一般为多变量非线性多目标优化问题,需要用约束优化方法来求解。一维搜索、无约束优化方法和约束优化方法三者是紧密相关、层层递进的。

同时本课程还有很强的实践性。在理解掌握各优化方法的同时,作为一门设计技术需要通过实践来掌握。因此,还需要强化上机编程实践,加深对优化设计方法的理解,同时提高编程能力,进而达到学以致用的目的。一般在每一章学习后,需要安排大量的上机练习。鼓励研究型的学生,在课程全部内容学习完后,可以对感兴趣的机械设计问题建立优化数学模型,并进行上机求解。目前适合优化编程的计算机语言很多,建议像一维搜索、无约束优化方法及约束优化方法的编程语言采用VB、C/C++,以深入理解各优化方法的具体算法步骤并以提高

编程能力为主要目的；至于在课程进入提高阶段，即工程问题优化应用阶段，则可用 Matlab 语言。Matlab 具有强大的科学计算、图形处理、可视化功能和开放式可扩展环境，其中的工具箱包含一系列优化算法和模块，可用于求解无约束优化问题、约束优化问题、线性规划等，在计算机上使用各种有效的优化方法和解决实际工程问题创造了条件。

学习优化设计方法,是为了将来在工作中更好地应用。通过对本课程的学习,了解优化设计的基本概念,掌握常用优化方法的原理、算法及应用特点,初步树立工程设计中的优化观点,具备解决一般机械优化设计问题的能力,这是本课程的教学目标。

## 第2章 优化设计的数学模型与优化过程

任何机械设计问题,总是要求满足一定的工作条件、载荷和工艺等方面的要求,并在强度、刚度、寿命、尺寸范围及其他一些技术要求的限制条件下寻找一组设计参数或设计方案。而优化设计是在满足设计参数的一系列限制条件下优选一组设计参数,使得设计参数对应的设计指标达到最佳值。它是利用各种优化算法和计算机程序来获取工程实际问题的最佳方案的一种现代设计手段。

在进行优化设计时,首先需要对实际问题的物理模型加以抽象、简化和分析,用数学语言来描述该问题的设计条件和设计目标,在此基础上构造出由数学表达式组成的数学模型。然后,选择合适的优化方法,并利用计算机编程上机进行数学模型的求解,得到一组最佳的设计方案。

数学模型是对实际工程问题的数学描述,是优化设计的基础。优化设计的结果是否可用,主要取决于所建立的数学模型是否能够准确而简洁地反映工程问题的客观实际。在建立数学模型时,如果过于强调准确或确切,往往会使数学模型十分冗长、复杂,增加求解的难度,有时甚至会使问题无法求解;而片面强调简洁,则可能使数学模型失真,以至于失去求解的意义。因此,建立数学模型的基本原则是在能够准确反映实际工程问题的基础上力求简洁,这是优化设计成功与否的关键。

### 2.1 数学模型的一般形式

优化设计问题在数学上可以表达为以等式或不等式函数描述的约束条件和以多变量函数描述的优化设计目标,这就是优化设计的数学模型。数学模型是设计对象的数学化,用数学语言来描述实际设计问题的设计条件和设计目标。

**例 2-1** 现用一薄板制造体积为  $100 \text{ m}^3$  的无上盖的立方体货箱,要求箱体的长、宽、高尺寸不小于  $5 \text{ m}$ ,并且钢板的耗费量最少,试确定货箱的长、宽、高尺寸。

**解** 因为货箱的体积已确定,则钢板耗费量最少取决于钢板用料最少,即货箱的表面积最小。设货箱的长、宽、高分别为  $x_1$ 、 $x_2$  和  $x_3$ ,则设计目标可确定为

$$S = x_1 x_2 + 2(x_2 x_3 + x_1 x_3) \rightarrow \min$$

显然,影响货箱表面积的设计参数(变量)是  $x_1$ 、 $x_2$  和  $x_3$ ,可写成向量形式的设计变量

$$\mathbf{X} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$$

根据设计要求的体积条件和各边长度条件,可确定如下约束表达式

$$x_1 \geq 5, \quad x_2 \geq 5, \quad x_3 \geq 5, \quad x_1 x_2 x_3 = 100$$

因此,该工程问题的数学模型可写为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min f(\mathbf{X}) = x_1 x_2 + 2(x_2 x_3 + x_1 x_3) \\ \text{s. t. } g_1(\mathbf{X}) = -x_1 + 5 \leq 0 \\ \quad g_2(\mathbf{X}) = -x_2 + 5 \leq 0 \\ \quad g_3(\mathbf{X}) = -x_3 + 5 \leq 0 \\ \quad h_1(\mathbf{X}) = x_1 x_2 x_3 - 100 = 0 \end{array} \right.$$

式中:s. t. 是 subject to 的缩写,意为“受约束于”。

可见,一个优化数学模型涉及三个要素:设计变量、约束条件和优化设计目标。

### 2.1.1 设计变量与设计空间

工程设计问题中总是包含着许多设计参数,在确定设计变量时,要对各种参数加以分析,确定出设计变量和设计常量。顾名思义,设计变量是设计中变化的量;而根据设计要求的需要预先给定的参数,不能作为设计变量,这些设计参数被称为设计常量。

#### 1. 设计变量的定义与表达

设计变量就是进行优化设计时所要确定的设计参数,它在优化设计过程中是不断变化的。通过其变化,使设计方案逐步趋近于最优方案。从数学上讲,所有设计变量都应是独立的自变量,它们之间不存在相互依赖的关系。如上述例题中的箱体的长、宽、高,以及齿轮减速器中齿轮的齿宽、齿数、模数、输入轴直径、输出轴直径和轴的长度等均为设计变量。

设计变量可以是几何参数(如形状、体积、位置等),也可以是物理参数(如力、速度、加速度等)。总的来说,一组设计变量取值确定后就代表着一个设计方案;一组值不相同的设计变量,就代表着不同的设计方案。

在优化设计中,设计变量通常有两类,即连续设计变量与离散设计变量。连续设计变量的取值没有限制,可以取连续量,如几何量(形状、位置、体积等)、物理量(力、速度等)等;而离散设计变量只能取离散的数值(例如齿轮的齿数、模数等)。对于离散设计变量,既可用离散化方法求解,也可在优化过程中先视为连续变量,然后在优化结果的基础上再做圆整或标准化处理,使之成为一个符合实际问题的近似最佳设计方案。

为了书写、表达及运算上的方便,设计变量一般用列向量或列阵的形式来表达。例如,对于一个具有  $n$  个设计变量的优化设计问题,可以用一个  $n$  维列向量或列阵来予以表达。

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T \quad \mathbf{X} \in \mathbf{R}^n \quad (2-1)$$

式中:  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$  是设计向量  $\mathbf{X}$  的  $n$  个坐标分量,代表了不同的设计参数。

#### 2. 设计空间

在优化数学模型中设计变量的数目称为优化问题的维数。如果优化数学模型有  $n$  个设计变量,则称该优化问题为  $n$  维优化问题。

由设计变量的表达式(2-1)可知,  $n$  个独立的设计变量就确定了一个  $n$  维欧氏空间,设计向量  $\mathbf{X}$  是定义在  $n$  维欧氏空间的一个向量或一个点(径矢的端点)。这个  $n$  维欧氏空间是以  $n$  个坐标分量  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  为坐标轴的空间,它构成了设计空间,包容了所有可能的设计方案,且每一个设计方案都对应着设计空间的一个径矢或一个点。

例如,设计变量个数  $n=2$ ,优化两个设计参数,则设计空间就是由两个设计参数  $x_1, x_2$  为坐标轴所构成的平面——设计平面,如图 2-1 所示。该平面上任一点  $(x_1, x_2)$  即代表一个设计方案。

同理,设计变量个数  $n=3$ ,优化三个设计参数,则设计空间就是由三个设计参数  $(x_1, x_2, x_3)$  为坐标轴所构成的三维空间——设计空间,如图 2-2 所示,其中任一点  $\dot{\mathbf{X}}=[x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$  即代表一个设计方案。

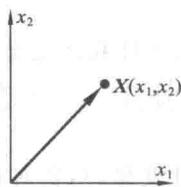


图 2-1 二维设计平面

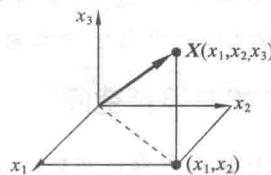


图 2-2 三维设计空间

优化问题设计变量的数目越多,其设计空间的维数越高,因而在设计空间寻优的难度也就越大。一般说来,优化设计问题求解的计算量是随设计变量数目的增多而显著增加的。

### 3. 设计变量对优化设计的影响

设计变量的数目越多,优化设计所要确定的设计参数越多,设计的自由度越大,优化的效果越好,但优化工作量越大,难度越高。因此,为了使优化问题简单易行,在优化设计过程中应慎重确定设计变量。

确定设计变量的原则就是在满足设计要求的前提下,尽可能减少设计变量的个数。根据各设计参数对设计目标的影响程度分析其主次,有些能预先确定的量可定为设计常量,尽量减少设计变量的数目,降低优化设计的维数,以简化优化设计问题。

按照设计问题维数的多少,通常把优化设计问题规模分为三类。设计变量个数  $n < 10$  时,可认为是小型优化问题;设计变量个数  $10 \leq n \leq 50$  为中型优化问题;设计变量个数  $n > 50$  则认为是大型优化问题。机械优化设计中大多是中小型的优化问题。

## 2.1.2 约束条件与可行域

### 1. 约束条件

工程设计中往往有许多技术上、经济上的限制,具体反映在对设计变量的一系列限制。这些限制设计变量取值的等式或不等式函数,称为约束条件。约束条件用设计变量的函数来进行描述。

根据约束条件对设计变量的限制形式,可将约束条件分为等式约束与不等式约束两类。在数学模型中,如果约束条件是用数学不等式来表示,可将约束条件称为不等式约束条件。如

$$g_u(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (u=1,2,3,\dots,m)$$

或

$$g_u(\mathbf{X}) \geq 0 \quad (u=1,2,3,\dots,m) \quad (2-2)$$

不等式约束可以是“ $\geq 0$ ”形式,也可以是“ $\leq 0$ ”形式,这是人为规定的。但在选用别人的优化程序时,必须注意要依据优化程序的规定而选择“ $\geq 0$ ”或“ $\leq 0$ ”的形式。

除了不等式约束条件,还会遇到用等式来表示的约束条件,这种约束条件称为等式约束条件。如

$$h_v(\mathbf{X}) = 0 \quad (v=1,2,3,\dots,p < n)$$

等式约束条件对设计变量的约束较严格。一个等式的约束条件等价于两个不等式的约束条件,即  $g(\mathbf{X}) = 0$  等价于  $g(\mathbf{X}) \leq 0$  和  $-g(\mathbf{X}) \leq 0$ 。

等式约束的个数必须小于设计变量的个数。增加一个等式约束,设计的自由度就减小 1。当等式约束的个数与设计变量的个数相等时,解可能是唯一的,甚至无解,即优化问题转化为解方程组的问题;当  $p > n$  时该优化问题无解。