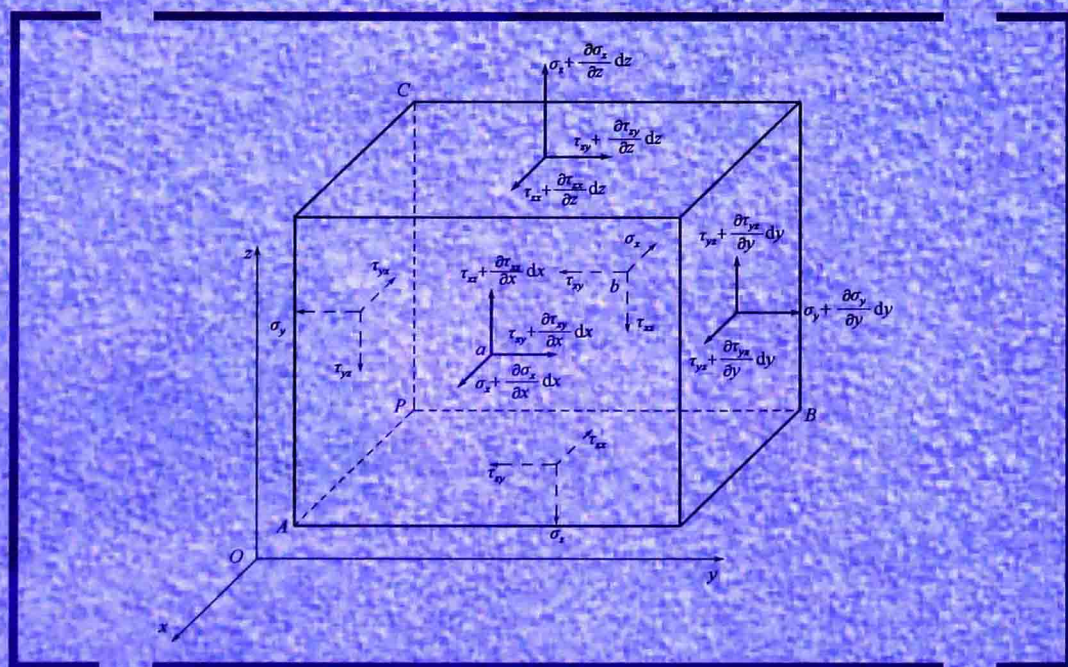


普通高等学校规划教材

Mechanics of Elasticity

弹性力学

孔德森 赵志民 王安水◎编著



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

普通高等学校规划教材

Mechanics of Elasticity

弹性力学

孔德森 赵志民 王安水 编著



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

内 容 提 要

本书简明扼要地阐述了弹性力学的基本概念、基本理论和基本方法。全书共分7章,分别为绪论、弹性体中任一点的应力状态、弹性力学平面问题的建立、直角坐标系中弹性力学平面问题的求解、极坐标系中弹性力学平面问题的求解、弹性力学空间问题的建立以及弹性力学空间问题的求解。本书在介绍弹性力学基本理论的同时,注重理论联系实际,结合典型实例,突出对弹性力学解题思路、解题方法和解题步骤的阐述,以使读者在掌握弹性力学基本理论的同时提高解决工程实际问题的能力。

本书可作为高等学校土木工程专业、水利水电工程专业和城市地下空间工程专业的弹性力学课程教材,也可作为其他工科相关专业的参考教材,并可供相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

弹性力学 / 孔德森, 赵志民, 王安水编著. —北京:
人民交通出版社股份有限公司, 2014. 10

ISBN 978-7-114-11793-0

I. ①弹… II. ①孔… ②赵… ③王… III. ①弹性力学—高等学校—教材 IV. ①O343

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 241706 号

普通高等学校规划教材

书 名:弹性力学

著 作 者:孔德森 赵志民 王安水

责任编辑:黎小东

出版发行:人民交通出版社股份有限公司

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址:<http://www.ccpress.com.cn>

销售电话:(010)59757973

总 经 销:人民交通出版社股份有限公司发行部

经 销:各地新华书店

印 刷:北京市密东印刷有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:9.5

字 数:160 千

版 次:2014 年 10 月 第 1 版

印 次:2014 年 10 月 第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-11793-0

定 价:20.00 元

(有印刷、装订质量问题的图书由本公司负责调换)

前 言

弹性力学是固体力学的一个重要分支,同时,它也是其他固体力学分支学科的基础,是工程结构分析的重要手段,现已广泛应用于土木工程、水利工程、机械设计与制造、造船工业、海洋工程、石油工程、航空航天工程、矿业工程以及环境工程等领域,而且已发展成为解决许多工程问题必不可少的重要工具。另外,弹性力学还是土木、机械、水利、建筑、力学等高校工科专业的主干基础课程,是一门理论性和应用性很强的专业技术基础课,是众多工程学科的基础,许多后续课程都建立在弹性力学的基础之上。

弹性力学课程的最大特点是其中的方程和公式多而复杂,数学推导十分严密,求解过程冗长,对数学和力学基础的要求较高,学习难度较大。目前,很多弹性力学教材只注重基本理论和基本方法的阐述,而忽略了实践和应用环节,没有与之相适应的典型例题分析,再加上弹性力学课堂教学学时所限,教师往往只能讲授最基本的原理,很少顾及相关例题的讲解,更谈不上举一反三、灵活应用了,致使学生学了很长时间后却不知道弹性力学能做什么、能解决什么问题。有的弹性力学教材每章后面虽然也配备了较多的练习题,但由于习题求解过程繁杂,计算量较大,对高等数学和其他力学的知识要求较高,致使很多学生往往退而却步,久而久之,对弹性力学失去了学习兴趣,甚至产生了厌烦心理,更不会应用弹性力学的基本理论解决实际工程问题,从而导致弹性力学的教学质量不高,学习与实际应用严重脱节。

基于以上原因,作者在现有的各种弹性力学教材和配套辅导教材的基础上,结合多年从事弹性力学研究和教学的实践经验编写了本书,简明扼要地阐述了弹性力学的基本概念、基本理论和基本方法。本书在介绍弹性力学基本理论的同时,注重理论联系实际,结合典型实例,突出对弹性力学解题思路、解题方法和解题步骤的介绍,旨在提高解决工程实际问题的能力。

全书分为7章,第1章为绪论,介绍了弹性力学的任务、研究对象和研究方法,同时,还介绍了弹性力学的发展和应用情况以及弹性力学的基本假定;第2章重点阐述了弹性力学的基本概念和弹性体中任一点的应力状态;第3章对弹性力学平面问题的建立进行了全面论述,具体包括两种平面问题的概念、弹性力学平面问题的基本方程和边界条件等;第4章重点讲述了直角坐标系中弹性力学平面问题的求解方法,如按位移求解、按应力求解、逆解法和半逆解法等;第5章对极

坐标系中弹性力学平面问题的建立和求解方法进行了全面论述;第6章介绍了弹性力学空间问题的建立;第7章重点阐述了弹性力学空间问题的求解方法。

本书由山东科技大学孔德森、赵志民和王安水编著。在编著过程中,王晓敏、王士权、邓美旭、谭晓燕、陈士魁、宋城等做了大量的工作,在此谨向他们致以衷心的感谢。同时,书中还参考了国内外众多单位和个人的研究成果与工作总结,在此一并表示感谢。

本书的出版,得到了山东科技大学杰出青年科学基金项目(2012KYJQ102)和山东科技大学科研创新团队支持计划项目(2012KYTD104)的资助,在此一并表示感谢。

由于作者水平有限,书中不足之处在所难免,恳请读者批评指正,以便做进一步的修改和补充。

孔德森 赵志民 王安水
2014年8月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 概述	1
1.2 弹性力学的应用与发展	4
1.3 弹性力学的基本假定	7
思考与练习	9
第2章 弹性体中任一点的应力状态	10
2.1 弹性力学的基本概念	10
2.2 平面问题中任一点的应力状态	16
2.3 空间问题中任一点的应力状态	19
思考与练习	25
第3章 弹性力学平面问题的建立	26
3.1 平面应力问题与平面应变问题	26
3.2 平衡微分方程	28
3.3 几何方程	30
3.4 物理方程	32
3.5 边界条件	34
3.6 圣维南原理	38
思考与练习	42
第4章 直角坐标系中弹性力学平面问题的求解	44
4.1 按位移求解平面问题	44
4.2 按应力求解平面问题	47
4.3 常体力时按应力求解平面问题	52
4.4 逆解法	55
4.5 半逆解法	61
4.6 位移分量的求解	65
思考与练习	67

第5章 极坐标系中弹性力学平面问题的求解	73
5.1 极坐标与直角坐标的关系	73
5.2 极坐标中的平衡微分方程	74
5.3 极坐标中的几何方程和物理方程	77
5.4 极坐标中的应力函数和相容方程	80
5.5 极坐标中的逆解法	82
5.6 极坐标中的半逆解法	84
5.7 轴对称应力问题的求解	85
5.8 接触问题的求解	91
5.9 应力分量的坐标变换式	94
5.10 带小圆孔的平板拉伸问题的求解	96
5.11 半平面体在边界上受集中力的解答	101
5.12 半平面体在边界上受分布力的解答	105
思考与练习	106
第6章 弹性力学空间问题的建立	110
6.1 空间问题的平衡微分方程	110
6.2 空间问题的几何方程与物理方程	112
6.3 空间问题的边界条件	115
6.4 空间轴对称问题的基本方程	116
思考与练习	119
第7章 弹性力学空间问题的求解	121
7.1 按位移求解空间问题	121
7.2 直角坐标系中按位移求解空间问题举例	124
7.3 圆柱坐标系中按位移求解空间问题举例	127
7.4 按应力求解空间问题	130
7.5 等截面直杆的扭转	134
7.6 扭转问题的薄膜比拟	138
7.7 椭圆截面杆的扭转	140
思考与练习	142
参考文献	145

绪论

1.1 概 述

弹性力学，即弹性体力学，又称弹性理论，是固体力学的一个重要分支学科。它研究弹性体在外力作用、边界约束或温度改变等条件下产生的应力、应变和位移，从而进一步解决机械或结构设计中存在的强度和刚度问题。

所谓弹性，是指物体在外界因素（外荷载、温度变化等）作用下产生变形，且当外界因素撤除后，该物体可以完全恢复其初始形状和原有尺寸的性质。也就是说，弹性力学仅研究变形与外力呈线性关系的物体。

1.1.1 弹性力学的任务

与材料力学、结构力学一样，弹性力学的任务也是分析各种结构物或其构件在弹性阶段的应力和位移，校核它们是否具有足够的强度、刚度和稳定性，并寻求或改进相应的计算方法。

1.1.2 弹性力学的研究对象

在研究对象方面，弹性力学与材料力学、结构力学之间有一定的分工。材料力学基本上只研究杆状构件，即长度远大于高度和宽度的构件；结构力学主要是在材料力学的基础上研究杆状构件所组成的结构，即所谓的杆件系统，如桁架、钢架等；而弹性力学的研究对象为各种形状的弹性体，即除杆状构件外，还研究各种平面体、空间体、平板和壳体等。弹性力学的研究对象相对材料力学和结构力学更为广泛。

1.1.3 弹性力学的研究方法

弹性力学的研究方法与材料力学的研究方法相比，既有相似之处，又有一定的区别。相似之处是指它们都从静力学、几何学和物理学三方面对物体进行分析。区别是指弹性力学研究问题时，在弹性体区域内必须严格考虑静力学、几何学和物理学三方面的条件，在边界上必须严格考虑受力条件和约束条件，由此建立微分方程和边界条件并进行求解，得到较精确的解答；而材料力学虽然也考虑了这几方面的条件，但不是十分严格，在进行静力学、几何学、物理学和边界条件分析时，大多引用了一些关于物体的形变状态或应力分布的假定，从而大大简化了数学推演，但是，得出的解答往往只是近似的。

例如，材料力学在研究直梁在均布荷载作用下的弯曲时引入了平面截面的假定，得到的结果是：直梁横截面上的正应力（弯应力）是按直线分布的，如图 1-1a) 所示。而弹性力学在研究这一问题时，就无需引入平面截面的假定，因此所得到的结果是精确的；同时，还可以用弹性力学的分析结果来校核材料力学中平面截面假定的正确性，并由此可知：如果梁的深度并不远小于梁的跨度，即两者是同等大小的，那么直梁横截面上的正应力就不是按直线分布的，而是按曲线变化的，如图 1-1b) 所示，从而，材料力学中给出的最大正应力将具有较大的误差。

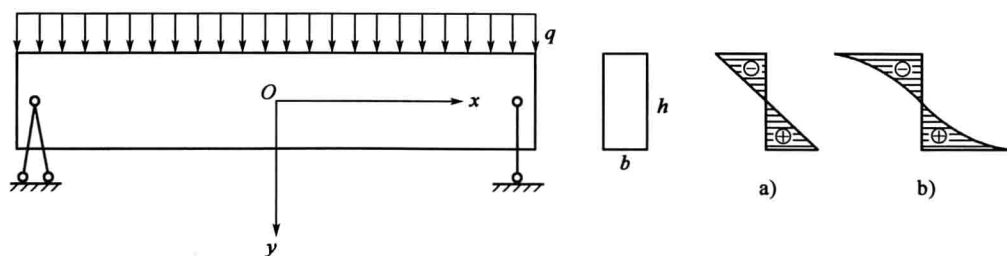


图 1-1

又如，在用材料力学方法计算带孔构件的拉伸时，通常假定拉应力在带孔构件的净截面上是均匀分布的，如图 1-2a) 所示；但用弹性力学方法求解这个问题时，就不需要做这样的假定，而且弹性力学的计算结果也表明，带孔构件净截面上的拉应力并不是均匀分布的，而是在孔边附近发生高度的应力集中现象，孔边的最大拉应力会比平均应力高出若干倍，如图 1-2b) 所示。

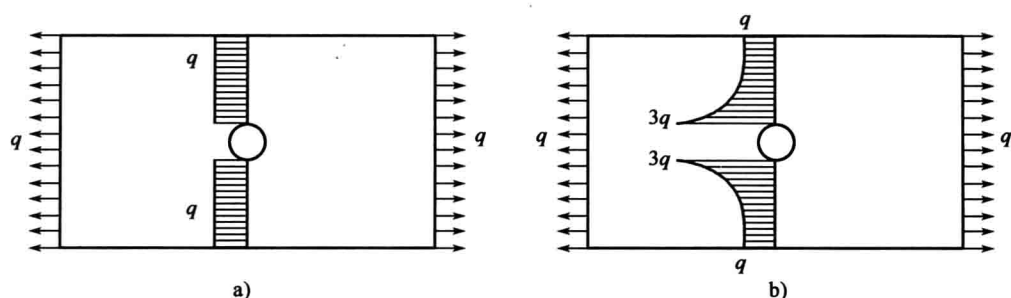


图 1-2

从数学的角度分析, 弹性力学问题的求解可归结为在边界条件下求解微分方程组, 属于微分方程的边值问题。在用弹性力学的方法解决实际工程问题时, 由于实际工程的边界形状和受力状况等十分复杂, 往往难以得到理论的精确解答。因此, 国内外学者不断寻求各种近似解法, 如差分解法和变分解法等。这些近似解法的出现和应用为弹性力学解决实际工程问题开辟了更为广阔的前景。

自 20 世纪 30 年代以来, 很多学者致力于弹性力学和结构力学的综合应用, 使得这两门学科的结合越来越密切。弹性力学吸收了结构力学中超静定结构的分析方法后, 大大扩展了弹性力学的应用范围, 使得某些比较复杂的原本无法解决的问题得到了解答。这些解答虽然在理论上具有一定的近似性, 但应用在实际工程中却是足够精确的。20 世纪 50 年代发展起来的有限单元法, 把连续弹性体划分为许多有限大小的单元, 这些单元在结点上联结起来, 形成所谓的“离散化结构”, 然后利用结构力学中的位移法、力法或混合法求解, 更加显示出弹性力学和结构力学综合应用的良好效果。

此外, 对于同一结构的各个构件, 或者同一构件的不同部分, 分别采用弹性力学、结构力学或材料力学的方法进行计算, 常常可以节省很多的工作量, 而所得到的结果往往是令人十分满意的。

总之, 材料力学、结构力学和弹性力学这三门学科之间的界线不是十分明显的, 更不是一成不变的。因此, 不应当特别强调它们之间的分工, 而应当根据实际问题的需要更多地发挥它们综合应用的威力。

1.2 弹性力学的应用与发展

弹性力学是固体力学的一个重要分支学科，同时，它也是其他固体力学分支学科的基础，是工程结构分析的重要手段，现已逐步形成了一套较完整的经典理论体系和方法，广泛应用于土木工程、水利工程、机械设计与制造、造船工业、海洋工程、石油工程、航空航天工程、矿业工程以及环境工程等领域，而且已发展成为解决许多工程问题必不可少的重要工具。

从弹性力学理论的萌芽开始，弹性力学至今已经有 300 多年的发展历史，而作为一门独立的学科也已有 100 多年的历史。弹性力学的发展大致可以分为以下四个时期。

1.2.1 弹性力学理论的萌芽期

弹性力学理论的萌芽期是指从 1660 年的胡克（Hooke R）实验起至柯西（Cauchy A L）1820 年提出弹性理论基本问题为止的这段时间，该时期大约经历了 160 年。此期间，科学家们提出了许多弹性体受力变形的问题，并且各自分别用自己的理论来解决一些简单构件的受力问题，并无统一的理论和方法，且主要是通过实验探索物体的受力与变形之间的关系。1678 年，胡克在大量实验的基础上，发现了弹性体的变形和受力之间呈正比的规律，后被人们称为胡克定律。1680 年，马略特（Mariotte）发现了梁的应力分布规律，并确定了中性轴的位置。1687 年，牛顿（Newton I）确立了运动三大定律。17 世纪末，伯努利（Bernoulli）提出了弹性杆挠曲线的概念；1705 年，他又给出了梁变形的平面几何假设和弯曲公式。1738 年，瑞士科学家欧拉（Euler）和伯努利在俄国彼得堡科学院出版著作，给出的梁的方程至今仍在使用；1757 年，欧拉又给出了压杆稳定公式。1773 年，法国科学家库仑（Coulomb）提出了强度理论，1776 年完成了矩形截面梁弯曲的完整理论，1784 年建立了圆轴扭转理论。1807 年，英国科学家杨（Young）给出了弹性模量定义。

1.2.2 弹性力学理论基础的建立期

一般认为，弹性力学理论基础的建立期是指从纳维（Navier C L M H）和柯西提出弹性力学的基础问题开始，到格林（Green G）和汤姆逊（Thomson W）

确立各向异性体有 21 个弹性系数为止的这段时期, 即从 1821 年到 1855 年, 历时 34 年。17 世纪末, 科学家已经着手进行杆件性能的研究, 包括梁的弯曲理论、直杆的稳定和振动等, 但这些成果都归属于材料力学的范畴; 直到 19 世纪 20 年代, 纳维和柯西建立了弹性力学的数学理论之后, 才使弹性力学成为一个独立的分支。1821 年法国工程师纳维通过对物体弹性的研究, 从牛顿关于物质构造的概念出发, 首次建立了弹性体的平衡微分方程和运动微分方程。1822 年, 柯西引入了弹性理论中关于一点应力状态的概念, 把一点附近的变形通过 6 个应变分量表示出来, 并导出运动方程, 这些方程建立了应力分量与体积力、惯性力的关系, 并假设一点的主应力方向与变形主轴方向重合。1828 年, 泊松 (Poisson) 又进一步推进、完善了弹性力学的基本方程。1822—1828 年间, 柯西和泊松根据旧的分子理论, 证明各向异性体有 15 个弹性系数, 而各向同性体只有 1 个弹性系数; 而 1838 年, 格林用能量守恒定律证明了各向异性体有 21 个独立的弹性系数; 其后, 汤姆逊又用热力学第一定律和第二定律证明了上述结果, 同时, 拉梅 (Gabriel Lamé) 等再次肯定了各向同性体只有两个独立的弹性系数。他们的这些研究作为后来弹性力学的发展奠定了坚实的理论基础。

1.2.3 弹性力学理论的发展成熟期

弹性力学理论的发展成熟期即线性各向同性体弹性力学的发展时期。在这个时期, 数学家和力学家应用已建立的线弹性理论去解决大量的工程实际问题, 同时, 在理论方面还建立了许多定理和重要的原理, 并由此推动了数学分析工作的进展, 提出了许多有效的计算方法。1855 年, 法国科学家圣维南 (Saint-Venant) 利用半逆解法解决了柱体的自由转动和弯曲问题, 并提出了局部性原理, 即圣维南原理。1862 年, 艾里 (Airy) 提出了求解平面问题的应力函数方法。1881 年, 德国的赫兹 (Hertz) 求解出了两弹性体局部接触时弹性体内部的应力分布。1898 年, 德国的基尔施 (Kirsch G) 在计算圆孔附近的应力分布时, 发现了应力集中现象, 在提高机械、结构部件的设计水平方面起到了重要作用。19 世纪 50 年代, 英国麦克斯威尔 (Maxwell J C) 开创了光测弹性应力分析技术, 又于 1864 年对只有两个力的简单情况提出了功的互等定理, 随后, 意大利贝蒂 (Betti E) 在 1872 年对该定理进行了普遍证明。1850 年, 克希霍夫 (Kirchhoff G) 解决了平板的平衡和振动问题。1873 年,

卡斯提利亚诺 (Castigliano A) 提出了卡氏第一定理和第二定理。1884 年, 法国的恩格塞 (Engesser F) 提出了余能的概念。1903 年, 德国的普朗特 (Prandtl L) 提出了解决扭转问题的薄膜比拟法。1877 和 1908 年, 瑞利 (Rayleigh) 和里兹 (Ritz W) 从弹性力学最小势能原理出发, 提出了后来被称为瑞利—里兹法的变分问题直接解法。1915 年, 伽辽金 (Galerkin) 提出了另一个十分著名的近似解法, 即伽辽金法。20 世纪 30 年代, 穆斯海里什维里 (Muskhelishvili) 发展了弹性力学问题的复变函数求解方法。在这个时期, 积分变换和积分方程在弹性力学中的应用也有了新的发展。

1.2.4 弹性力学理论发展的深化期

弹性力学理论发展的深化期大致从 20 世纪 20 年代开始。在这个时期, 工业技术迅猛发展, 钢材及其他弹性材料的应用范围不断扩大, 弹性力学由线性理论向非线性理论发展, 同时也推动了弹性力学与其他学科的结合。另外, 随着电子计算机的问世和广泛应用, 以变分原理为基础的有限单元法已成为解决工程技术问题和进行科学研究不可或缺的技术手段; 反过来, 有限元技术的发展, 又推动了变分原理的研究。随着自然科学理论的深入研究, 新兴的边缘、交叉学科不断涌现, 既丰富了弹性力学理论的内容, 又表明了弹性力学在认识自然规律中不可低估的作用。

1907 年, 卡门 (Karman V) 提出了薄板大挠度问题。1939 年, 卡门和钱学森提出了薄壳的非线性稳定问题。1948—1957 年, 钱伟长用摄动法处理了薄板大挠度问题。这些研究工作为非线性弹性力学的发展做出了重要贡献。在这个时期, 薄壁杆件理论、薄壳理论等线性理论也有了较大的发展。1954 年和 1955 年, 胡海昌和鷺津久一郎分别独立地提出了三类变量的广义势能原理和广义余能原理, 学术界称之为胡海昌—鷺津久一郎变分原理。1956 年, 泰勒 (Turner) 和克劳夫 (Clough) 等在分析飞机结构时, 首次用三角形单元求得平面应力问题的正确解。1960 年, 克劳夫首次提出了“有限单元法”的名称, 开创了有限元的理论和应用研究。钱伟长在 1964—1983 年间, 研究并提出了建立广义变分原理的拉氏乘子法。

在这个时期, 还出现了很多新的分支和边缘学科, 如各向异性和非均匀的弹性理论、非线性板壳理论和非线性弹性力学、热弹性理论、气动弹性理论、黏弹性理论、线弹性断裂力学等。这些新学科的出现, 既丰富了弹性力学的内容, 又促进了有关科学技术的蓬勃发展。

1.3 弹性力学的基本假定

在求解弹性力学问题时，通常是已知物体的形状和大小（即已知物体的边界）、物体的弹性常数、物体所受的体力、物体边界上的约束情况或面力等求解应力、应变和位移等未知量。为了由这些已知量求出未知量，首先，在弹性体区域内，分别考虑静力学、几何学和物理学三方面的条件，建立三套基本方程，即根据微分体的平衡条件建立平衡微分方程，根据微分线段上形变与位移之间的几何关系建立几何方程，根据应力与应变之间的物理关系建立物理方程；然后，在弹性体的边界上建立边界条件，即在给定面力的边界上，根据边界上微分体的平衡条件建立应力边界条件，在给定约束的边界上，根据边界上的约束条件建立位移边界条件；最后，在边界条件下求解建立的三套基本方程即可得到应力、应变和位移等未知量。

由于实际问题是极其复杂的，受多方面因素影响，所以，在建立基本方程和边界条件时，如果不分主次地精确考虑所有因素，则势必会造成数学推导上的困难；而且，由于导出的方程过于复杂，实际上也是不可能求解的。因此，为了使待研究的问题可解，通常必须按照所研究物体的性质以及求解问题的范围，引入一些基本假定，略去那些影响很小的次要因素，抓住问题的主要方面，建立一种抽象的物理模型，从而使问题的求解成为可能。

弹性力学中引入的基本假定如下。

(1) 连续性假定

假定物体是连续的，即整个物体内部都被连续介质填满，物体中没有任何空隙。这样，物体内的各个物理量，如应力、应变、位移等都是连续的，因而可以用坐标的连续函数来表示其变化规律。另外，物体在变形过程中仍保持连续，变形前相邻的任意两个点在变形后仍然是相邻点，不会出现开裂或重叠现象，因而可以利用微积分的相关理论来研究这个问题。

严格地说，一切物体都是由微粒组成的，微粒和微粒之间肯定存在间隙，也就是说实际存在的物体是不符合连续性假定的，但只要微粒的尺寸以及相邻微粒之间的距离都比物体的尺寸小很多，那么就可以认为物体是连续的，而不会引起显著的误差，且这一假定已被实验证实是合理的。

(2) 完全弹性假定

所谓弹性,是指“物体的形变在去除引起该形变的外力后能恢复原形”的性质;所谓完全弹性,是指“外力去除后物体能完全恢复原形而没有任何残余变形”的性质。假定物体是完全弹性的,则物体的应力与应变之间互为单值函数,且与受力过程无关,物体任一瞬时的形变完全取决于物体在这一瞬时所受的外力。对于完全弹性的物体,其应力与应变之间服从胡克定律,即应力与应变呈正比,亦即两者之间是呈线性关系的。符合弹性假定且应力和应变具有呈正比的线性关系的物体称为线弹性体。假定物体是完全弹性的,还意味着物体的各个弹性常数不随应力或应变的大小而改变,并且可以运用叠加原理。完全弹性的假定还会使弹性力学基本方程中的物理方程成为线性方程,从而使数学处理变得简单。

(3) 均匀性假定

假定物体是均匀的,即假定所研究的物体是由同一类型的均匀材料组成的,因此,整个物体所有各部分的物理性质都是完全相同的,其弹性性质不随位置坐标而改变。根据这一假定,物体任一点的弹性性质均可代表整个物体的弹性性质,即弹性常数与位置坐标无关。如果物体是由两种或两种以上的材料组成的,如混凝土,只要每种材料的颗粒远小于物体的尺寸,且在物体内部均匀分布,那么从宏观意义上就可以认为它是均匀的。

(4) 各向同性假定

假定物体是各向同性的,即假定物体在不同方向上具有相同的物理性质,因而物体的弹性常数(如弹性模量、泊松比)不随坐标方向的改变而改变,即物体的弹性常数与坐标轴的方向无关。单晶体是各向异性的,木材和竹材也是各向异性的。钢材由无数各向异性的晶体组成,由于晶体很微小,而且排列是杂乱无章的,因此,钢材的弹性大致是各向相同的,即从宏观意义上讲,钢材是各向同性的。

(5) 小变形假定

假定物体在外界因素(如荷载作用、温度变化等)的作用下所产生的位移和变形是微小的。即假定在外力或温度变化的情况下,整个物体所有各点的位移都远小于物体原来的尺寸,因此,物体的应变和转角都远小于1。应用这个假定,可以使问题的分析大为简化。例如,在建立物体变形以后的平衡微分方程时,就可以不考虑由于变形所引起的物体尺寸和位置的变化,而方便地用变

形以前的尺寸来代替变形以后的尺寸，且不致引起显著的误差；在建立几何方程和物理方程时，就可以略去转角和应变的二次和更高次幂或二次乘积以上的项。这样，弹性力学里的平衡微分方程、几何方程和物理方程就都简化为线性方程，弹性力学问题也就都简化为线性问题，因而可以应用叠加原理。

上述5个基本假定中，前4个是对物体材料的物理假定，凡是符合前4个基本假定的物体，就称为理想弹性体；小变形假定属于几何假定。这5个基本假定是弹性力学的基础和前提条件，弹性力学中推导的各基本公式以及各种应用均是在此基础上得出的，也就是说，弹性力学研究的是理想弹性体的小变形问题。

思考与练习

1-1 弹性力学的研究内容是什么？

1-2 简述弹性力学与材料力学、结构力学在研究任务、研究对象和研究方法等方面的区别与联系。

1-3 举例说明弹性力学的应用范围与作用。

1-4 简要说明弹性力学的发展历程。

1-5 简述弹性力学求解问题的思路。

1-6 弹性力学为什么要引入基本假定？引入的5个基本假定的内容和作用分别是什么？

1-7 举例说明哪些是均匀的各向异性体，哪些是非均匀的各向同性体，哪些是非均匀的各向异性体。

1-8 一般的混凝土构件和钢筋混凝土构件能否作为理想弹性体？一般的岩质地基和土质地基能否作为理想弹性体？

弹性体中任一点的应力状态

2.1 弹性力学的基本概念

弹性力学中的基本概念主要包括外力、应力、应变和位移，本节重点说明这些物理量的定义、表示符号、量纲、正方向以及正负号规定，并将其与材料力学中的基本概念进行比较，着重分析弹性力学与材料力学中基本物理量正负号规定的异同。

2.1.1 外力

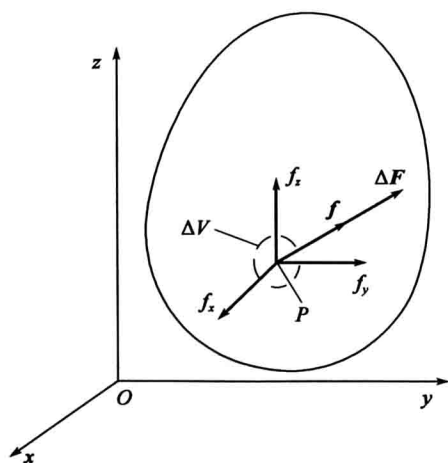


图 2-1

外力是指外部其他物体对研究对象（弹性体）的作用力。按作用方式不同，外力可以分为体积力和表面力，分别简称为体力和面力。

(1) 体力

所谓体力，是指分布在物体体积内的力，如重力、惯性力等。

物体内部各点所受体力的情况一般是不同的。为了表示该物体在某一点 P 所受体力的大小和方向，在这一点取物体的一小部分，它包含着 P 点而它的体积为 ΔV ，如图 2-1 所示。