

新编

奥林匹克基础知识及素质教育丛书

# 小学数学 智能训练

孙明标 编著

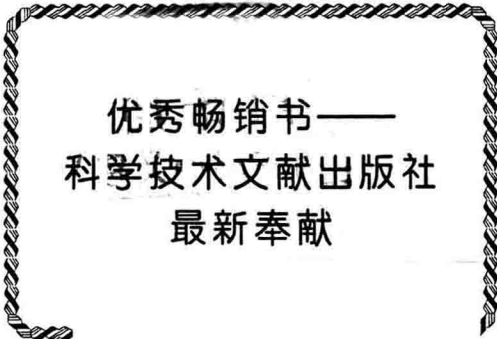


科学技术文献出版社

◇新编奥林匹克基础知识及素质教育丛书

# 小学数学智能训练

孙明标 编著



优秀畅销书——  
科学技术文献出版社  
最新奉献

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

北 京

## 图书在版编目(CIP)数据

小学数学智能训练/孙明标编著. -北京:科学技术文献出版社, 1999. 11(重印)

(新编奥林匹克基础知识及素质教育丛书)

ISBN 7-5023-1428-8

I. 小… II. 孙… III. 数学课-小学-教学参考资料  
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 23710 号

出 版 者:科学技术文献出版社

图 书 发 行 部:北京市复兴路 15 号(公主坟)中国科学技术信息研究所大楼  
B 段/100038

图 书 编 务 部:北京市西苑南一院 8 号楼(颐和园西苑公汽站)/100091

邮 购 部 电 话:(010)68515544-2953

图书编务部电话:(010)62878310, (010)62877791, (010)62877789

图书发行部电话:(010)68515544-2945, (010)68514035, (010)68514009

门 市 部 电 话:(010)68515544-2172

图书发行部传真:(010)68514085

图书编务部传真:(010)62878317

E-mail: stdph@istic.ac.cn stdph@public.sti.ac.cn

策 划 编 辑:科 文

责 任 编 辑:王亚琪

责 任 校 对:李正德

责 任 出 版:周永京

封 面 设 计:宋雪梅

发 行 者:科学技术文献出版社发行 新华书店总店北京发行所经销

印 刷 者:三河市富华印刷厂

版 ( 印 ) 次:1999 年 11 月第 2 版第 2 次印刷

开 本:850×1168 32 开

字 数:141 千

印 张:5.25

印 数:15001~30000 册

定 价:7.00 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

(京)新登字 130 号

### 内 容 简 介

全书围绕初等数学中的“数的整除性”，选编了整数概念和数的整除性题 212 例。其中有的选自各类数学竞赛、智力测验，有的是古今中外著名科学家所作，为后人广泛用于智力开发的初等数学名题；也有日常生活中的数学趣题。编者对每一道题都作了比较详尽的解答，介绍了解题的思路、方法和技巧；并在部分题解后附载了有关基础知识。内容富有趣味性、启发性。

适合小学生课外阅读，也可供数学教师、学生家长参考。

## 科学技术文献出版社 向广大读者致意

---

科学技术文献出版社成立于 1973 年，国家科学技术部主管，主要出版科技政策、科技管理、信息科学、农业、医学、电子技术、实用技术、培训教材、教辅读物等图书。

我们的所有努力，都是为了使您增长知识和才干。

## 前 言

充满兴趣活力的练习能点燃学生思维的火花。当他们在自己感兴趣的认识过程中,学到的知识和获得知识的方法,会深深地留在记忆里。有些构思巧妙的整除性趣题,常常会激起少年学生强烈的探索愿望;通过探索,能加深他们对数的概念和规律性的认识,从中领会到“举一反三”、“触类旁通”的意义,感受到成功的喜悦。这对于培养学生学数学的兴趣,将会起到很重要的作用。

在整数范围内,我们知道:

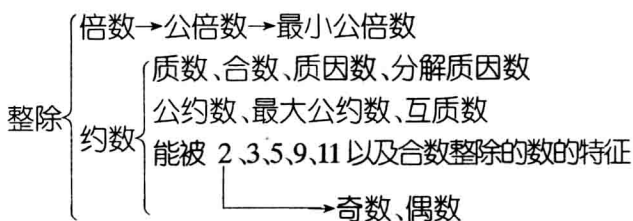
$$\text{整数} + \text{整数} = \text{整数}$$

$$\text{整数} - \text{整数} = \text{整数}$$

$$\text{整数} \times \text{整数} = \text{整数}$$

但是,整数除以整数不一定得整数。究竟什么样的整数除什么样的整数才得整数?研究这样的问题就是研究数的整除性。

数的整除性涉及数的概念和应用范围却很广,不仅在小学的分数的运算中,而且在中学代数和高等数学里都常要用到,所以是数学中的一项重要基础知识。



它要求学生在正确理解自然数、整数、连续数和整除概念的基础上,熟练地掌握“能被某数整除的数的特征”,把一个合数分解质因数;熟练地掌握求最大公约数和最小公倍数的方法,并学会应用这方面的基础知识,来提高自己的判断和分析推理能力。

如果你注意一下,将会发现在各种智力竞赛活动中出现的数学趣题,很多直接与数的整除性知识有关,能否灵活应用这方面的知识来解答问题,反映了学生思维能力的发展水平。

全书分三部分。第一部分为“数学趣题”,其中有的选自各类数学竞赛;有的是古今中外著名科学家所作,为后人广泛用于开发少年智力的初等数学名题;也有的是根据日常生活中的内容,应用这方面知识编写的趣题。内容富有趣味性,能够激励少年读者刻苦钻研,机敏思考,开发智力,提高思维能力。第二部分是“题解与基础知识”。为了便于读者在经过独立思考,求出结果(或遇到困难)后,判断正误有所依据(或启示),编者对每一道题都作了详尽的算术解,也有若干

题用算术和代数两种解法进行比较;介绍了一些很有用的解题思路、方法和技巧。还在部分题解后「」内附载了有关的基础知识,比较系统地介绍了数的整除性基础知识(详见附录“数的整除性”基础知识索引),以便于复习、自学。第三部分为“数的整除性”的其他应用。包括怎样推算公历闰年、农历是怎样纪年的和弃九验算法等。

书稿拟供小学生课外阅读,也可作为学生家长、数学老师开发学生智力、组织数学竞赛的辅导资料。

编 者

# 目 录

## 数学趣题

- ☞ (一) 整数概念题 ..... ( 3 )
- ☞ (二) 整除特征和余数的应用 ..... ( 9 )
- ☞ (三) 连续数问题 ..... ( 16 )
- ☞ (四) 质数、合数和质因数分解 ..... ( 22 )
- ☞ (五) 最大公约数的应用 ..... ( 31 )
- ☞ (六) 最小公倍数的应用 ..... ( 34 )
- ☞ (七) 有剩余问题 ..... ( 44 )
- ☞ (八) 数学趣题的算术解法与代数解法的区别  
和联系 ..... ( 49 )

## 题解与基础知识

- ☞ (一) 整数概念题 ..... ( 55 )
- ☞ (二) 整除特征和余数的应用 ..... ( 62 )
- ☞ (三) 连续数问题 ..... ( 79 )



|   |     |                                |        |
|---|-----|--------------------------------|--------|
| ☞ | (四) | 质数、合数和质因数分解 .....              | ( 89 ) |
| ☞ | (五) | 最大公约数的应用 .....                 | (101)  |
| ☞ | (六) | 最小公倍数的应用 .....                 | (108)  |
| ☞ | (七) | 有剩余问题 .....                    | (120)  |
| ☞ | (八) | 数学趣题的算术解法与代数解法的区别<br>和联系 ..... | (133)  |

## “数的整除性”的其它应用

|   |     |                           |       |
|---|-----|---------------------------|-------|
| ☞ | (一) | “数的整除性”在历法中的应用 .....      | (147) |
| ☞ | (二) | 一种有趣的快速验算法——九余数法<br>..... | (150) |

## 索 引

|   |     |                         |        |
|---|-----|-------------------------|--------|
| ☞ | 1.  | 自然数、整数 .....            | ( 55 ) |
| ☞ | 2.  | 奇数、偶数的运算性质 .....        | ( 57 ) |
| ☞ | 3.  | 乘方 .....                | ( 61 ) |
| ☞ | 4.  | 整除(约数、倍数) .....         | ( 62 ) |
| ☞ | 5.  | 整除的基本性质(1)(2)(3) .....  | ( 63 ) |
| ☞ | 6.  | 能被 9(或 3)整除的数的特征 .....  | ( 64 ) |
| ☞ | 7.  | 能被 2 和 5 整除的数的特征 .....  | ( 65 ) |
| ☞ | 8.  | 能被 4 或 25 整除的数的特征 ..... | ( 67 ) |
| ☞ | 9.  | 能被 7 整除的数的特征 .....      | ( 68 ) |
| ☞ | 10. | 判断“七余数”的简便方法 .....      | ( 69 ) |

|                                    |         |
|------------------------------------|---------|
| 11. 能被 8 或 125 整除的数的特征 .....       | ( 72 )  |
| 12. 能被 11 整除的数的特征 .....            | ( 73 )  |
| 13. 能被合数整除的数的特征 .....              | ( 74 )  |
| 14. 整除和除尽有什么不同 .....               | ( 76 )  |
| 15. “倍”与“倍数”的区别 .....              | ( 77 )  |
| 16. 求连续数和的公式 .....                 | ( 80 )  |
| 17. 九方数 .....                      | ( 85 )  |
| 18. 质数、合数 .....                    | ( 89 )  |
| 19. 质数表 .....                      | ( 90 )  |
| 20. 用试除法判断质数 .....                 | ( 91 )  |
| 21. 分解质因数 .....                    | ( 92 )  |
| 22. 求出一个合数的全部约数的方法 .....           | ( 97 )  |
| 23. 圆周角定 $360^\circ$ 的一个重要原因 ..... | ( 98 )  |
| 24. 数 $b$ 能整除数 $a$ 的充要条件 .....     | ( 100 ) |
| 25. 互质数 .....                      | ( 100 ) |
| 26. 求最大公约数的方法 .....                | ( 102 ) |
| 27. 公约数的性质 .....                   | ( 103 ) |
| 28. 求几个较大数的最大公约数的一个诀窍<br>.....     | ( 106 ) |
| 29. 求最小公倍数的方法 .....                | ( 109 ) |
| 30. 两个或几个两两互质数的最小公倍数<br>.....      | ( 111 ) |
| 31. 中国剩余定理 .....                   | ( 122 ) |
| 32. 公倍数问题的范围 .....                 | ( 124 ) |
| 33. 某数能整除两数积的一条规律 .....            | ( 126 ) |

|                  |       |
|------------------|-------|
| 34. 混合比例.....    | (128) |
| 35. 比的基本性质 ..... | (130) |



# 数学趣题





## (一) 整数概念题

### 1. 这个被除数应该是几

有一除法运算,无论除数(自然数)怎样变化,而被除数和商都不变,那末这个被除数应该是( )。

### 2. 六个一位数的连乘积 (第二届“华罗庚金杯”初赛试题)

右图是两个三位数相减的算式,每个方框中的一位数的连乘积是多少?

$$\begin{array}{r} \square\square\square \\ -)\square\square\square \\ \hline 8\ 9\ 4 \end{array}$$

### 3. “他”是谁

(第2题图)

12个1分站在等号的两边成为:111111=111111,忽然跑来一个“人”,带着两个乘号“×”,挤进了等号的右边。“1”们说,“喂,别捣乱!”他却说:“没关系,我不影响你们”。于是他把“×”插在几个1字的中间,自己也占了一个位置,果然,两边仍相等:

$$111111 = 111 \times 11 \times \square 1$$

请问这个多余的第三者□究竟是谁?

#### 4. 池塘里的睡莲

池塘里的睡莲的面积每天长大一倍,若经 17 天就可长满整个池塘。问需要多少天,这些睡莲能长满半个池塘?

#### 5. 数学竞赛的优胜者

数学竞赛之后,召开表彰大会。获胜者在台上排成一行受奖。赵新华说:“从左数第 6 个人,在他的年级里只有他一人得满分。”雷维克说:“从右数第 10 人正好是他”。请你算一算,有多少优胜者在台上?

#### 6. A、B 表示不同的数

右边是一道乘法算式,式中 A、B 表示不同数字。求 A、B。

$$\begin{array}{r} \text{A} \quad \text{B} \\ \times \quad \text{B} \quad \text{A} \\ \hline 1 \quad 1 \quad 4 \end{array}$$

#### 7. 试求整数 A

已知两个整数 A、B 的和为 1989, A 被 B 除得商 3, 余数为 57。求整数 A。

$$\begin{array}{r} 3 \quad 0 \quad 4 \\ \hline 3 \quad 1 \quad 5 \quad 4 \end{array}$$

(第 6 题图)

#### 8. 写出算式中的不明数字

下面是一道除法算式,式中的每一个“※”表示一个数字,现在请你把它全部写出来。

### 9. 查找次品

有十箱同样的仪器零件,其中九箱是优等品,每个零件重 10 克;一箱是不合格的次品,每个重 11 克。从外形看难辨优劣,用秤一箱一箱地称太麻烦;有人想了一个办法,用秤称一次,就把这箱次品找出来了。问:如何称法?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccccc}
 & & & * & 8 & * & 7 & \\
 & & & \hline
 * & * & / & * & * & * & * & * \\
 & & & * & * & * & & \\
 & & & \hline
 & & & * & * & & & \\
 & & & * & * & & & \\
 & & & \hline
 & & & & * & * & & \\
 & & & & * & * & & \\
 & & & & \hline
 & & & & & & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

(第 8 题图)

### 10. 交换照片

某校毕业班同学离校前,互相交换照片留念。“无论人数是什么数,用来交换的照片的张数总是偶数。”这话对吗?请说明理由。

### 11. 一次计算游戏

匈牙利的一位计算家同他的三位同事甲、乙、丙,作了一次计算游戏。

让甲任选一个偶数和一个奇数,并把其中的一个告诉乙;另一个告诉丙。乙把他得到的那个数乘 2,丙把他的那个数乘 3,然后把乙、丙两人分别乘得的积相加。他们把相加的和告诉了计算家,他一听这个结果,立即猜出了甲给谁的是偶数,给谁的是奇数。

请问计算家是根据什么道理,判断出结果的?



## 12. 让求婚者猜谜语

传说从前有一位女王给三个求婚者出了一个谜语,她许愿说谁能解开这个谜,她就嫁给谁。谜语是这样的:

如果我从装李子的小提篮里,取出篮子里的一半加上 1 个李子给第一个求婚者;把篮子里剩下的一半加 1 个李子给第二个求婚者;再把篮子里剩下李子的一半加 3 个李子给第三个求婚者。于是,篮子空了。请猜一猜,篮中有多少个李子?

## 13. 两个十位数的积

两个十位数,1,111,111,111 和 9,999,999,999 的乘积,有几个数字是奇数?

## 14. 唱歌比赛的奖品

某单位在一次乘凉晚会上举行了一次唱歌比赛,并决定将一堆西瓜奖给前三名,把这堆西瓜中的一半和半个西瓜奖给第一名;剩下西瓜中的一半和半个西瓜奖给第二名;把最后剩下的一半和半个西瓜奖给第三名;但每次分瓜时并没有切开任何一个西瓜。问前三名每人各得几个西瓜?

## 15. 抽卡片组合两位数

有  $\boxed{0}$ 、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$  五张卡片,从中抽出两张来组成两位数的整数,回答下面问题:

(1) 可以组成多少个两位数的奇数?

(2) 用这样的方法组成两位数的整数,假如从小到大排列起来,那么第 10 个数是几?