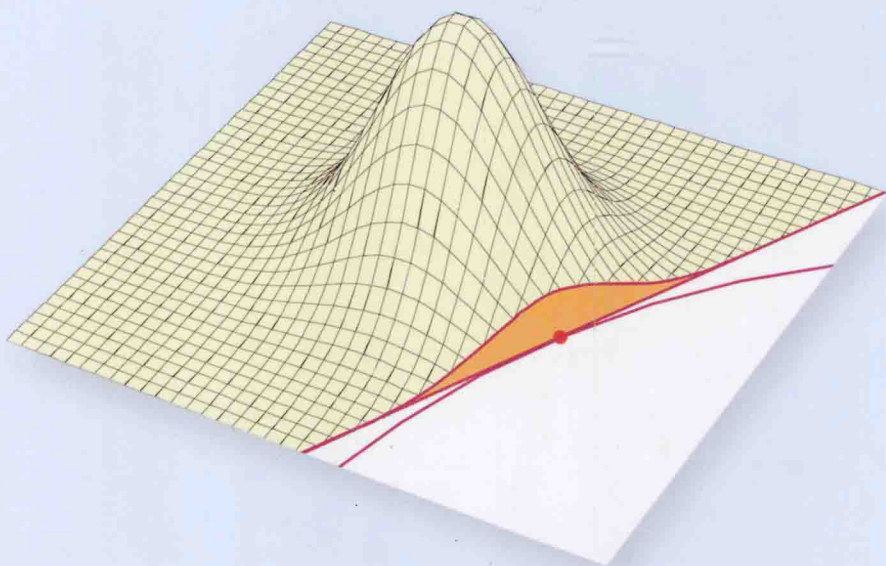


基于Copula理论的岩土体参数 不确定性表征与可靠度分析

李典庆 唐小松 周创兵 著



科学出版社

基于 Copula 理论的岩土体参数 不确定性表征与可靠度分析

李典庆 唐小松 周创兵 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书以岩土体参数不确定性表征及可靠度分析为主题,重点阐述基于 Copula 理论的岩土体参数不确定性表征方法及其在岩土结构物可靠度分析中的应用。研究了基于 Copula 理论的岩土体参数不确定性建模方法,从理论和应用两个层面阐明了 Copula 函数对岩土结构物可靠度的影响规律,提出了不完备概率信息条件下岩土结构物可靠度估计方法。建立了基于 Bootstrap 方法的岩土体参数联合分布模型识别方法。探讨了基于 Copula 理论的多维岩土体参数联合分布模型构造方法。提出了基于 Gaussian Copula 函数的边坡可靠度分析的认知聚类分区方法。

本书适用于水利工程、水电工程、岩土工程、结构工程和交通工程等相关专业的教师、研究人员和工程技术人员使用,也可作为高等院校和科研院所相关专业研究生的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

基于 Copula 理论的岩土体参数不确定性表征与可靠度分析/李典庆,唐小松,周创兵著. —北京:科学出版社,2014

ISBN 978-7-03-042618-3

I. ①基… II. ①李… ②唐… ③周… III. ①时间序列分析—应用—岩土力学—研究 IV. ①TU4-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 224243 号

责任编辑:刘宝莉 / 责任校对:郭瑞芝

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 1 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015 年 1 月第一次印刷 印张:19 3/4

字数:398 000

定价:100.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

Copula 理论最早由 Sklar A 教授于 1959 年提出。Sklar A 教授指出,任意一个多元联合分布都可以分解为相应的边缘分布和一个 Copula 函数,该 Copula 函数唯一地确定了变量间的相关性,包括相关系数大小和相关结构类型。单词“Copula”源自拉丁语,意思是联结或结合,Copula 函数是将变量的联合分布与其边缘分布联结起来的函数,本质上说它也是一种联合分布函数。Copula 理论最早开始应用于金融、保险等领域,随后在水文领域得到广泛应用,近年来其应用范围逐渐拓展到土木工程领域。相比金融、水文等领域来说,Copula 理论在岩土工程中的应用才刚刚起步。因此,非常需要一部介绍 Copula 理论在岩土工程领域应用的书籍,从而使得广大研究人员和工程技术人员能很快进入这一研究领域,本书即为此目的而作。作者围绕“基于 Copula 理论的岩土体参数不确定性表征与可靠度分析”这一问题开展了深入的研究,取得了一系列研究成果。本书的主要研究进展如下:

(1) 提出基于 Copula 函数的岩土体参数联合概率分布模型构建方法,建立有限数据条件下相关非正态岩土体参数二维和多维分布模型,得出常用的多维正态分布模型并不总是表征岩土体参数间相关结构的最优概率分布模型的重要结论,有效地克服了水利水电岩土工程可靠度分析与风险控制长期依赖于岩土体参数多维正态分布模型的局限。

(2) 建立研究 Copula 函数对水工结构可靠度影响的单一失效模式、串联系统和并联系统可靠度分析模型,推导出基于 Copula 函数的失效概率计算解析表达式。从理论层面上阐明岩土体参数联合概率分布模型对岩土结构物可靠度的影响规律,首次揭示岩土体参数多维正态分布模型可靠度结果的失真机制,为含相关非正态岩土体参数可靠度分析奠定了理论基础。

(3) 提出有限数据条件下边坡可靠度分析方法,从理论上阐明有限数据条件下边坡可靠度计算结果不唯一的根本原因。提出有限数据条件下表征边坡失效概率变化程度的波动范围分析方法,揭示边坡失效概率波动范围随边坡名义安全系数的变化规律。建立了有限数据条件下边坡失效概率估计误差的评判标准。从根本上解决有限数据条件下边坡可靠度估计的难题。

(4) 提出基于 Bootstrap 方法的小样本条件下岩土体参数最优联合概率分布模型识别方法,阐明岩土体参数样本数目对参数联合概率分布模型识别精度的影响规律,提出能同时考虑岩土体参数最优联合概率分布模型和分布参数统计不确

定性的岩土结构物可靠度分析方法。丰富了岩土工程不确定性分析方法,为小样本条件下岩土体参数最优联合概率分布模型识别与可靠度估计提供理论支撑。

(5) 提出含相关非正态变量的复杂功能函数边坡可靠度分析的认知聚类分区方法,探讨认知聚类分区方法在水电工程高边坡(大岗山水电站左岸天然边坡和锦屏一级水电站左岸工程边坡)可靠度分析中的有效性,为解决含相关非正态变量的复杂功能函数的边坡可靠度问题提供一种有效的分析工具,在可靠度理论用于复杂水电工程边坡稳定性分析方面迈出了重要一步。

本书共 10 章。第 1 章为绪论,介绍基于 Copula 理论的岩土体参数不确定性建模的研究背景意义,分三个层次概述现有岩土体参数不确定性建模方法,指出现有方法的优缺点。简要介绍水利水电岩土工程中三种常用可靠度计算方法及其适用条件。第 2 章介绍 Copula 基本理论,相关系数有关基本概念及计算公式, Copula 函数相关参数的估计方法、Copula 函数的模拟方法以及最优 Copula 函数的识别方法。第 3 章分析表征参数间相关性的 Copula 函数对可靠度的影响,在理论层面上分构件和系统可靠度两个层次研究了 Copula 函数的类型对可靠度的影响规律。第 4 章研究基于 Copula 函数的基桩荷载-位移双曲线概率分析方法,系统地比较了基于 Pearson 线性相关系数和 Kendall 秩相关系数的 Gaussian Copula 函数构造方法,并研究了 Copula 函数类型对基桩正常使用极限状态可靠度的影响。第 5 章基于非饱和土土-水特征曲线参数实测数据,在 Copula 理论框架下建立土-水特征曲线参数的二维分布模型。研究了不同 Copula 函数对条件累积分布函数、失效概率以及抗剪强度的影响规律。第 6 章研究不完备概率信息条件下边坡可靠度分析方法,提出了三种不完备概率信息条件下边坡可靠度分析方法。第 7 章研究基于 Bootstrap 方法的岩土体参数联合分布模型识别,研究样本数目对岩土体参数联合分布模型识别精度的影响,提出基于 Bootstrap 的岩土体参数联合分布模型识别方法。第 8 章初步探讨基于 Copula 函数的多维岩土体参数联合分布模型构造方法,研究基于 Gaussian Copula 和 t Copula 函数的多维联合分布模型。第 9 章研究基于 Gaussian Copula 函数的边坡可靠度分析的认知聚类分区方法;基于 Gaussian Copula 函数提出含相关非正态变量边坡可靠度分析的认知聚类分区方法,提出变步长认知聚类分区方法,研究该方法在锦屏一级水电站左岸边坡稳定可靠度问题中的应用。第 10 章总结全书的主要研究内容和研究成果,展望需要进一步研究的问题和方向。

本书的完成得到国家杰出青年科学基金(51225903)、国家重点基础研究发展计划 973 项目(2011CB013506)、国家自然科学基金海外及港澳学者合作研究基金(51329901)等项目的资助。正是在这些项目的资助下,作者才能潜心研究,完成本书创新性研究成果,在此对上述项目的资助表示感谢。衷心感谢新加坡国立大学 Phoon K K 院士、美国克莱姆森大学 Juang C H 教授、香港科技大学 Zhang L

M 教授和台湾大学 Ching J Y 教授为本书研究所提供的指导和帮助。此外,已经毕业的吴帅兵博士和在读博士研究生张蕾也参与了部分工作,在此一并感谢。

由于作者水平所限,书中难免存在不妥之处,恳请读者批评指正。

作 者

2014 年 8 月 8 日于武昌珞珈山

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 现有岩土体参数不确定性建模方法	3
1.2.1 单参数分析	3
1.2.2 双参数分析	6
1.2.3 多参数分析	10
1.3 Copula 理论在水利水电岩土工程中的应用现状	12
1.4 水利水电岩土工程中常用可靠度计算方法	15
1.4.1 直接积分方法	15
1.4.2 一次二阶矩方法	16
1.4.3 蒙特卡罗模拟方法	18
1.5 本书的主要研究内容	19
参考文献	21
第 2 章 Copula 基本理论	28
2.1 Copula 函数的定义	28
2.1.1 二维 Copula 函数	29
2.1.2 多维 Copula 函数	31
2.2 相关性度量指标	32
2.2.1 Pearson 线性相关系数	32
2.2.2 Kendall 秩相关系数	34
2.2.3 尾部相关系数	35
2.3 常用二维 Copula 函数	36
2.3.1 椭圆 Copula 函数	36
2.3.2 Plackett Copula 函数	39
2.3.3 阿基米德 Copula 函数	40
2.4 最优 Copula 函数的识别	46
2.5 二维 Copula 函数的模拟方法	47
2.5.1 Gaussian Copula 函数	47
2.5.2 t Copula 函数	47
2.5.3 Plackett Copula 函数	47

2.5.4	Frank Copula 函数	48
2.5.5	Clayton Copula 函数	48
2.5.6	CClayton Copula 函数	48
2.5.7	Gumbel Copula 函数	48
2.5.8	No. 16 Copula 函数	48
2.5.9	No. 17 Copula 函数	48
2.6	多维 Copula 函数简介	49
2.6.1	多维椭圆 Copula 函数	49
2.6.2	多维阿基米德 Copula 函数	51
2.6.3	相关参数的极大似然估计	53
2.6.4	多维 Copula 函数的模拟	54
	参考文献	55
第 3 章	表征参数间相关性的 Copula 函数对可靠度的影响分析	57
3.1	引言	57
3.2	基于 Copula 函数的参数联合分布函数构造方法	58
3.3	构件可靠度分析	61
3.3.1	构件可靠度模型及失效概率计算方法	61
3.3.2	构件失效概率结果分析	64
3.3.3	讨论	69
3.4	并联系统可靠度分析	71
3.4.1	并联系统可靠度模型及失效概率计算方法	71
3.4.2	并联系统失效概率结果分析	74
3.4.3	讨论	79
3.5	串联系统可靠度分析	80
3.5.1	串联系统可靠度模型及失效概率计算方法	80
3.5.2	串联系统失效概率结果分析	83
3.5.3	讨论	87
3.6	本章小结	88
	参考文献	89
第 4 章	基于 Copula 函数的基桩荷载-位移双曲线参数二维分布模型	91
4.1	引言	91
4.2	基桩荷载-位移概率双曲线模型	92
4.2.1	基桩标准化荷载-位移双曲线模型	93
4.2.2	双曲线参数现场试验数据	93
4.2.3	基于 Copula 函数的双曲线参数联合分布函数构造方法	95
4.3	Gaussian Copula 函数构造方法	96

4.3.1	两种 Gaussian Copula 函数构造方法	96
4.3.2	双曲线参数联合概率分布函数的确定	98
4.3.3	双曲线参数联合概率分布函数的模拟	100
4.4	基于 Copula 函数的荷载-位移曲线随机模拟方法	101
4.4.1	Copula 函数的识别及联合概率分布函数的构造	102
4.4.2	联合概率分布函数及荷载-位移曲线的模拟	103
4.4.3	不同 Copula 函数的比较	107
4.5	基桩正常使用极限状态可靠度分析	111
4.5.1	可靠度分析的功能函数	111
4.5.2	失效概率计算的直接积分方法	112
4.5.3	失效概率结果分析	113
4.6	本章小结	114
	参考文献	115
第 5 章	基于 Copula 函数的非饱和土土-水特征曲线参数二维分布模型	117
5.1	非饱和土概率土-水特征曲线模型	117
5.1.1	土-水特征曲线模型	117
5.1.2	土-水特征曲线参数现场试验数据	119
5.1.3	基于 Copula 函数的土-水特征曲线参数联合分布函数构造方法	121
5.2	土-水特征曲线参数边缘分布函数的检验	122
5.2.1	土-水特征曲线参数的统计量	122
5.2.2	土-水特征曲线参数 α 的检验结果	123
5.2.3	土-水特征曲线参数 n 的检验结果	126
5.3	土-水特征曲线参数最优 Copula 函数的识别	129
5.3.1	最优 Copula 函数识别结果	130
5.3.2	不同 Copula 函数的比较	131
5.4	本章小结	137
	参考文献	138
第 6 章	不完备概率信息条件下边坡可靠度分析方法	139
6.1	引言	139
6.2	表征抗剪强度参数间相关性的 Copula 函数方法	140
6.2.1	基于 Copula 函数的抗剪强度参数联合概率分布函数构造方法	141
6.2.2	表征抗剪强度参数间相关性的最优 Copula 函数的识别	143
6.3	Copula 函数的选取对边坡可靠度的影响	145
6.3.1	无限边坡稳定分析模型	145
6.3.2	无限边坡名义安全系数的定义	146
6.3.3	无限边坡失效概率计算的直接积分方法	147

6.3.4	无限边坡失效概率结果分析	148
6.3.5	讨论	150
6.3.6	岩质边坡楔体稳定系统可靠度分析	155
6.4	边坡失效概率波动范围分析	158
6.5	基于 Copula 函数的边坡可靠度估计方法	161
6.5.1	方法 I: 选择使边坡失效概率波动范围最小的 Copula 函数	161
6.5.2	方法 II: 将备选 Copula 函数加权平均后计算边坡失效概率	162
6.5.3	方法 III: 以大样本数据间相关结构代替小样本数据间相关结构	163
6.6	本章小结	163
	参考文献	164
第 7 章	基于 Bootstrap 方法的岩土体参数联合分布模型识别	166
7.1	引言	166
7.2	基于 Copula 函数的岩土体参数联合分布函数构造方法	168
7.2.1	岩土体参数二维分布模型	168
7.2.2	基于 AIC 准则的最优边缘分布函数识别方法	168
7.2.3	基于 AIC 准则的最优 Copula 函数识别方法	169
7.3	样本数目对岩土体参数联合分布模型识别精度的影响	170
7.3.1	AIC 值变异性模拟的蒙特卡罗模拟方法	170
7.3.2	样本数目对最优边缘分布函数识别影响分析	171
7.3.3	样本数目对最优 Copula 函数识别影响分析	175
7.4	岩土体参数联合分布模型识别的 Bootstrap 方法	180
7.4.1	Bootstrap 方法基本原理	180
7.4.2	基桩荷载-位移双曲线参数试验数据	182
7.4.3	双曲线参数最优边缘分布函数的识别	183
7.4.4	双曲线参数最优 Copula 函数的识别	187
7.5	基桩正常使用极限状态可靠度分析	190
7.5.1	基桩可靠度分析的功能函数	190
7.5.2	传统基桩可靠度分析方法	191
7.5.3	基于 Bootstrap 方法的基桩可靠度分析	192
7.6	本章小结	194
	参考文献	195
第 8 章	基于 Copula 函数的多维岩土体参数联合分布模型构造方法	197
8.1	引言	197
8.2	岩土体参数多维联合概率分布模型	198
8.2.1	多维岩土体参数现场试验数据	198
8.2.2	基于 Copula 函数的岩土体参数多维联合分布模型构造方法	202

8.3 Gaussian Copula 函数构造方法	202
8.3.1 两种多维 Gaussian Copula 函数构造方法	203
8.3.2 岩土体参数多维联合概率分布函数的确定	204
8.3.3 岩土体参数多维联合概率分布函数的模拟	206
8.4 基于椭圆 Copula 函数的联合概率分布函数构造方法	213
8.4.1 联合概率分布函数的构造	213
8.4.2 联合概率分布函数的模拟	214
8.4.3 两种椭圆 Copula 函数的比较	220
8.5 多维岩土体参数概率分布模型更新	223
8.5.1 多维岩土体参数的条件概率密度函数	223
8.5.2 多维岩土体参数一维分布模型更新	225
8.5.3 多维岩土体参数二维分布模型更新	226
8.6 本章小结	228
参考文献	229
第9章 基于 Gaussian Copula 函数的边坡可靠度分析的认知聚类分区方法	230
9.1 引言	230
9.2 可靠指标的几何含义	232
9.3 边坡可靠度分析的认知聚类分区方法	234
9.3.1 认知聚类分区技术	235
9.3.2 基于认知聚类分区方法的可靠度计算步骤	235
9.4 基于 Gaussian Copula 函数的相关非正态变量模拟方法	238
9.5 算例分析	240
9.5.1 安全系数为显式表达式边坡一:平面滑动岩质边坡	240
9.5.2 安全系数为显式表达式边坡二:香港秀茂坪边坡	243
9.5.3 安全系数为隐式表达式边坡一:大岗山水电站左岸边坡	245
9.5.4 安全系数为隐式表达式边坡二:锦屏一级水电站左岸边坡	250
9.6 本章小结	256
参考文献	257
第10章 总结与展望	260
10.1 工作总结	260
10.2 研究展望	263
附录A 常用二维 Copula 函数	265
附录B 岩土体参数现场试验数据	267
附录C MATLAB 程序	284

第 1 章 绪 论

1.1 研究背景及意义

截至 2013 年,我国已建 9 万余座水库,其中病险水库有 4 万余座,约占水库总数的 45%,这些病险水库在恶劣运行环境下“险象环生”,严重地威胁着人民的生命和财产安全^[1,2]。除了上述已建工程外,在我国西南地区,还有一大批大型、特大型水电工程正在兴建或即将开工建设,如锦屏一级水电站、溪洛渡水电站、白鹤滩水电站等。我国已成为名副其实的水利水电工程大国。

我国水利水电工程普遍面临 4 大挑战性问题:库坝稳定与安全、工程移民与安置、开发与环境保护、高效运行与管理。其中,库坝稳定与安全是工程自身成败的关键。在库坝系统中,岩土结构物如边坡、坝基、地下洞室等是库坝系统的重要组成部分。由于岩土工程具有隐蔽性、时空变异性和不确定性等特点,岩土结构物是库坝系统中材料结构最复杂、认知程度最低的部分,也是最薄弱的环节,由岩土结构物破坏引起的工程事故也屡见不鲜,如意大利瓦依昂水库滑坡导致整个工程报废就是典型的案例。导致重大工程事故的原因可能是复杂的,但无不与岩土工程中边界条件、荷载作用、岩土体物理力学性质的不确定性因素密切相关。岩土工程中包含多种不确定性因素,按其来源一般可以分为岩土体物理力学参数本身固有的不确定性、计算方法中假定引起的模型不确定性以及测量过程中测量误差带来的认知不确定性三类,其中岩土体参数不确定性是岩土工程不确定性的主要来源。为了科学合理地分析不确定性因素对岩土工程安全的影响,亟需发展岩土体参数不确定性建模的新理论与新方法。

岩土体物理力学参数存在相关性是水利水电岩土工程中一个客观存在的事实,如岩土体的抗剪强度参数黏聚力和内摩擦角间存在统计负相关性^[3~5]、基桩荷载-位移双曲线参数具有负相关性^[6~8],非饱和土的土-水特征曲线参数也具有明显的负相关性^[9],而且这些参数一般都服从非正态分布^[3~9]。为了计算简便,传统方法一般都忽略岩土体参数间相关性,仅仅依靠参数的边缘分布函数进行可靠度分析。毋庸置疑,这种方法将会导致不合理的计算结果,它不能准确地反映岩土结构物可靠度水平。如文献[3]~[5]研究发现土体抗剪强度参数间负相关性对土坡稳定可靠度有很大的影响,忽略这种负相关性将会明显低估边坡可靠度,导致不经济的设计方案。文献[6]~[8]研究表明,不考虑基桩荷载-位移双曲线参数

间负相关性将导致模拟的荷载-位移双曲线明显偏离实测荷载-位移双曲线,同时还会低估基桩可靠度水平。因此,为了得到合理的结果,实际工程应该充分地考虑岩土体参数间相关性影响。本质上说,问题最终归结为基于实测数据如何有效地建立相关非正态岩土体参数的联合概率分布模型。

岩土体参数具有小样本特性是水利水电岩土工程中存在的另一个客观事实。受技术经济条件限制,实际工程岩土体参数试验数据非常有限,从统计的角度看,绝大多数属于小样本问题。如我国 103 个水电工程 1174 组抗剪强度参数试验数据中,大约 70% 工程的抗剪强度参数试验数据小于 10 组,属于典型的小样本问题^[10]。范明桥^[11]收集的全国 17 座水库堤坝 26 组土体抗剪强度参数数据中,样本数目大于或等于 20 的数据只有 4 组,介于 20 与 10 之间的数据也只有 6 组,小于 10 的试验数据 16 组。此外, Li 等^[8]收集的 4 类基桩标准化荷载-位移双曲线参数数据的样本数目分别为 28、30、59 和 53。基于这些有限的参数数据一般只能获得岩土体参数的边缘分布函数和相关系数,这里称之为不完备概率信息^[12]。除了参数的联合概率分布函数是多维正态分布外,基于这些不完备概率信息不能唯一确定参数的联合概率分布函数。因此,不完备概率信息条件下如何建立岩土体参数的联合概率分布模型并进行岩土结构物可靠度估计是一个富有挑战性的问题。此外,基于有限数据建立的岩土体参数联合概率分布模型不可避免地存在较大的统计不确定性,水利水电岩土工程可靠度分析应该充分考虑小样本数据引起的统计不确定性。由此可见,基于有限试验数据如何表征岩土体参数联合概率分布模型的统计不确定性是水利水电岩土工程可靠度分析另一个挑战性问题。

岩土体参数不确定性建模与可靠度分析问题也是水利水电岩土工程领域的研究热点和国际学术前沿问题。如国家自然科学基金委《水利科学与海洋工程学科发展战略研究报告(2006~2010 年)》8.4.2 节中,将“岩土工程灾害、风险分析与控制”列为土力学与工程(E0905)重点研究领域;《水利科学与海洋工程学科发展战略研究报告(2011~2015 年)》5.4.3 节中,再次将“岩土工程灾害风险管理模式、岩土工程中灾害发生的统计分布特征和规律、岩土工程风险评估模型等”列为岩土力学与岩土工程(E0907)的研究前沿与重要科学问题。《国家中长期科学和技术发展规划纲要(2006~2020 年)》第 10 部分“公共安全”中第(62)条“重大自然灾害监测与防御”中明确指出:重点研究开发地震、台风、暴雨、洪水、地质灾害等监测、预警和应急处置关键技术,森林火灾、溃坝、决堤险情等重大灾害的监测预警技术以及重大自然灾害综合风险分析评估技术。国际上,美国国家科学研究委员会(National Research Council, NRC)发布的《新千年地质和岩土工程研究与技术创新》(*Geological and Geotechnical Engineering in the New Millennium: Opportunities for Research and Technological Innovation*)研

究报告结论中指出:目前岩土工程研究热点问题之一是关于岩土工程中不确定性的来源以及定量描述和减小这些不确定性的方法(Increased attention to the sources of uncertainty in geotechnical engineering and to methods for quantifying and reducing these uncertainties)^[13]。

在上述背景下,本书针对有限数据条件下岩土体参数不确定性表征与可靠度估计这一问题,致力于将 Copula 理论引入水利水电岩土工程领域,在 Copula 理论框架下探讨岩土体参数不确定性建模与可靠度估计问题。本书既面向我国水利水电工程建设的重大需求,又紧扣岩土力学与岩土工程研究领域的学科前沿,具有重要的理论意义和显著的工程应用价值。

1.2 现有岩土体参数不确定性建模方法

准确模拟岩土体参数不确定性是进行水利水电岩土工程可靠度分析与风险控制的前提,只有在对诸如荷载、强度、赋存环境等不确定性因素深入研究的基础上,才有可能开展定量的可靠度分析与风险控制。按照参数不确定性分析中涉及的岩土体参数数目,现有岩土体参数不确定性建模方法分为以下3类:①不考虑参数间相关性的单参数分析;②考虑两个岩土体参数间相关性的双参数分析;③同时考虑多个岩土体参数间相关性的多参数分析。

1.2.1 单参数分析

顾名思义,单参数分析就是分别研究单个岩土体参数的不确定性,忽略岩土体参数间存在的相关性。具体地说,就是分别建立各个岩土体参数的边缘分布函数,并将参数边缘分布函数直接用于可靠度分析。岩土工程中常用的边缘分布类型主要有正态分布、对数正态分布、极值 I 型分布、威布尔分布、指数分布和 Gamma 分布^[14~16]。由于大部分岩土体参数都为正值,为了避免负值,可以将正态分布和极值 I 型分布在 0 处进行左截尾。本书将在 0 处进行左截尾的正态分布和极值 I 型分布分别称为截尾正态分布和截尾极值 I 型分布。为了便于读者查阅,表 1.1 给出上述 8 种边缘分布类型的概率累积分布函数(cumulative distribution function, CDF)、概率密度函数(probability density function, PDF)、分布参数与均值和标准差映射关系。可以看出,正态分布与截尾正态分布的分布参数 p 和 q 分别等于岩土体参数的均值 μ 和标准差 σ 。此外,截尾后的概率密度函数值要比截尾前的概率密度函数值大。上述边缘分布类型奠定了本书岩土体参数一维分布建模的基础。

岩土体参数的最优边缘分布函数常常基于实测数据采用各种信息准则识别

表 1.1 8 种边缘分布类型的概率分布函数和概率密度函数

分布类型	概率分布函数 $F(x; p, q)$	概率密度函数 $f(x; p, q)$	均值 μ 和方差 σ^2
正态	$\Phi\left(\frac{x-p}{q}\right)$	$\frac{1}{q\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(x-p)^2}{2q^2}\right]$	$\mu=p$ $\sigma^2=q^2$
截尾正态	$\frac{\Phi\left(\frac{x-p}{q}\right)-\Phi\left(-\frac{p}{q}\right)}{1-\Phi\left(-\frac{p}{q}\right)}$	$\frac{1}{q\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(x-p)^2}{2q^2}\right]$ $1-\Phi\left(-\frac{p}{q}\right)$	$\mu=p$ $\sigma^2=q^2$
对数正态	$\Phi\left(\frac{\ln x-p}{q}\right)$	$\frac{1}{qx\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(\ln x-p)^2}{2q^2}\right]$	$\mu=\exp(p+0.5q^2)$ $\sigma^2=[\exp(q^2)-1]\exp(2p+q^2)$
极值 I 型	$\exp\{-\exp[-q(x-p)]\}$	$q\exp\{-q(x-p)-\exp[-q(x-p)]\}$	$\mu=p+\frac{0.5772}{q}$ $\sigma^2=\frac{\pi^2}{6q^2}$
截尾极值 I 型	$\frac{\exp\{-\exp[-q(x-p)]\}-\exp[-\exp(pq)]}{1-\exp[-\exp(pq)]}$	$\frac{q\exp\{-q(x-p)-\exp[-q(x-p)]\}}{1-\exp[-\exp(pq)]}$	$\mu=p+\frac{0.5772}{q}$ $\sigma^2=\frac{\pi^2}{6q^2}$
威布尔	$1-\exp\left[-\left(\frac{x}{p}\right)^q\right]$	$\frac{q}{p}\left(\frac{x}{p}\right)^{q-1}\exp\left[-\left(\frac{x}{p}\right)^q\right]$	$\mu=p\Gamma\left(1+\frac{1}{q}\right)$ $\sigma^2=p^2\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{q}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{q}\right)\right]$
指数	$1-\exp(-px)$	$p\exp(-px)$	$\mu=\frac{1}{p}$ $\sigma^2=\frac{1}{p^2}$
Gamma	$\frac{1}{\Gamma(q)}\int_0^{px} t^{q-1}e^{-t}dt$	$\frac{p^q x^{q-1}}{\Gamma(q)}e^{-px}$	$\mu=\frac{q}{p}$ $\sigma^2=\frac{q}{p^2}$

产生。常用的信息准则包括 AIC (Akaike information criterion) 准则^[17] 和 BIC (Bayesian information criterion) 准则^[18]。具有最小 AIC 值或 BIC 值的边缘分布函数通常被认为是拟合岩土体参数实测数据概率分布特性最优的边缘分布函数。AIC 值定义为岩土体参数实测数据点处概率密度函数值对数和的负 2 倍与两倍概率密度函数分布参数数目之和, 即

$$\text{AIC} = -2 \sum_{i=1}^N \ln f(x_i; p, q) + 2k_1 \quad (1.1)$$

式中: $x_i (i=1, 2, \dots, N)$ 为岩土体参数试验数据; N 为样本数目; $f(x_i; p, q)$ 为备选边缘分布函数的密度函数, p 和 q 为分布参数; k_1 为备选边缘分布函数中分布参数的数目。

对于表 1.1 中 8 种边缘分布类型来说, 除了指数分布外它们都包含两个分布参数, 因此 $k_1=2$, 这些分布参数可以利用岩土体参数试验数据的样本均值和标准差求出, 如表 1.1 所示。同理, BIC 值定义为岩土体参数实测数据点处概率密度函数值对数和的负 2 倍与 $\ln N$ 倍概率密度函数的分布参数数目之和, 即

$$\text{BIC} = -2 \sum_{i=1}^N \ln f(x_i; p, q) + k_1 \ln N \quad (1.2)$$

因此, 已知岩土体参数的试验数据, 采用式 (1.1) 和式 (1.2) 就可以分别求出多种备选边缘分布函数的 AIC 值和 BIC 值, 进而识别出拟合试验数据概率分布特性最优的边缘分布函数。值得注意的是, 当所有备选边缘分布函数的分布参数数目相等时, 由 AIC 准则和 BIC 准则识别的最优边缘分布函数的结果相同。

在水利水电岩土工程可靠度分析中, 经常需要将非正态分布变量 X 转换为标准正态分布变量 Z 或标准均匀分布变量 U 。同理, 在岩土体参数的随机模拟中, 也需要将标准正态分布变量 Z 或标准均匀分布变量 U 转换为非正态分布变量 X 。因此, 研究 X 与 Z 或 U 间映射关系具有重要的现实意义。由概率论可知, X 与 Z 或 U 间映射关系可以基于等概率变换原则直接导出^[19]。如对于 X 与 Z , 采用等概率变换可得

$$F(X) = \Phi(Z) \quad (1.3)$$

式中: $F(\cdot)$ 为 X 的概率分布函数; $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。

因此, X 可以由 Z 表示为

$$X = F^{-1}(\Phi(Z)) \quad (1.4)$$

式中: $F^{-1}(\cdot)$ 为 X 的概率分布函数的逆函数。

由标准正态分布变量与标准均匀分布变量间关系 $\Phi(Z)=U$, X 也可以由 U 表示为

$$X = F^{-1}(U) \quad (1.5)$$

根据式 (1.4) 和式 (1.5), 本书推导了表 1.1 中 8 种边缘分布类型的 X 与 Z 或

U 间映射关系,结果如表 1.2 所示。

表 1.2 X 与 Z 或 U 间映射关系

分布类型	$Z \rightarrow X$	$U \rightarrow X$
正态	$X = \rho + qZ$	$X = \rho + q\Phi^{-1}(U)$
截尾正态	$X = \rho + q\Phi^{-1} \left[\Phi(Z) \left(1 - \Phi \left(-\frac{\rho}{q} \right) \right) + \Phi \left(-\frac{\rho}{q} \right) \right]$	$X = \rho + q\Phi^{-1} \left[U \left(1 - \Phi \left(-\frac{\rho}{q} \right) \right) + \Phi \left(-\frac{\rho}{q} \right) \right]$
对数正态	$X = \exp(\rho + qZ)$	$X = \exp(\rho + q\Phi^{-1}(U))$
极值 I 型	$X = \rho - \frac{1}{q} \ln[-\ln(\Phi(Z))] \}$	$X = \rho - \frac{1}{q} \ln(-\ln U)$
截尾极值 I 型	$X = \rho - \frac{1}{q} \ln\{-\ln\{\Phi(Z)\{1 - \exp[-\exp(\rho q)]\} + \exp[-\exp(\rho q)]\}\}$	$X = \rho - \frac{1}{q} \ln\{-\ln\{U\{1 - \exp[-\exp(\rho q)]\} + \exp[-\exp(\rho q)]\}\}$
威布尔	$X = \rho[-\ln(1 - \Phi(Z))]^{\frac{1}{q}}$	$X = \rho[-\ln(1 - U)]^{\frac{1}{q}}$
指数	$X = -\frac{\ln(1 - \Phi(Z))}{p}$	$X = -\frac{\ln(1 - U)}{p}$
Gamma	$X = \frac{q}{p} \left(Z \sqrt{\frac{1}{9q}} + 1 - \frac{1}{9q} \right)^3$	$X = \frac{q}{p} \left(\Phi^{-1}(U) \sqrt{\frac{1}{9q}} + 1 - \frac{1}{9q} \right)^3$

在单参数不确定性建模方面,国内外学者开展了大量的研究工作。如光耀华^[20]在收集水利水电工程大量现场岩石抗剪断试验资料基础上,采用概率统计方法研究了坝基抗剪断参数的统计特征与分布规律。范明桥^[11]对大量实际工程抗剪强度参数试验结果进行了统计分析,并确定了其变异系数的分布范围。陈立宏等^[15]收集整理了多个水利工程中抗剪强度的试验资料,采用 K-S 检验方法对土体抗剪强度参数的分布类型进行了分析,得出抗剪强度参数均可接受正态和对数正态分布的结论。宫凤强等^[21]提出了基于 AHP 先验分布融合方法的岩土体参数概率分布推断方法。何秉顺等^[22]在对勘察钻探资料进行 A-D 检验的基础上,采用贝叶斯理论实现了堤防抗剪强度指标概率分布参数的优化设计。在国外, Lumb^[23]比较了天然土体和土石坝填筑土体抗剪强度指标变异系数间差异,得出了抗剪强度指标服从 Beta 分布的结论。Phoon 和 Kulhawy^[24]给出了常见岩土体参数均值和变异系数的变化范围及适用条件。Baecher 和 Christian^[25]阐述了岩土工程中各种不确定性,并给出了常用的岩土体参数不确定性分析方法。Davidović 等^[26]则探讨了岩土体参数空间变异性分析方法。

1.2.2 双参数分析

双参数分析就是考虑两个岩土体参数间存在的相关性,建立它们的联合概率分布函数,并进行相应的岩土工程可靠度研究。如上所述,水利水电工程中存在