

An introduction to the game

经济博弈概论

北 京 工 业 大 学 殷子和
曼 彻 斯 特 大 学 殷 铮◎编著
伦 敦 政 治 经 济 学 院 张 一

$$u_1(q_1, q_2) = -aq_1^2 - aq_1q_2 + (b-c)q_1$$

$$u_2(q_1, q_2) = -aq_2^2 - aq_1q_2 + (b-c)q_2$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial q_1} = -2aq_1 - aq_2 + (b-c) = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial q_2} = -2aq_2 - aq_1 + (b-c) = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$



中国经济出版社
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

An introduction to the game

经济博弈概论

北 京 工 业 大 学 殷子和
曼 彻 斯 特 大 学 殷 铮◎编著
伦 敦 政 治 经 济 学 院 张 一



中国经济出版社
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

图书在版编目 (CIP) 数据

经济博弈概论 / 殷子和, 殷铮, 张一编著.

北京: 中国经济出版社, 2013.9

ISBN 978-7-5136-2714-6

I. ①经… II. ①殷…②殷…③张… III. ①博弈论-应用-经济学-教材

IV. ①F224.32

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 181801 号

责任编辑 路 巍

责任审读 贺 静

责任印制 巢新强

出版发行 中国经济出版社

印刷者 北京京华虎彩印刷有限公司

经销者 各地新华书店

开 本 710mm × 1000mm 1/16

印 张 23.75

字 数 320 千字

版 次 2014 年 8 月第 1 版

印 次 2014 年 8 月第 1 次

书 号 ISBN 978-7-5136-2714-6/F · 9582

定 价 58.00 元

广告经营许可证 京西工商广字第 8179 号

中国经济出版社 网址 www.economyph.com 社址 北京市西城区百万庄北街 3 号 邮编 100037

本版图书如存在印装质量问题, 请与本社发行中心联系调换 (联系电话: 010-68330607)

版权所有 侵权必究 (举报电话: 010-68355416 010-68319282)

国家版权局反盗版举报中心 (举报电话: 12390)

服务热线: 010-88386794

博弈论充满了人生的智慧和哲理

献 给

楚娟 芷嫣

内容提要

本书的主要内容是：第一章绪论，概括地介绍了博弈论的内容、方法和应用；第二章完全信息静态博弈；第三章完全且完美信息动态博弈；第四章重复博弈；第五章完全但不完美信息动态博弈；第六章不完全信息静态博弈；第七章不完全信息动态博弈。书中讲解了非合作博弈的主要博弈类型的特点、解法和均衡。每章后面都有针对本章主要内容的思考题和参考答案。

书后向读者推荐了学习博弈论的参考书目。书后还有三个附录，简单介绍了矩阵、微积分、概率论等本书常用的数学工具。

本书可以用作大专院校各种专业的大专、大本、硕士研究生学习博弈论的教学参考书，也可以作为博弈论爱好者的自学用书。

前 言

为什么要学习博弈论？

博弈无处不在。

小到每天生活中的与人相处，讨价还价，大到公司在市场中的竞争活动，再到国家间的经贸利益纠葛和货币政策。我们每个人每天都在自觉不自觉地成为一个个博弈过程的主角。由此可见，博弈论不单单是一种经济学中的多人决策问题，更在我们的社会生活中有着重要应用。学习博弈论这一经济学理论的重要分支，可以帮助读者更深入地了解决策过程，发现各方都可以接受的均衡方案，从而达到互利共赢。

本书面对的读者包括哪些人？

从内容上看，本书涵盖了非合作博弈的最主要、最基本的内容。可以作为大专院校的通用教材，供大专、大本、乃至硕士研究生选为学习博弈论的参考用书。

从写法上看，本书用最为简单的语言辅以经典的实例来解释复杂的博弈理论。对于博弈理论背后的数学推导，本书也尽力做到详尽、清晰，并在附录中对主要的概念和方法用浅显的语言加以说明。这样使得本书同样适用那些对博弈理论感兴趣又碍于同类理论书籍过于艰深的朋友自学使用。

本书和其他博弈论书籍相比有什么特点？

本书在选材上尽力做到“少而精”。考虑到广大读者时间有限，本书尽量做到内容精炼，叙述简洁，从而避免大家在阅读一些经济学书籍中常有的因为内容过于庞杂，读不了几页便束之高阁这样的问题。

当涉及到具体问题的时候，本书力争理论联系实际。引用大家习以为常的例子来说明博弈模型的实际背景，并且也联系当下经济生活中常见的博弈现象，尽可能帮助大家做到触类旁通。本书作者所期望看到的就是大家能够

将博弈论的思想、方法和手段融合并运用到理解和处理日常工作和生活中遇到的问题中去。

在进行具体的理论解析的时候，本书努力追求简明扼要，通俗易懂，以利于读者抓住核心内容，使得看似繁复的博弈理论在浅显的文字中变得透彻和清晰，便于读者理解与吸收。本书作者所力求做到的就是让读者能够轻松愉快的学习博弈理论。

本书成书过程中得到众多朋友的帮助，就不再一一名列，在此一并致谢！

由于水平有限，又受时间精力所限，书中不妥、遗漏或错误之处，敬请诸位不吝赐教。

作者

2011.7.1

目 录

第一章 绪论

——博弈论的内容、方法和应用	1
§ 1-1 什么是博弈论	3
§ 1-2 博弈问题的要素和建模	12
§ 1-3 博弈的分类与解法	15
§ 1-4 博弈论的应用和意义	17
思考题	19
参考答案	19

第二章 完全信息静态博弈

§ 2-1 解完全信息静态博弈的基本方法	23
§ 2-2 纳什均衡	34
§ 2-3 策略集是连续集合的博弈问题的解法	36
§ 2-4 混合策略	45
§ 2-5 混合策略的严格下策消去法	62
§ 2-6 混合策略的反应函数	67
§ 2-7 纳什均衡的存在性	72
§ 2-8 具有多重纳什均衡的博弈分析	74
思考题	78
参考答案	82

第三章 完全且完美信息动态博弈

§ 3-1 动态博弈的要素和表示法	85
§ 3-2 完全且完美信息动态博弈的解法	88

§ 3-3 子博弈和子博弈完美纳什均衡	91
§ 3-4 逆推归纳法应用举例	97
§ 3-5 具有同时选择的两阶段动态博弈	109
§ 3-6 逆推归纳法的局限性	119
§ 3-7 颤抖手均衡	124
思考题	128
参考答案	130
第四章 重复博弈	133
§ 4-1 有限次重复博弈	135
§ 4-2 无限次重复博弈	150
§ 4-3 触发策略应用举例	156
§ 4-4 民间定理	168
思考题	175
参考答案	177
第五章 完全但不完美信息动态博弈	179
§ 5-1 完全但不完美信息动态博弈及其表示法	182
§ 5-2 完美贝叶斯均衡	188
§ 5-3 旧货市场里的博弈模型	195
§ 5-4 商品市场里的博弈模型	204
思考题	208
参考答案	210
第六章 不完全信息静态博弈	213
§ 6-1 不完全信息静态博弈及其表示	215
§ 6-2 贝叶斯纳什均衡及海萨尼转换	221
§ 6-3 不完全信息静态博弈模型举例	230
§ 6-4 机制设计与显示原理	241

§ 6-5 对混合策略的再认识	246
思考题	252
参考答案	253
 第七章 不完全信息动态博弈	255
§ 7-1 空口声明博弈	258
§ 7-2 信号博弈	266
§ 7-3 信号博弈应用举例	275
§ 7-4 不完全信息有限次重复博弈与声誉效应	286
思考题	299
参考答案	301
 结 语	302
 主要参考文献和推荐阅读书目	303
 附录 (一) 矩阵	304
第一章 矩阵及其常用运算	304
§ 1-1 矩阵的概念	304
§ 1-2 矩阵的线性运算	306
§ 1-3 矩阵的乘法和矩阵的转置	310
§ 1-4 矩阵的初等变换	312
 附录 (二) 微积分	316
第一章 导数及其应用	316
§ 1-1 导数与微分	316
§ 1-2 导数的应用	320
第二章 不定积分与定积分	327
§ 2-1 不定积分	327

§ 2-2 定积分	330
第三章 偏导数及其应用	334
§ 3-1 偏导数	334
§ 3-2 偏导数的应用	339
附录 (三) 概率论	342
第一章 随机事件及其概率	342
§ 1-1 事件的概率	342
§ 1-2 事件之间的关系和运算	345
§ 1-3 概率的加法法则	347
§ 1-4 条件概率, 乘法法则及独立性	349
§ 1-5 全概公式与贝叶斯公式	351
第二章 随机变量及其分布	353
§ 2-1 随机变量的概念	353
§ 2-2 离散型随机变量	354
§ 2-3 连续型随机变量	355
§ 2-4 分布函数与随机变量函数的分布	357
第三章 随机变量的数字特征	360
§ 3-1 数学期望	360
§ 3-2 方差	361

第一章 绪论

——博弈论的内容、方法和应用

要想在现代社会做个有价值的人，你就必须对博弈论有个大致的了解，也可以这样说，要想赢得生意不可不学博弈论，要想赢得生活同样不可不学博弈论。

——保罗·萨缪尔逊

§ 1-1 什么是博弈论

当一个人（或团体）对自己行为的选择与执行不影响其它人（或团体）的利益时，怎样选择自己的行为，才能使自己获得最好的结果，这种问题属于最优化问题。在博弈论的体系中，也可以把这种问题称为单人博弈。但这不是博弈论研究的主要对象。

博弈论研究的主要问题是：在一定的条件和规则下，当事人各自选择自己的行为。因为当事人不止一个，每个当事人对自己的行为的选择与执行，都会涉及到其它当事人的切身利益，因此当事人的行为互相影响，互相依存，互相斗争。当事人怎样选择自己的行为才是最明智的，才会给自己带来最大利益？各方当事人的行为互相作用的方方面面和全部过程以及最终结果是什么？能否找到一个每个当事人都能理智地接受的行动方案、执行这个行动方案、并取得各自的利益呢？

这种在确定的条件和规则下，当事人（一般不止一个）为了获得最大的利益，理性地选择自己可能采取的行为，这些行为相互依存并有一定的争斗性质的问题称为博弈问题。

在博弈问题中，当事人称为博弈方，当事人博弈时应遵守的规则称为博弈规则；当事人选择行为的过程称为决策过程；当事人可能采取的行为称为策略，当事人可能得到的利益称为得益。自然，这里的当事人也可能是一个集团，一个组织。

博弈论就是研究博弈问题的一门学问。

所谓“经济博弈”是指主要研究与经济利益有关的博弈问题，研究的

方法也是注重经济分析，尽量少用数学工具，不涉足博弈论中高深的理论问题。

为了对博弈问题和博弈论有个直观了解，下面举几个简单的常见的博弈问题的例子。

例 1-1-1 囚徒困境

两疑犯因共同犯罪被拘押，警方掌握了少许证据，为把案件查清，对他们分别进行审讯，以免串供。审讯前分别向他们宣布政策：坦白并揭发同伙罪行而同伙拒绝交待时，坦白者可以不服刑；拒绝交待的服刑 10 年；两人同时坦白交待认罪服法时，由于检举的价值降低，各判服刑 5 年；如果两人都不坦白交待，根据已有证据暂时各判服刑一年。

我们可以用下面的表格把这个博弈问题表示出来：

表 1-1-1

		囚徒 2	
		S_2	
囚徒 1	S_1	坦白	不坦白
坦白		-5 -5	0 -10
不坦白		-10 0	-1 -1

表中 S_1 表示囚徒 1 可选用的策略集合， S_2 表示囚徒 2 可选用的策略集合。表中数字 0 表示不服刑，-1，-5，-10，分别表示服刑 1 年，5 年，10 年，每个格中左边数字表示囚徒 1 服刑年数，右边数字表示囚徒 2 的服刑年数。在这里博弈方就是囚徒 1 和囚徒 2，他们都有可以选择的两个策略：坦白和不坦白。博弈规则就是宣布的政策。表中的数字可以理解为博弈方的得益。因此这种数表通常称为得益矩阵。它表达了对于不同的策略组合各个博弈方的得益情况。例如囚徒 1 选择坦白，囚徒 2 选择不坦白组成的策略组合为（坦白，不坦白），对应的数字为（0，-10），这表明囚徒 1 被释放，囚徒 2 将服刑 10 年。

博弈方是理性的，即是说囚徒 1 和囚徒 2 都会认识到自己的得益不仅取决于自己选择的策略，也依赖于另一囚徒的策略选择，但他们又不知道

另一方的选择是什么。他们只考虑自己的得益，不考虑另一方的得益。于是：

囚徒 1 想：假如囚徒 2 坦白，我也坦白得益为 -5，我不坦白得益为 -10，当然要坦白；假如囚徒 2 不坦白，我坦白，得益为 0，不坦白得益为 -1，当然也应坦白，总之决定坦白。

囚徒 2 想：假定囚徒 1 坦白，我坦白得益为 -5，拒供得益为 -10；假定囚徒 1 拒供，我坦白得益为 0，拒供得益为 -1，当然应选择坦白，总之决定坦白。

这个博弈的最终结局就是囚徒 1 和囚徒 2 都选择坦白的策略，即本博弈可以稳定地实现的策略组合是（坦白，坦白），相应的得益组合是（-5，-5），这就是本博弈的解，也是对博弈结果的科学预测。

可是，得益组（-1，-1）比（-5，-5）对囚徒来说不是好得多吗？我们说（-1，-1）是不能实现的。因为囚徒之间不能串通，他们又各自争取自己的最大利益，不顾及同伙的利益，也不会相信同伙之间有什么默契。（-5，-5）的结局有必然性，不可能摆脱。因此这个博弈被称为“囚徒困境”。

囚徒困境博弈模型是博弈论的经典模型，这是因为在市场竞争中，在资源利用和环境保护中，在政治、军事和法律等领域中，都有类似的现象发生。

这种博弈模型揭示了个体理性与团体理性之间的矛盾——从个体利益出发的行为，往往不能实现团体的最大利益。同时也揭示了个体理性本身的内在矛盾——从个体利益出发的行为最终也不一定能实现个体利益的最大化。这种博弈模型也体现了博弈规则的重要性，如果改变一个“规则”，结局就会产生相应的变化。

例 1-1-2 斗牌博弈

设博弈方 A 有四张牌： α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 ，博弈方 B 只有三张牌： β_1 、 β_2 、 β_3 。在不知对方出牌情况下，各自独立出牌 1 张，并按下表计算输赢得益：

表 1-1-2

博弈方 B

博弈方 A S_A	S_B	β_1	β_2	β_3
α_1		-6 6	1 -1	-8 8
α_2		3 -3	2 -2	4 -4
α_3		9 -9	-1 1	-10 10
α_4		-3 3	0 0	6 -6

表中 S_A 、 S_B 分别表示博弈方 A、博弈方 B 的策略集合。表格中左边数字为 A 方得益，右边数字为 B 方得益。例如 A 方出牌 α_2 ，B 方出牌 β_1 ，则 A 方赢了 3 分，B 方输了 3 分……

怎样出牌才对自己比较有利呢？假如：

A 想：我的最大可能得益是 9，因此应出牌 α_3 ；

B 想：若 A 为得 9 分出 α_3 ，我就出 β_3 ，使 A 不能得 9 反而丢 10 分，我得 10 分。

A 猜 B 要出 β_3 ，于是不出 α_3 ，改出 α_4 ，这样自己可赢 6 分，使 B 输 6 分……

……这样思来想去，举棋不定，莫衷一是。

我们说博弈方是理性的，就是指每个博弈方既不肯无谓地冒险，也不寄希望于侥幸取胜。他们先考虑对自己可能出现的最不利的情况，从不利的情况中找出对自己有利的策略。于是：

A 想：出牌 α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 可能带来的最少得益分别是 -8，2，-10，-3，这些最少中的最大得益是 2，因此只要出牌 α_2 ，不管 B 怎样出牌，自己至少可以得 2 分，所以 A 决定出牌 α_2 。

B 想：出牌 β_1 、 β_2 、 β_3 可能对自己带来的最不利的得益分别是 -9、-2、-6，这些不利结果中最好的结果是 -2，因此只要出牌 β_2 ，不管 A 出什么牌，自己最多丢 2 分，因此决定出牌 β_2 。