

信号与系统

(第2版)

邓翔宇 编著



清华大学出版社
<http://www.tup.com.cn>



北京交通大学出版社
<http://www.bjtu.com.cn>



高等学校电子信息类系列教材

信号与系统

(第2版)

邓翔宇 编著

清华大学出版社
北京交通大学出版社

• 北京 •

内 容 简 介

本书全面地介绍了信号与线性系统分析的基本理论和方法。全书共有7章,内容分别为:信号与系统概述、连续信号与系统的时域分析、连续信号与系统的频域分析、连续信号与系统的复频域分析、离散信号与系统的时域分析、离散信号与系统的Z域分析、系统的状态变量分析法。各章均配有一定量的不同层次的习题,并给出了参考答案。

本书可以作为高等院校的通信工程、电子信息工程、电气自动化、自动控制、测控技术等专业“信号与系统”课程的教材或参考书,也可供电大、成人自考以及从事信息处理的工程技术人员学习与参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/邓翔宇编著. —2版. —北京:北京交通大学出版社;清华大学出版社,2014.7

(高等学校电子信息类系列教材)

ISBN 978-7-5121-1938-3

I. ①信… II. ①邓… III. ①信号系统-高等学校-教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第122649号

责任编辑:吴嫦娥 特邀编辑:林夕莲

出版发行:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969

北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686414

印刷者:北京艺堂印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印张:18.75 字数:468千字

版 次:2014年8月第2版 2014年8月第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-5121-1938-3/TN·91

印 数:1~2000册 定价:38.00元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。

投诉电话:010-51686043,51686008;传真:010-62225406;E-mail: press@bjtu.edu.cn。

前 言

“信号与系统”是电子信息工程、通信工程、自动化、信息工程、测控技术等专业的一门重要的专业基础课，主要介绍对确定信号与线性系统进行分析、处理的基本理论和方法，在整个专业课程中起着承前启后的作用。尤其是随着现代通信技术和多媒体处理技术的发展，各种信号的传输和处理技术越来越得到广泛的应用。因此，在电子信息类等相关专业开设信号与系统课程是非常必要的。

本书采用了理论分析与实际应用相结合的方法，着重让学生掌握信号分析、处理以及系统分析的基本原理与方法。在保障基本分析理论完整和有序的前提下，以各种分析和处理方法的应用为主，弱化了基本原理的数学推导过程，通过大量的实例使学生对信号与系统分析的一般方法有一个直观上的认识，能够将数学的分析方法与实际的信号、系统分析熟练结合，从而在提高学生对本课程知识工程应用能力的同时，也能为后续相关课程的学习打下一个良好的基础。

目前，本课程国内常用教材的结构有两种：一种是先信号分析后系统分析，另一种是以系统分析为主线，在各种系统分析中插入相应信号分析的内容。随着信息技术和计算机技术的发展，信号的分析与处理在各种领域中也得到了越来越多的应用。为了突出信号分析与系统分析的同等地位，因此，本书采用了系统分析与信号分析并行的结构，在总体上又采用了先连续后离散的顺序。在每章中，先介绍相应的信号分析和处理方法，然后再对相应的系统分析方法加以介绍，这样就可以使信号与系统之间相辅相成的关系得以体现，既可以对信号及其分析方法有一个完整的认识，也可以将系统对信号的“加工、变换、处理”的作用过程给出一个直观描述。

信号分析与系统分析具有相同的原理，但是其具体方法却并不相同，根据这一差异，在各章中对信号与系统的介绍略有侧重。例如，第3章连续信号与系统的频域分析中，基本理论和各种分析方法在信号以及系统分析中物理意义直观，因此两者的介绍都给予了加强；第4章连续系统的复频域分析中，基本理论和各种分析方法由于对信号的分析物理意义并不直观，因此侧重点在系统分析上；同样，第6章离散系统的 Z 域分析，其侧重点也在系统分析上。对于系统的信号流图分析法部分本书未作介绍，同时，对于离散信号与系统的频域分析部分，本书仅引出了系统频率响应的概念及其基本应用，其余内容由于理论复杂、内容较多，其将在后续课程《数字信号处理》中加以介绍，本书也不作讨论。

本书配有CAI电子课件、可从北京交通大学出版社网站(<http://www.bjtup.com.cn>)免费下载，或发邮件至 cbswce@jg.bjtu.edu.cn 索取。

全书由邓翔宇主编，并编写了第1、2、3、4、5、6章内容，同时对全部初稿进行了统一修订；龚成莹编写了第7章内容、课后习题及答案；陈晓雷编写了前6章的新增例题、习题、答案及部分内容。由于编者水平有限，书中难免有错误和不妥之处，诚请师生和读者批评指正。

编者
2014年5月

目 录

第 1 章 信号与系统概述	(1)
1.1 信号与系统的基本概念	(1)
1.2 信号的分类	(2)
1.3 信号的基本运算	(6)
1.3.1 加法和乘法	(6)
1.3.2 反转和时移	(6)
1.3.3 尺度变换	(7)
1.3.4 微分	(8)
1.3.5 积分	(8)
1.3.6 差分运算	(10)
1.4 典型信号介绍	(10)
1.4.1 普通信号	(10)
1.4.2 奇异信号	(13)
1.5 系统的分析方法概述	(18)
1.5.1 系统数学模型的形式	(20)
1.5.2 系统方程的求解方法	(25)
1.6 线性时不变系统的性质	(26)
习题一	(28)
第 2 章 连续信号与系统的时域分析	(33)
2.1 LTI 连续系统的全响应	(33)
2.1.1 全响应的时域经典法	(33)
2.1.2 系统的初始状态和初始条件	(37)
2.1.3 零输入响应和零状态响应	(39)
2.2 LTI 连续系统的冲激响应和阶跃响应	(43)
2.2.1 冲激响应	(43)
2.2.2 阶跃响应	(45)
2.2.3 冲激响应和阶跃响应的关系	(46)
2.3 连续信号的卷积积分	(50)
2.3.1 函数的卷积积分	(50)
2.3.2 零状态响应的时域卷积法	(54)
2.3.3 卷积积分的性质	(55)

习题二	(61)
第3章 连续信号与系统的频域分析	(65)
3.1 信号的正交分解	(65)
3.1.1 正交函数集	(65)
3.1.2 周期信号的正交函数集分解	(66)
3.2 傅里叶级数	(67)
3.2.1 三角形傅里叶级数	(67)
3.2.2 指数形傅里叶级数	(69)
3.2.3 周期信号的对称性与傅里叶系数的关系	(70)
3.3 周期信号的傅里叶级数频谱	(71)
3.3.1 傅里叶级数频谱	(71)
3.3.2 周期信号的频带宽度	(73)
3.3.3 傅里叶级数频谱与信号周期的关系	(74)
3.3.4 周期信号的功率谱	(75)
3.4 非周期信号的频谱	(76)
3.4.1 傅里叶变换	(76)
3.4.2 常见信号的频谱函数	(78)
3.5 傅里叶变换的性质	(83)
3.5.1 线性性	(83)
3.5.2 对称性	(84)
3.5.3 奇偶性	(86)
3.5.4 尺度变换	(87)
3.5.5 时移性	(88)
3.5.6 频移性	(91)
3.5.7 时域和频域卷积定理	(92)
3.5.8 时域微分性和积分性	(96)
3.5.9 频域微分性和积分性	(101)
3.6 能量谱密度和功率谱密度	(102)
3.7 周期信号的频谱	(104)
3.7.1 正弦函数的傅里叶变换	(104)
3.7.2 周期性单位冲激函数的傅里叶变换	(105)
3.7.3 一般周期函数的傅里叶变换	(106)
3.8 连续系统的频域分析	(107)
3.8.1 频率响应	(107)
3.8.2 无失真传输系统	(112)
3.8.3 理想低通滤波器	(113)
3.9 连续信号的离散化处理	(115)
3.9.1 信号的抽样	(115)
3.9.2 信号的恢复	(118)

3.9.3 抽样定理	(119)
习题三	(119)
第4章 连续信号与系统的复频域分析	(128)
4.1 拉普拉斯变换	(128)
4.1.1 从傅里叶变换到拉普拉斯变换	(128)
4.1.2 复平面与收敛域	(129)
4.1.3 (单边)拉普拉斯变换	(130)
4.2 拉普拉斯变换的性质	(132)
4.2.1 线性性	(132)
4.2.2 尺度变换	(133)
4.2.3 时移性	(133)
4.2.4 复频移特性	(135)
4.2.5 时域微分性和积分性	(137)
4.2.6 时域和频域卷积定理	(141)
4.2.7 复频域微分性和积分性	(142)
4.2.8 初值定理和终值定理	(144)
4.3 拉普拉斯逆变换	(146)
4.3.1 象函数的零点和极点	(147)
4.3.2 部分分式展开法	(147)
4.4 连续系统全响应的复频域分析	(152)
4.5 连续系统的系统函数	(156)
4.5.1 系统函数的定义及应用	(156)
4.5.2 系统函数与系统稳定性的关系	(159)
4.6 RLC 电路的复频域分析	(163)
4.6.1 KCL、KVL 的复频域形式	(163)
4.6.2 电路元件的复频域模型	(164)
习题四	(168)
第5章 离散信号与系统的时域分析	(174)
5.1 离散信号与差分方程	(174)
5.1.1 基本的离散信号	(174)
5.1.2 序列的差分及差分方程	(177)
5.2 LTI 离散系统的全响应	(178)
5.2.1 全响应的时域经典法	(179)
5.2.2 系统的初始状态和初始条件	(183)
5.2.3 零输入响应和零状态响应	(184)
5.3 LTI 离散系统的单位序列响应和阶跃响应	(187)
5.3.1 单位序列响应	(187)
5.3.2 阶跃响应	(191)
5.3.3 单位序列响应和阶跃响应的关系	(192)

5.4 卷积和	(193)
5.4.1 序列的卷积和	(193)
5.4.2 零状态响应的时域卷积法	(198)
5.4.3 卷积和的性质	(199)
习题五	(201)
第6章 离散信号与系统的Z域分析	(206)
6.1 Z变换	(206)
6.1.1 从双边拉普拉斯变换到Z变换	(206)
6.1.2 Z平面与收敛域	(207)
6.2 Z变换的性质	(211)
6.2.1 线性性	(211)
6.2.2 时移特性	(213)
6.2.3 Z域尺度变换	(216)
6.2.4 时域卷积定理	(217)
6.2.5 Z域微分性和积分性	(219)
6.2.6 时域反转特性	(221)
6.2.7 时域部分和特性	(222)
6.2.8 初值定理和终值定理	(223)
6.3 逆Z变换	(224)
6.3.1 幂级数展开法	(225)
6.3.2 部分分式展开法	(227)
6.4 离散系统全响应的Z域分析	(232)
6.5 离散系统的系统函数	(238)
6.5.1 系统函数的定义及应用	(238)
6.5.2 频率响应的定义及应用	(241)
6.5.3 系统函数与系统稳定性的关系	(245)
习题六	(247)
第7章 系统的状态变量分析法	(252)
7.1 状态变量与状态方程	(252)
7.1.1 状态与状态变量的概念	(252)
7.1.2 状态方程和输出方程	(253)
7.2 连续系统状态方程的建立	(254)
7.2.1 由电路图直接建立状态方程	(256)
7.2.2 由输入输出方程建立状态方程	(257)
7.3 连续系统状态方程的求解	(259)
7.3.1 状态方程的时域法求解	(259)
7.3.2 状态方程的复频域法求解	(262)
7.4 离散系统状态方程的建立	(264)
7.4.1 由输入输出方程建立状态方程	(264)

7.4.2 由状态方程进行系统模拟	(265)
7.5 离散系统状态方程的求解	(266)
7.5.1 离散系统状态方程的时域法求解	(266)
7.5.2 离散系统状态方程的 Z 域法求解	(268)
习题七	(270)
习题参考答案	(274)
参考文献	(290)

第 1 章 信号与系统概述

内容提要

本章主要介绍了信号与系统的基本概念及其分析方法。首先介绍了信号的时域描述方法及其分类，然后介绍了信号的基本运算方法及一些常见的典型信号，进一步又介绍了系统分析的一般方法和步骤，最后给出了系统的分类及线性时不变系统的性质。

1.1 信号与系统的基本概念

随着近代科学技术的发展，在通信、电力电子、自动控制、图像处理、生物医学、政治经济等领域广泛地引用到系统的概念、理论和分析方法，并且随着系统形式不断增加、规模和功能日益庞大，对系统的分析和研究方法也在不断地发展和完善。一般认为，系统是指由若干相互关联、互相作用的事物按照一定规律组合而成的具有特定功能的整体。

常见的系统有通信系统、运输系统、控制系统、经济系统和生态系统等，这些系统分属于不同的领域，具有各自的属性和规模，但其都具有系统概念中的基本要素。在分析它们时往往进行抽象化处理，即抽去具体系统的物理或社会的含义而把它抽象化为理想化的数学模型，从而使所有属性的系统可以使用相同的描述和分析方法，同时把系统中运动和变化的各种量，如电流、电压、温度、产量等统称为信号。这些信号一般都是随时间而变化的，其往往也抽象化成数学形式，表示成时间的函数或序列。

系统是客观存在的，信号是其中按一定规律运动、变化的量。例如在通信系统中，一般将语言、文字、图像、数据等统称为消息，消息中有意义的内容称为信息，通信就是从一方方向另一方传送消息，给对方以信息。但传送消息必须借助于一定形式的信号（光信号、电信号等），因而信号是消息的载体，是通信系统的客观对象，其受到通信系统特定功能的处理后输出相应形式的信号。即：信号作用于系统，系统对其进行加工、处理、变换之后发送输出信号，常称系统的输入信号为激励（excitation），输出信号为响应（response）。系统分析的目的就是研究给定系统在已知激励的作用下会产生如何的响应，其相互作用关系如图 1-1 所示。

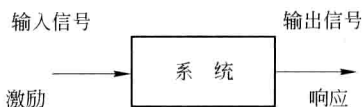


图 1-1 信号与系统关系图

随着电子技术的发展和成熟，各种系统都可以用电子系统来模拟和表示。一般称小规模电系统为电路，中规模电系统为系统，大规模电系统为网络。同时，电信号也成为最典型的一种信号形式，其反映了电压或电流随时间或空间的变化关系。当其仅依赖于时间变化时称为一维信号，如果同时依赖于时间和空间变化则称为 n 维信号；当这种关系成连续变化时则将其抽象化成数学中的函数 $f(t)$ 或 $f(t, x, y)$ ，而成离散变化时则表示成序列 $f(k)$ 。称函数或序列的图像为信号的波形，其可以从几何上比较直观地反映出信号的变化趋势和规律，

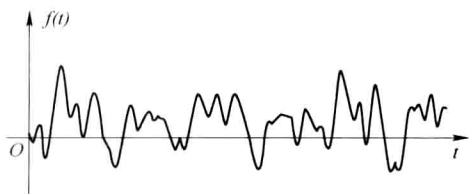


图 1-2 语音信号波形

如图 1-2 所示为语音信号的波形。数学上的函数(包括序列)与几何上的波形是时域空间中比较常用的表示信号的两种方式。

信号分析和系统分析的研究是本书的主要任务,两者相互联系又互有侧重。信号分析主要讨论信号的表示,信号的性质,信号的运算等;系统分析主要讨论系统对给定激励所产生的响应,即系统的功能、系统的特性等。

1.2 信号的分类

按信号随时间变化的规律来分,信号可分为确定信号与随机信号。确定信号是指能够用一个确定的时间函数 $f(t)$ (或序列 $f(k)$)来表示的信号,当给定某一时间值时,信号有确定的数值,在一些基础课程中介绍的正弦信号、指数信号、各种周期信号等都是确定信号;如果一个信号不能用一个或几个确定的时间函数(或序列)来表示,就称其为随机信号,记为 $\xi(t)$,随机信号不是时间 t 的确定函数,它在每一个确定时刻的分布值是不确定的,只能通过大量试验测出它在某些确定时刻上取某些值的可能性的分布(概率分布),即它在给定时刻的值为一个随机变量,需用概率统计的理论来研究,太空中的宇宙噪声,电路元件中的热噪声、散弹噪声等都是随机信号。

实际传输的信号几乎都是随机信号。因为若传输的是确定信号,则对接收者来说,就不可能由它得知任何新的信息,从而失去了通信的意义。但是,在一定条件下,随机信号也会表现出某种确定性,例如在一个较长的时间内随时间变化的规律比较确定,即可近似地看成是确定信号。总之,研究确定信号仍然是十分重要的,它是一种理想化的模型,是研究随机信号的基础。本书只研究确定信号。

1. 连续时间信号和离散时间信号

按自变量 t 取值的连续与否来分,信号可分为连续时间信号与离散时间信号,分别简称为连续信号与离散信号。在整个时间范围内($-\infty < t < +\infty$)都有定义的信号称为连续信号,记为 $f(t)$,其值域可能连续也可能离散;离散信号自变量 t 的取值不是连续而是离散的,仅在时间轴上等间隔的离散点 kT ($-\infty < k < +\infty$)上才有定义,其他点不予考虑,简记为 $f(k)$,其值域可能连续也可能离散。并且称时间轴上各离散点为样点(或序列点),其对应的数值为样值。信号波形如图 1-3 所示。

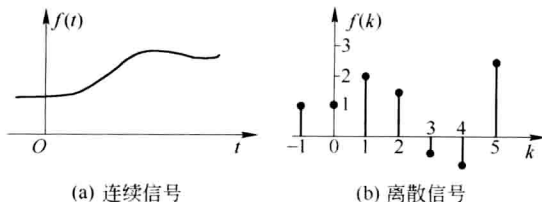


图 1-3 连续信号与离散信号的波形

特别的,当连续信号的幅度也连续时,称为模拟信号;当离散信号的幅度也离散时,称为数字信号。

2. 周期信号和非周期信号

周期信号定义为在 $(-\infty < t < +\infty)$ 区间,每隔相同的时间间隔 T (或整数 N),信号波形按相同规律重复变化的信号。

连续周期信号可以表示为

$$f(t) = f(t + mT), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

典型的信号有正弦信号、半波或全波整流信号、周期性矩形脉冲信号、方波、三角波、锯齿波等。

离散周期信号可以表示为

$$f(k) = f(k + mN), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

典型的信号有锯齿序列,正弦序列等。特别的,对于正弦序列 $f(k) = \sin(\Omega_0 k)$,其周期 N 有以下情况:

- ① 当 $\frac{2\pi}{\Omega_0}$ 为整数时, $N = \frac{2\pi}{\Omega_0}$,即每隔 N 个样点序列波形重复一次;
- ② 当 $\frac{2\pi}{\Omega_0}$ 为有理数时, $\frac{2\pi}{\Omega_0} = \frac{N}{M}$ (N 、 M 为无公因子的整数),则 $N = M \frac{2\pi}{\Omega_0}$;
- ③ 当 $\frac{2\pi}{\Omega_0}$ 为无理数时,该正弦序列不具有周期性。

例如序列 $f(k) = \cos\left(\frac{3\pi}{5}k - \frac{\pi}{4}\right)$,有

$$f(k+N) = \cos\left[\frac{3\pi}{5}(k+N) - \frac{\pi}{4}\right] = \cos\left(\frac{3\pi k}{5} + \frac{3\pi N}{5} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{令} \quad \frac{3\pi N}{5} = 2n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

则可得

$$N = \frac{10n}{3}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

即当 $n=3$ 时,存在整数 $N=10$ 为此正弦序列的周期。

不具有周期性的信号称为非周期信号,其中也包括从波形包络的起伏来看具有大致规律的准周期信号。如图1-4所示单边指数信号 $f(t) = e^{-at}$, $t > 0$,其在整个时间轴上波形没有成规律性变化,即为非周期信号。通常对于一个序列,当无法得到一个整数 N 使得

$$f(k) = f(k + mN)$$

存在时,则为非周期序列。

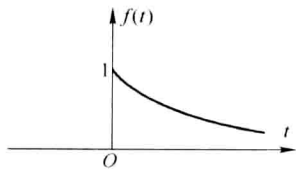


图1-4 单边指数信号

3. 实信号和复信号

物理可实现的信号常常是时间 t (或 k) 的实函数 (或序列), 其在各时刻的函数 (或序列) 值为实数。例如, 单边指数信号、正弦信号等, 称它们为实信号。函数 (或序列) 值为复数的信号称为复信号, 最常用的是复指数信号。

连续时间的复指数信号可表示为

$$f(t) = e^{st}$$

式中 $s = \sigma + j\omega$, σ 是 s 的实部, 记作 $\text{Re}[s]$, ω 是 s 的虚部, 记作 $\text{Im}[s]$ 。根据欧拉公式可展开为

$$f(t) = e^{(\sigma + j\omega)t} = e^{\sigma t} \cos(\omega t) + je^{\sigma t} \sin(\omega t)$$

可见, 一个复指数函数可分解为实部、虚部两部分, 即

$$\text{Re}[f(t)] = e^{\sigma t} \cos(\omega t), \quad \text{Im}[f(t)] = e^{\sigma t} \sin(\omega t)$$

两者均为实信号, 而且是频率相同振幅随时间变化的正 (余) 弦振荡。 s 的实部 σ 表征了该信号振幅随时间变化的情况, 其虚部 ω 表征了其振荡角频率。若 $\sigma > 0$, 则是增幅振荡; 若 $\sigma < 0$, 则是衰减振荡; 若 $\sigma = 0$, 则是等幅振荡。图 1-5 画出了三种 σ 取不同值时, 实部信号 $\text{Re}[f(t)]$ 的波形。信号 $\text{Im}[f(t)]$ 的波形与 $\text{Re}[f(t)]$ 的波形相似, 只是相位差 $\frac{\pi}{2}$ 。当 $\omega = 0$ 时, 复指数信号就成为实指数信号 $e^{\sigma t}$; 如果 $\sigma = \omega = 0$, 则 $f(t) = 1$, 这时就成为直流信号。可见, 指数信号概括了许多常用的信号。复指数信号的重要特征之一是它对时间的导数和积分仍然是复指数信号。

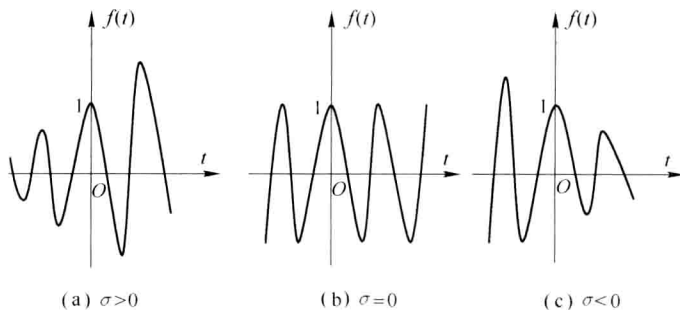


图 1-5 复指数函数的实部信号的波形

离散时间的复指数信号可表示为

$$f(k) = e^{(\alpha + j\beta)k} = e^{\alpha k} e^{j\beta k} = a^k e^{j\beta k}$$

式中 $a = e^{\alpha}$, 上式可展开为

$$f(k) = a^k \cos(\beta k) + ja^k \sin(\beta k)$$

其实部、虚部分别为

$$\text{Re}[f(k)] = a^k \cos(\beta k)$$

$$\operatorname{Im}[f(k)] = a^k \sin(\beta k)$$

图 1-6 画出了 a 的三种不同取值时, 复指数序列实部的波形。

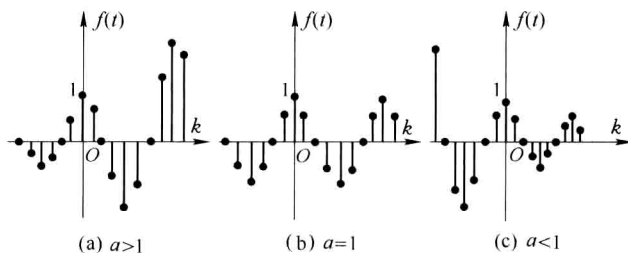


图 1-6 复指数序列的实部的波形

4. 能量信号和功率信号

为了知道信号能量或功率的特性, 常常研究信号(电流或电压)在单位电阻上的能量或功率, 称为归一化能量或功率。

信号 $f(t)$ 在单位电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$, 在区间 $-a < t < a$ 的能量为 $\int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$;

在区间 $-a < t < a$ 的平均功率为 $\frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$ 。

信号能量定义为在区间 $(-\infty, \infty)$ 信号 $f(t)$ 的能量, 用字母 E 表示, 即

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt \quad \text{或} \quad E \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2$$

信号功率定义为在区间 $(-\infty, \infty)$ 信号 $f(t)$ 的平均功率, 用 P 表示, 即

$$P \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt \quad \text{或} \quad P \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a+1} \sum_{k=-a}^a |f(k)|^2$$

若信号 $f(t)$ 的能量有界(即 $0 < E < \infty$, 这时 $P=0$)则称其为能量有限信号, 简称为能量信号。仅在有限时间区间不为零或其面积可积的信号是能量信号, 譬如图 1-7 所示单个矩形脉冲信号(门信号) $g_\tau(t)$, 其平均功率为零, 因此只能从能量的角度去研究; 若信号 $f(t)$ 的功率有界(即 $0 < P < \infty$, 这时 $E=\infty$), 则称其为功率有限信号, 简称为功率信号。周期信号或面积不可积的信号为功率信号。例如, 通信系统中载波 $A \sin(\omega_0 t)$ 的发射功率 $P = \frac{1}{2} A^2$ 。

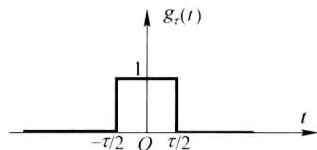


图 1-7 单个矩形脉冲信号

5. 时限信号和非时限信号

若在有限时间区间 $(t_1 < t < t_2)$ 内信号 $f(t)$ 存在, 而在此时间区间以外, 信号 $f(t) = 0$, 则此信号即为有时限信号, 简称时限信号; 否则即为非时限信号。对序列定义相同。

6. 有始信号和有终信号

设 t_1 为实常数, 若 $t < t_1$ 时 $f(t) = 0$, $t > t_1$ 时 $f(t) \neq 0$, 则 $f(t)$ 即为有始信号, 其起始时刻为 t_1 。设 t_2 为实常数, 若 $t > t_2$ 时 $f(t) = 0$, $t < t_2$ 时 $f(t) \neq 0$, 则 $f(t)$ 即为有终信号。其终止时刻为 t_2 。对序列定义相同。

7. 因果信号与反因果信号

若信号 $f(t)$ 仅在 $t \geq 0$ 时刻起才有非零值出现, 则称为因果信号。因果信号是有始信号的特例; 若信号 $f(t)$ 仅在 $t \leq 0$ 时刻起才有非零值出现, 则称为反因果信号, 反因果信号是有终信号的特例。特别的, 既不满足因果信号条件也不满足反因果信号条件的信号称为非因果信号。对序列定义相同。

1.3 信号的基本运算

在信号分析和系统分析中, 信号的运算是最基本的信号处理方法。信号在时域空间中的基本运算有加、乘、平移、反转、尺度变换、微分、积分、差分。另外, 还有两种特殊运算——卷积积分、卷积和将在后续章节中讨论。

1.3.1 加法和乘法

信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 之和是指同一瞬时两信号之值对应相加所构成的“和信号”, 即

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 之积是指同一瞬时两信号之值对应相乘所构成的“积信号”, 即

$$f(t) = f_1(t) f_2(t)$$

上述两运算也适用于序列 $f(k)$ 。

1.3.2 反转和时移

将信号 $f(t)$ 中的自变量 t 换为 $-t$ 得到信号 $f(-t)$, 其波形是将原信号 $f(t)$ 的波形以纵坐标为轴反转。即: 自变量取反, 则波形反转; 波形反转, 则函数自变量取反。如图 1-8 所示。

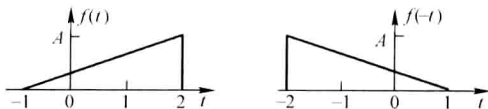
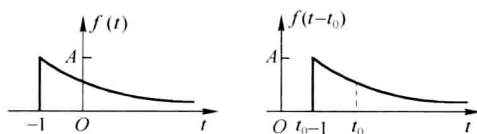


图 1-8 $f(t)$ 的反转

时移是指, 若有常数 $t_0 > 0$, 将信号 $f(t)$ 中的自变量 t 换为 $t - t_0$ 得到信号 $f(t - t_0)$, 其

波形是将原信号 $f(t)$ 的波形沿时间轴向右平移 t_0 时间；而将信号 $f(t)$ 中的自变量 t 换为 $t+t_0$ 得到信号 $f(t+t_0)$ ，其波形是将原信号 $f(t)$ 的波形沿时间轴向左平移 t_0 时间。如图 1-9 所示。

图 1-9 $f(t)$ 的时移

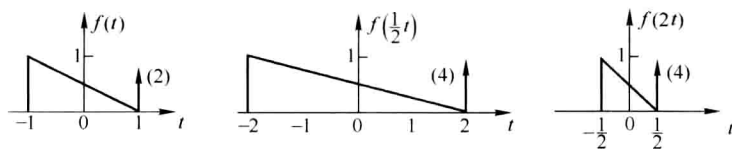
以上两运算也适用于序列，并且当原信号自变量为负时，同样适用。

如果将时移和反转相结合，就可得到信号 $f(-t-t_0)$ 和 $f(-k-k_0)$ 。类似地，也可以得到信号 $f(-t+t_0)$ 和 $f(-k+k_0)$ 。即

$$\begin{aligned} f(t) &\xrightarrow{\text{右移 } t_0} f(t-t_0) \xrightarrow{\text{反转}} f(-t-t_0) \\ f(k) &\xrightarrow{\text{右移 } k_0} f(k-k_0) \xrightarrow{\text{反转}} f(-k-k_0) \end{aligned}$$

1.3.3 尺度变换

若要将信号 $f(t)$ 横坐标的尺寸进行展宽或压缩(常称为尺度变换)，则可用变量 at (a 为非零常数)替代原信号 $f(t)$ 的自变量 t ，即得到信号 $f(at)$ 。若 $a>1$ ，则信号 $f(at)$ 是将原信号 $f(t)$ 以原点($t=0$)为基准，沿横轴压缩到原来的 $1/a$ ；若 $0<a<1$ ，则 $f(at)$ 表示将 $f(t)$ 沿横轴展宽至 $1/a$ 倍。如图 1-10 所示；若 $a<0$ ，则 $f(at)$ 表示将 $f(t)$ 的波形反转并压缩或展宽至 $1/a$ 倍。

图 1-10 $f(t)$ 的尺度变换

离散信号通常不作尺度变换，尤其不作压缩变换，这是因为 $f(ak)$ 只有在 ak 为整数时才有定义，而当 $a>1$ 或当 $a<1$ 且不等于 $1/m$ (m 为整数)时，离散信号常常丢失原信号 $f(k)$ 的部分信息，从而导致信号作反变换之后无法完全恢复原来的信息。

总之，结合信号的基本运算，由 $f(t)$ 得到 $f(-at-b)$ ($b>0$) 有以下方法：

$$\begin{aligned} f(t) &\xrightarrow{\text{右移 } b} f(t-b) \xrightarrow{\text{反转}} f(-t-b) \xrightarrow[\text{原来的 } 1/a]{\text{展宽或压缩至}} f(-at-b) \\ f(t) &\xrightarrow{\text{右移 } b} f(t-b) \xrightarrow[\text{原来的 } 1/a]{\text{展宽或压缩至}} f(at-b) \xrightarrow{\text{反转}} f(-at-b) \\ f(t) &\xrightarrow{\text{反转}} f(-t) \xrightarrow{\text{左移 } b} f(-t-b) \xrightarrow[\text{原来的 } 1/a]{\text{展宽或压缩至}} f(-at-b) \\ f(t) &\xrightarrow[\text{原来的 } 1/a]{\text{展宽或压缩至}} f(at) \xrightarrow{\text{反转}} f(-at) \xrightarrow[\text{左移 } \frac{b}{a}]{\text{左移}} f(-at-b) \end{aligned}$$

1.3.4 微分

将信号 $f(t)$ 求一阶导数, 称为对信号 $f(t)$ 的微分运算, 所得信号

$$y(t) = \frac{df(t)}{dt} = f'(t)$$

称为信号 $f(t)$ 的微分信号。需要注意的是, 当 $f(t)$ 中含有突变点时, 则 $f'(t)$ 中将在突变点上出现冲激函数(关于冲激函数的内容将在 1.4.2 节中介绍), 其强度为突变点处函数 $f(t)$ 跳变的幅度值。

1.3.5 积分

将信号 $f(t)$ 在区间 $(-\infty, t)$ 内求一次积分, 称为对信号 $f(t)$ 的积分运算, 所得信号

$$y(t) = \int_{-\infty}^t f(t) dt = f^{-1}(t)$$

称为信号 $f(t)$ 的积分信号。

例 1-1 信号 $f(t)$ 的波形如图 1-11(a) 所示, 画出信号 $f(-2t+4)$ 的波形。

解一 将信号 $f(t)$ 左移 4, 得 $f(t+4)$, 如图 1-11(b) 所示; 然后反转, 得 $f(-t+4)$, 如图 1-11(c) 所示; 再沿横坐标压缩至原来的 1/2, 得 $f(-2t+4)$, 其波形如图 1-11(d) 所示。

解二 也可先将信号 $f(t)$ 的波形反转得到 $f(-t)$, 然后对信号 $f(-t)$ 右移 4 得到 $f(-t+4)$ 。需要注意的是, 由于信号 $f(-t)$ 的自变量为 $-t$, 需将 t 用 $t-4$ 替换, 因而 $f(-t)$ 的波形应向右移动 4 个单位, 得图 1-11(c) 所示的 $f(-t+4)$, 然后再沿横坐标压缩至原来得 1/2, 得 $f(-2t+4)$ 。

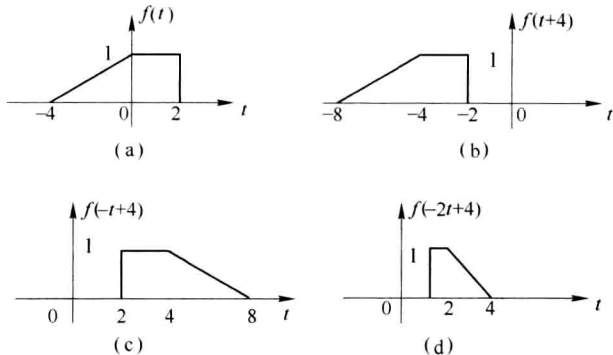


图 1-11 例 1-1 图

解三 也可以先求出 $f(-2t+4)$ 的表达式, 然后再画出波形。由图 1-11(a) 可知, $f(t)$ 可表示为

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}(t+4), & -4 < t < 0 \\ 1, & 0 < t < 2 \\ 0, & t < -4, t > 2 \end{cases}$$