CENTRAL LEARNING

精益求精脱颖而出

与2003年新版教材配套

NEW

➡ 全面细致：按章、节顺序，同步到节。从“重点分析”到“难点突破”；从“课内”到“课外”；从基础到综合；从平时到中(高)考，均做了全面、细致讲解。

例题经典、开放、实际；解法规范，示范性强；习题精练，强化作用大。

通过本书，你一定会达到：知识理解深刻、掌握牢固；目标思维(方法)灵活，运用自由。

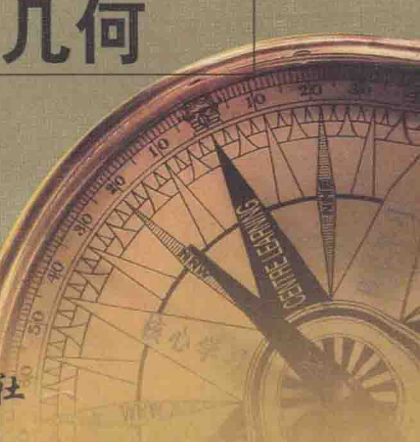
新版

丛书主编 ■ 吴万用 孙金冠宇

核心学习

全析全解与完全检测

初三数学
几何



主编 陈学军 张雪英

黑龙江少年儿童出版社

C E N T R A L A R N I N G

核心学习

全析全解与完全检测

初三数学 几何

主编 陈学军 张雪英

黑龙江少年儿童出版社

责任编辑　宣　森

核心学习全析全解与完全检测
初三数学(几何)

黑龙江少年儿童出版社出版、发行(哈尔滨市南岗区宣庆小区 8 号楼)
地矿部黑龙江测绘印制中心印刷
开本 787×960(毫米)　1/16 · 印张 27.75 · 字数 706 千字
2003 年 6 月第 3 版　2003 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 7-5319-1874-9/G·1253　定价:28.00 元(共二册)

前　言

如何培养新世纪的优秀人才，是摆在广大教师及学生家长面前的一个重大课题。根据教育部审批通过的新版教材、教学大纲及最新教改方案，贯彻素质教育精神应着眼于素质、能力的培养，正确处理教学中讲、练、测各环节的关系。根据多年的教学实际与经验，我们认为："讲"与"练"是学生学习过程中最重要的环节，讲的精、教的明白，学的才清楚；练的透、练到位，才能真正巩固所学知识。编写课外辅导书的目的是为了帮助学生更好地理解、掌握现行教材，起到教师在课堂教学中所难以起到的作用。因此，这类书在内容上应较现行教材对知识点的阐述更详尽透彻，能力训练上更系统、更集中、更全面，而且在体例设计上要符合学生的认识规律。本丛书就是以此为宗旨精心编写的。

丛书特点

全面细致，与现行教材同步，按章、节顺序，同步到节。从"重点精析"到"难点突破"；从"课内"到"课外"；从"基础"到"综合"；从"平时"到"中(高)考"，均做了全面、细致的讲解。

例题经典、开放、实际；解法规范，示范性强；习题精练，强化作用大。

教材全析全解，例题全析全解，习题全析全解，是本丛书的又一大特点。

所设栏目

核心学习

重点精析：深入浅出，举例典型，示范性强。

难点突破：难点确切，解析透彻，突破有方。

经典例题剖析：例题经典，开放实际，剖析有方。

中考点 · 命题方向与点拨：方向明确，学有目标；真题举例，练有楷模；贴近试题，权威预测。

跟踪完全检测：选题经典全面，梯度合理，题量科学。

历届中(高)考真题回顾:回顾过去,探寻规律,展望未来,学有方向。

单元综合能力测试:选题新颖、广泛,是对本单元(章)所学知识的综合验收。

用心指点

本书与现行教材同步配套,知识要点准确、精炼,举例新颖精细,讲解深入浅出,内容全面丰富,是初、高中学生不可缺少的学习辅导书,特别是对知识点的提炼与讲解,对重点、难点的分析与突破,对解题思路、技巧的分析,对知识的巩固与提高,对期中、期末考试的要求,均有独到见解。使用本书后,留给学生的第一印象就是:像老师讲课一样清晰明了,通俗易懂,亲切而实在;训练有方,以一当十,有助于提高学生的智力和能力。

名师典范

参加本丛书编写的作者都是教学第一线上有声望、有丰富教学经验的教师,他们对教材内容烂熟于心,对教改情况一清二楚,这一切无疑确保了本书的权威性、科学性和实用性。

本书编者

本书主编陈学军、张雪英。

编委会

2003.5

目录

第六章　解直角三角形

6.1　正弦和余弦

核心学习

⇨ 学习目标

1. 了解在直角三角形中，当锐角 A 取固定值时，它的对边与斜边的比值也是一个固定值.

2. 了解直角三角形中锐角的正弦和余弦的概念，能够正确地应用 $\sin A$、$\cos A$，表示直角三角形中两条边的比.

3. 熟记 30°、45°、60°角的正弦值和余弦值，会计算含有这些特殊锐角的三角函数式(不超过两"项"，并且不含"繁分式")的值，会由一个特殊锐角的正弦值或余弦值，求出它所对应的角度.

4. 了解锐角的正弦与余角的余弦之间的关系，会通过锐角的正弦与余角的余弦之间的关系，把一个锐角的正弦改写成它的余角的余弦，或者把一个锐角的余弦改写成它的余角的正弦.

⇨ 中考要求

1. 了解锐角的正弦和余弦的概念，能够正确地应用 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 表示直角三角形中两边的比.

2. 熟记 30°、45°、60°角的正、余弦值，会计算含有特殊角的三角函数式的值，会由一个特殊锐角的正弦值或余弦值，求出它对应的角度.

重点精析

➡ 重点 1 正弦、余弦的概念.

如图 6－1 所示，在 Rt△ABC 中，锐角 A 的对边与斜边的比叫做∠A 的正弦，记作 $\sin A$.

即 $\sin A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\dfrac{a}{c}$

在 Rt△ABC 中，锐角 A 的邻边与斜边的比叫做∠A 的余弦，记作 $\cos A$.

即 $\cos A=\dfrac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\dfrac{b}{c}$

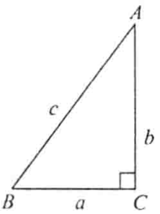


图 6－1

☞ **例如**　在 Rt△ABC 中，∠C 的直角，∠A、∠B、∠C 所对的边分别为 a、b、c，且 $a=24$，$c=25$，求 $\sin A$、$\sin B$、$\cos B$ 的值.

所考知识点 锐角的正弦、余弦的概念及勾股定理.

解题思路　先画一个符合已知条件的草图如图 6－2 所示，求出题中所需的未知边长，再由定义求出∠A、∠B 的正弦值和余弦值.

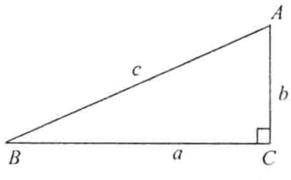


图 6－2

【解】 在 Rt△ABC 中，$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{25^2-24^2}=7$

$\therefore \sin A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{24}{25}$；$\sin B=\dfrac{b}{c}=\dfrac{7}{25}$；

$\cos A=\dfrac{b}{c}=\dfrac{7}{25}$；$\cos B=\dfrac{a}{c}=\dfrac{24}{25}$.

说明 对于一个直角三角形，已知任意两边都可求出它的一个锐角的正弦或余弦值.

➡ **重点2 特殊角 30°、45°、60°的三角函数值的记忆和应用.**

①图形记忆法：如图 6-3 所示.

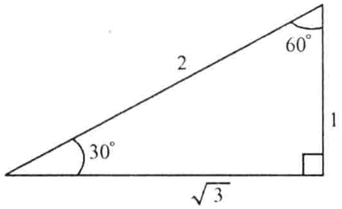


图 6-3

②列表记忆法：

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$

③规律记忆法：

30°、45°、60°角的正弦值分子依次是$\sqrt{1}$、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$，分母都是 2.

30°、45°、60°角的余弦值恰是 60°、45°、30°角的正弦值，即分子依次为$\sqrt{3}$、$\sqrt{2}$、$\sqrt{1}$，分母仍都是 2.

☞ **例如** 求下列各式的值：

①$\dfrac{1}{2}\sin30°+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cos30°$；②$\sin45°\cdot\cos60°+\cos45°$.

所考知识点：30°、45°、60°角的正弦值与余弦值.

【解】 ①$\dfrac{1}{2}\sin30°+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos30°=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=1$.

②$\sin45°\cdot\cos60°+\cos45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3}{4}\sqrt{2}$.

说明 要熟记特殊角的正弦或余弦值，反过来，已知一个特殊角的正弦值或余弦值，也要知道这个角的大小.

➡ **重点3 互为余角的正弦、余弦的关系.**

$\angle A$ 为锐角，则 $\sin A=\cos(90°-A)$，$\cos A=\sin(90°-A)$.

☞ **例如** 已知 $\cos55°=0.5736$，求 $\sin35°$.

所考知识点：余角的定义及互为余角的正弦、余弦的关系.

【解】 $\sin35°=\cos(90°-35°)=\cos55°=0.5736$

注意 互为余角的正弦、余弦的关系式适用于两个角互为余角的情况，它们并不一定是同一直角三角形中的两个锐角.

难点突破

➡ **难点 正弦和余弦的概念.**

为了正确理解锐角的正弦、余弦的概念，我们应注意以下问题：

首先应明确：在 Rt△ABC 中，$\angle C$ 为直角，锐角 A 的对边为 BC 边，用小写字母 a 表示，邻边为 AC 边，用小写字母 b 表示，锐角 B 的对边为 AC 边，即锐角 A 的邻边，锐角 B 的邻边为 BC 边，即锐角 A 的对边，直角三角形的斜边为 AB 边，用小写字母 c 表示.

其次应注意：

①"$\sin A$"和"$\cos A$"都是一个完整的符号.

②角的符号的使用：当用一个大写字母或希腊字母表示角的时候，角的符号习惯省略不写，如 $\sin A$、$\sin\alpha$，当用三个字母或$\angle1$、$\angle2$ 等来表示角时，角的符号不能省略，如"$\sin\angle1$"，"$\sin\angle ABC$".

③$\sin A=\dfrac{a}{c}$ 实质是比值，没有单位，它只与$\angle A$ 的大小有关，而与三角形的边的长短无关.

④正弦和余弦是用直角三角形中边与边的

比值来定义的，哪一条边比哪一条边是哪一个角的什么名称的函数，一定要记清，不能混淆.

☞**例如** 在$\triangle ABC$中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的对边分别是a、b、c，且$a:b:c=3:4:5$，求证：$\sin A+\sin B=\frac{7}{5}$.

所考知识点：勾股定理逆定理及锐角的正弦的概念.

解题思路：首先由a、b、c三边的比确定此三角形为直角三角形，再根据锐角的正弦定义把$\sin A$、$\sin B$转化成边的比，从而求出它们的和.

【解】 设$a=3k$，$b=4k$，$c=5k$

则$a^2+b^2=(3k)^2+(4k)^2=9k^2+16k^2=25k^2=(5k)^2=c^2$

$\therefore\triangle ABC$是以$\angle C$为直角的直角三角形.

$\therefore \sin A+\sin B=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$.

注意：锐角的正弦、余弦是直角三角形中直角边与斜边的比，所以在不知道所给三角形是否是直角三角形时，应先根据已知条件判定此三角形是直角三角形，才可以把正弦、余弦转化成边的比.

经典例题剖析

☞**经典例题1** 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$a=5$，$b=12$，则$\sin B$等于(　　)

A. $\frac{12}{13}$　　B. $\frac{5}{13}$　　C. $\frac{5}{12}$　　D. $\frac{10}{13}$

所考知识点：勾股定理、正弦的概念.

解题思路：首先由勾股定理求出斜边c，然后再由正弦定义求出$\angle B$的正弦值.

【解】 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$.

$\therefore \sin B=\frac{b}{c}=\frac{12}{13}$.

【答案】 此题选A.

☞**经典例题2** 已知在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{1}{2}$，则$\cos B$的值等于(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

所考知识点：互为余角正余弦间的关系.

解题思路：$\angle C=90°$，则$\angle A$、$\angle B$互为余角，$\therefore \sin A=\cos B$

【答案】 此项选A.

☞**经典例题3** 根据下列条件，确定锐角α的值：

①$2\sin\alpha-\sqrt{2}=0$；　②$4\cos^2\alpha-3=0$

所考知识点：特殊角的三角函数值及锐角余弦值的范围.

解题思路：把等式变形，从而得出$\angle\alpha$的正、余弦值，由此求出角的大小.

【解】 ①$\because 2\sin\alpha-\sqrt{2}=0$

$\therefore \sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore$锐角$\alpha=45°$.

②$\because 4\cos^2\alpha-3=0$

$\therefore \cos^2\alpha=\frac{3}{4}$

又$\because$当α为锐角时，$0<\cos\alpha<1$

$\therefore \cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$锐角$\alpha=30°$.

注意：一个锐角的正弦和余弦值应是正数，所以要正确选择.

☞**经典例题4** 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，C为斜边，a、b是直角边，则$a^3\cos A+b^3\cos B$等于(　　)

A. abc　　B. $(a+b)c^2$

C. c^3　　D. $c^2(a\cos A+b\cos B)$

所考知识点：锐角的余弦定义、勾股定理、因式分解.

解题思路：利用余弦定义把$\cos A$、$\cos B$转化成边的比，再根据因式分解，勾股定理进行变形即可.

【解】 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\cos A=\frac{b}{c}$，$\cos B=\frac{a}{c}$

$\therefore a^3\cos A+b^3\cos B=a^3\times\frac{b}{c}+b^3\times\frac{a}{c}=\frac{a^3b+ab^3}{c}=\frac{ab(a^2+b^2)}{c}=\frac{abc^2}{c}=abc$

【答案】 本题选择 A.

说明 几何题有些时候需要用代数方法进行变形.

☞经典例题 5 △ABC 中,a、b、c 分别是∠A、∠B、∠C 的对边,且 $c=5\sqrt{3}$,若关于 x 的方程 $(5\sqrt{3}+b)x^2+2ax+(5\sqrt{3}-b)=0$ 有两个相等的实数根,又方程 $2x^2-(10\sin A)x+5\sin A=0$ 的两实数根的平方和为 6,求 $S_{\triangle ABC}$.

所考知识点 一元二次方程根的差别式,根与系数的关系,正弦定义、勾股定理及逆定理.

解题思路 根据一元二次方程根的判别式,建立 a、b 之间的关系,又恰好与 c 构成直角三角形,由第二个方程求得∠A 的正弦值,从而根据正弦定义求得 a、b 的值,此题得解.

【解】 ∵方程 $(5\sqrt{3}+b)x^2+2ax+(5\sqrt{3}-b)=0$ 有两个相等的实数根.

$\therefore \Delta=(2a)^2-4(5\sqrt{3}+b)(5\sqrt{3}-b)=0$ 即 $a^2+b^2=75$.

$\because c^2=(5\sqrt{3})^2=75$,$\therefore c^2=a^2+b^2$ $\therefore \angle C=90°$.

设 x_1、x_2 是方程 $2x^2-(10\sin A)x+5\sin A=0$ 的两个根.

则 $x_1+x_2=5\sin A$,$x_1x_2=\frac{5}{2}\sin A$.

又∵ ${x_1}^2+{x_2}^2=6$ 而 ${x_1}^2+{x_2}^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

$\therefore (5\sin A)^2-2\cdot\frac{5}{2}\sin A=6$ 解得 $\sin A=\frac{3}{5}$ 或 $\sin A=-\frac{2}{5}$(舍)

在 Rt△ABC 中,$a=c\cdot\sin A=5\sqrt{3}\times\frac{3}{5}=3\sqrt{3}$.

$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2-(3\sqrt{3})^2}=4\sqrt{3}$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times4\sqrt{3}=18$.

注意 本题中求得∠A 的正弦值有两个,应根据题意,正确地进行取舍.

中考考点·命题方向与点拨

➡考点 1 正弦、余弦的概念.

命题方向 考查锐角的正弦和余弦概念,常在填空题和选择题中出现.

☞例如 已知在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,$\cos B=\frac{2}{3}$,则 $\sin B$ 的值为( ).

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

所考知识点 锐角的正弦、余弦定义、勾股定理.

解题思路 求 $\sin B$ 就是要求出 b 与 c 的比,把 b 和 c 用同一字母表示出即可.

【解】 设 $a=2k$,$c=3k$,则 $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{5}k$.

$\therefore \sin B=\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{5}k}{3k}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

【答案】 此题选 B.

➡考点 2 特殊角的正弦、余弦值.

命题方向 考查特殊角的正弦、余弦值及有关计算,常出现在填空题、选择题及解答题中.

☞例如 计算:$\sqrt{2}(2\cos45°-\sin90°)+(4-5\pi)°-(\sqrt{2}-1)^{-1}$.

所考知识点 特殊角正弦和余弦定义,零指数的意义,负指数的意义.

解题思路 分别求出各部分的值,再相加减即可.

【解】 $\sqrt{2}(2\cos45°-\sin90°)+(4-5\pi)°-(\sqrt{2}-1)^{-1}$.

$=\sqrt{2}\times(2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1)+1-\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

$=2-\sqrt{2}+1-(\sqrt{2}+1)$

$=2-2\sqrt{2}$

➡考点 3 互为余角的正弦和余弦的关系.

命题方向 考查互为余角的正弦和余弦的关

系，常出现在填空题和选择题中.

☞例如　在△ABC 中，$\angle C=90°$，则下列式子中不一定成立的是(　　)

A. $\sin A=\sin B$　　B. $\cos A=\sin B$

C. $\sin A=\cos B$　　D. $\sin(A+B)=\sin C$

所考知识点　互为余角的正弦和余弦的关系，等角的同一三角函值相等.

解题思路　B、C 表明的是互为余角的正弦和余弦的相等关系.

D 中的 $A+B=C$，则 $\sin(A+B)=\sin C$，故选 A，答案 A 只有$\angle A=\angle B$ 的时候才成立.

【答案】 选择 A.

命题方向　**综合运用代数，几何的知识，常以解答题的形式出现.**

☞例如　在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，斜边 $c=5$，两直角边的长 a、b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+2m-2=0$ 的两个根，求 Rt△ABC 中较小锐角的正弦值.

所考知识点　一元二次方程根与系数的关系，勾股定理，锐角的正弦值.

解题思路　若求较小角的正弦值，首先应先求出两条直角边长.

又知两直角边 a、b 的值与 m 有关，所以应先求出 m 的值.

【解】 ∵ a、b 是方程 $x^2-mx+2m-2=0$ 的两个根，

∴ $a+b=m$，$ab=2m-2$.

在 Rt△ABC 中，$a^2+b^2=c^2$ 而 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

∴ $m^2-2(2m-2)=25$

解得 $m_1=7$，$m_2=-3$.

∵ a、b 是 Rt△ABC 中的两条直角边长

∴ $a+b=m>0$

因此 $m=-3$ 不合题意，舍去，∴ $m=7$.

当 $m=7$ 时，原方程为 $x^2-7x+12=0$

解这个方程，得 $x_1=3$，$x_2=4$.

不妨设 $a=3$，则 $\sin A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{3}{5}$

∴ Rt△ABC 中较小锐角的正弦值为 $\dfrac{3}{5}$.

跨学科综合能力导析

☞范例　质量为 20 千克的物体 M 在如图 6－4 所示的斜面上下滑，已知 $AB=10$ 米，$\angle A=45°$，求物体 M 由 B 滑到 A 时重力所做的功.

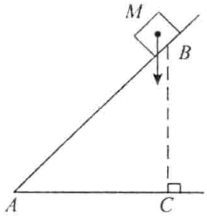


图 6－4

跨学科知识　物理中的做功.

解题思路　功等于力与物体在力的方向上移动的距离的乘积，因而首先要求出斜坡的垂直高度 BC.

【解】 作 $BC\perp AC$，垂足为 C.

在 Rt△ABC 中，$BC=AB\cdot\sin45°=10\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$(米)

∴ $W=F\cdot S=20\times9.8\times5\sqrt{2}=98\sqrt{2}\approx1385.72$(焦)

答：物体由 B 滑到 A 时重力所做的功为 1385.72 焦.

注意　物体在重力方向上移动的距离不是 AB 而是 BC.

跟踪完全检测题

A 级题　　基础知识

一、填空题

1. △ABC 中，$\angle C$ 为直角，锐角 A 的邻边与斜边的比叫做$\angle A$ 的______，记作______.

2. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=3$，$BC=4$，则 $\sin A=$______，$\cos A=$______，$\sin B=$______，

$\cos B=$______.

3.在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,斜边 AB 是直角边 BC 的 3 倍,则 $\sin A=$______,$\sin B=$______.

4.若一个三角形三边的长分别为 $1、2、\sqrt{3}$,则这个三角形最大内角为______度,最小内角为______度.

5.$\angle A$ 为锐角,则 $\angle A$ 的正弦值的范围为______ $<\sin A<$ ______.

6.求值:$\sin30°+\cos30°=$______;$\sin45°+\cos45°=$______;$\sin^2 60°+\cos^2 60°=$______.

7.在锐角三角形 ABC 中,若 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$,则$\angle C$ 的度数是______.

8.已知 $\sin\alpha=0.7423$,$\cos\beta=0.7423$,则锐角 α 与 β 的关系是______.

9.若 $\sin A=\cos34°$,则锐角 $A=$______度.

10.在△ABC 中,$\angle C=90°$,$a、b、c$ 分别是$\angle A、\angle B、\angle C$ 的对边,则 $a\sin A+b\sin B=$______.

二、选择题

1.在直角三角形中,各边长度都扩大 2 倍,锐角 A 的各三角函数值(　　)

A. 都扩大 2 倍;　　B. 都缩小 2 倍;

C. 没有变化;　　D. 不能确定.

2.已知 $\cos A=\frac{2}{3}$,$\angle A+\angle B=90°$,则 $\sin B$ 等于(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$;　　B. $\frac{1}{3}$;

C. $\frac{2}{3}$;　　D. 以上都不对

3.若 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则锐角 A 等于(　　)

A.30°;　B.45°;　C.60°;　D.75°.

4.在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$AB=6$,$AC=2$,则 $\sin A=$(　　)

A. $\frac{1}{3}$;　B. $\frac{2}{3}$;　C. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$;　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

5.在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,两直角边之比为 1:2,则较小锐角的余弦值为(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$;　B. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$;　C. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$;　D.2.

6.将 $\frac{1}{2}\cos B+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B$ 改写成下列形式的式子,其中写错的一个是(　　)

A. $\sin30°\cdot\cos B+\cos30°\cdot\sin B$;

B. $\sin30°\cdot\cos B+\sin60°\sin B$;

C. $\cos60°\cdot\cos B+\sin60°\cdot\sin B$;

D. $\cos60°\cdot\cos B+\sin30°\sin B$.

三、计算下列各式的值

1. $\frac{1}{2}\sin60°+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos45°+\sin30°\cdot\cos30°$;

2. $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\sin60°+(-2\sqrt{5})^{\circ}-\frac{\sqrt{12}}{4}$;

B 级题　　能力提高

一、填空题

1.若三角形三内角之比是 1:2:3,则这三个角所对边的比是______.

2.等腰三角形底边长 10cm,周长是 36cm,则它的一个底角的正弦值是______.

3.若 α 是锐角,且 $\cos(90°-\alpha)=\frac{1}{3}$,则 $\cos\alpha=$______.

4.若 $2\cos\alpha=1$,则锐角 $\alpha=$______;若 $1-\sqrt{2}\sin\alpha=0$,则锐角 $\alpha=$______.

5.若$\angle A$ 是锐角,$\sin A=1-2a$,则 a 的取值范围是______.

6.已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=m$,α 为锐角,则 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=$______.

7.已知$(\sin A-\frac{1}{2})(2\cos A-1)=0$,$\angle A$ 为锐角,则$\angle A=$______.

8.化简 $\sqrt{1-2\sin40°\cos40°}=$______.

9.已知 $\cos\alpha$(α 为锐角)是方程 $6x^2-13x+6=0$ 的根,则 $\cos\alpha=$______.

10.已知 $a=\sin60°$,$b=\cos45°$,则 $\frac{a+2b}{a-b}+\frac{b}{b-a}$的值为______.

二、选择题

1.在△ABC 中,若 $|\sin A-1|+(\frac{\sqrt{3}}{2}-\cos B)^2$

$=0$,则角 C 的度数是(　　)

A. $75°$;　B. $60°$;　C. $45°$;　D. $30°$.

2. 化简 $|\cos72° - \sin19°|$ 等于(　　)

A. $\cos72° - \sin19°$;　B. $\sin19° - \cos72°$;

C. $\pm(\cos72° - \sin19°)$;　D. $\cos72° + \sin19°$.

3. 直角三角形 ABC 中,$\angle A$ 是锐角,它的对边 y、邻边 x 恰是方程 $|x-2| + |y-1| = 0$ 的解,那么(　　)

A. $\sin A = \frac{1}{2}, \cos A = \frac{2}{5}$;

B. $\sin A = \frac{2}{5}, \cos A = \frac{1}{5}$;

C. $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos A = \frac{2}{5}\sqrt{5}$;

D. $\sin A = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos A = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

4. $\triangle ABC$ 中,$\angle C = 90°$,$\sin A = \frac{3}{5}$,那么 BC、AB 的值为(　　)

A. $BC = 3, AB = 5$;　B. $BC = 0.3, AB = 0.5$;

C. $BC = 0.6, AB = 1$;　D. 以上答案都不完全.

5. 某人沿倾斜角为 β 的斜坡前进 100 米,则他上升的最大高度是(　　)

A. $\frac{100}{\sin\beta}$米;　B. $100\sin\beta$ 米;

C. $\frac{100}{\cos\beta}$米;　D. $100\cos\beta$ 米.

三、解答题

1. 在 $Rt\triangle ABC$ 中,已知 $\angle C = 90°$,$AC = 3\sqrt{3}$,$BC = 3$,求 $\cos A + \cos B + \cos C$ 的值.

2. 在斜边为 10 的 $Rt\triangle ABC$ 中,$\angle C = 90°$,两直角边 a、b 是方程 $x^2 - mx + 3m + 6 = 0$ 的两个根($a < b$),求(1)M 的值;(2)两锐角的正弦值.

3. 已知 a、b、c 分别是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边,若关于 x 的方程 $(b+c)x^2 - 2ax + c - b = 0$ 有两个相等的实根,且 $\sin B \cdot \cos A - \cos B \cdot \sin A = 0$,试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

4. 如图 6-5,在菱形 $ABCD$ 中,$AE \perp BC$ 于 E 点,$EC = 1$,$\sin B = \frac{5}{13}$,求四边形 $AECD$ 的周长.

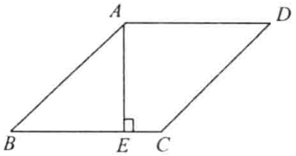


图 6-5

5. 关于 x 的方程 $5x^2 - (10\cos\alpha)x - 7\cos\alpha + 6 = 0$ 有两个相等的实数根,求边长为 10cm,且夹角为 α 的菱形的面积.

6.2 正切和余切

核心学习

学习目标

1. 了解直角三角形中锐角的正切和余切的概念,能够正确地应用 $\tan A$、$\cot A$ 表示直角三角形中两条直角边的比.

2. 熟记 $30°$、$45°$、$60°$角的正切值和余切值,会计算含有这些特殊锐角的三角函数式的值,会由一个特殊角的正切值或余切值,求出它所对应的角度.

3. 了解锐角的正切与余角的余切之间的关系,会通过此关系把一个锐角的正切改写成它的余角的余切,或者把一个锐角的余切改写成它的余角的正切.

中考要求

1. 了解锐角的正切与余切的概念,能够正确地运用 $\tan\alpha$、$\cot\alpha$ 表示直角三角形中两直角边的比.

2. 熟记 $30°$、$45°$、$60°$角的正切值和余切值,会计算含有特殊角的三角函数式的值,会由一个特殊锐角的三角函数值,求出它对应的角度.

重点精析

➡ 重点 1 正切和余切的概念

如图 6－6 所示，在 Rt△ABC 中，锐角 A 的对边与邻边的比叫做∠A 的正切，记作 $\tan A$.

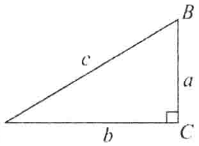


图 6－6

即 $\tan A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=\dfrac{a}{b}$

在 Rt△ABC 中，锐角 A 的邻边与对边的比叫∠A 的余切，记作 $\cot A$.

即 $\cot A=\dfrac{\angle A\text{ 的邻边}}{\angle A\text{ 的对边}}=\dfrac{b}{a}$

☞例如　在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$a=22$，$c=23$，求 $\tan A$ 和 $\cot A$ 的值.

所考知识点：勾股定理，正切和余切的定义.

解题思路：正切和余切表示两条直角边的比，所以应由勾股定理求出另一条直角边 b 的值，再由定义求出 $\tan A$ 和 $\cot A$.

【解】　在 Rt△ABC 中，$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{23^2-22^2}=3\sqrt{5}$.

$\therefore \tan A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{22}{3\sqrt{5}}=\dfrac{22}{15}\sqrt{5}$　$\cot A=\dfrac{b}{a}=\dfrac{3\sqrt{5}}{22}$

说明：同一个角的正切和余切互为倒数.

➡ 重点 2 特殊锐角与其三角函数值的对应关系.

三角函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—
$\cot\alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

☞例如　计算 $\sin^2 30°+\dfrac{\cot 90°}{\cos 0°}-\dfrac{1}{\cos^2 60°}+4\tan^2 45°$

所考知识点：特殊角的三角函数值

解题思路：先把特殊角的三角函数值代入，然后再进行计算.

【解】　原式 $=(\dfrac{1}{2})^2-\dfrac{0}{1}-\dfrac{1}{(\frac{1}{2})^2}+4\times 1^2$

$=\dfrac{1}{4}+0-4+4$

$=\dfrac{1}{4}$

说明：$\tan^2 45°$ 表示 $(\tan 45°)^2$.

➡ 重点 3 互为余角的正切和余切的关系.

在 Rt△ABC 中，$\tan A=\dfrac{a}{b}$　$\cot B=\dfrac{b}{a}$；$\cot A=\dfrac{b}{a}$，$\tan B=\dfrac{b}{a}$

$\therefore \tan A=\cot B$，$\cot B=\tan B$

即 $\tan A=\cot(90°-A)$，$\cot A=\tan(90°-A)$

☞例如　若 α、β 都是锐角，且 $\tan\alpha=\cot\beta$，则 $\alpha+\beta=$______.

所考知识点：所考知识点：互为余角三角函数间的关系.

解题思路：由 $\tan\alpha=\cot\beta$，可确定 α、β 互为余角.

【解】　$\because \tan\alpha=\cot\beta$，又 $\because \alpha$、β 都是锐角

$\therefore \alpha+\beta=90°$

说明：α、β 互余可知 $\tan\alpha=\cot\beta$，反过来，已知 $\tan\alpha=\cot\beta$，同时又都是锐角，可知 α、β 互为余角.

➡ 重点 4 同角三角函数值之间的关系.

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$

$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$　$\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

☞例如　已知 α 为锐角，且 $\tan\alpha\cdot\tan 21°=\tan 45°$，则 α 等于______度.

所考知识点：同角的正切和余切的关系，互为余角正切和余切的关系以及特殊角的正切值.

解题思路 $\tan45°=1$,从而 $\tan\alpha$ 与 $\tan21°$ 互为倒数,又知 $\tan\alpha$ 与 $\cot\alpha$ 互为倒数,故 $\tan21°=\cot\alpha$,可知 α 的度数.

【解】 $\because \tan\alpha\cdot\tan21°=\tan45°$

$\therefore \tan\alpha\cdot\tan21°=1$

又 $\because \tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$

$\therefore \tan21°=\cot\alpha$ $\therefore \alpha=90°-21°=69°$

注意 弄清同角的正切和余切互为倒数与互为余角的余切和正切的相等关系.

难点突破

➡ **难点** 正切和余切的概念.

1.“$\tan A$”和“$\cot A$”都是一个完整的符号,不能写成“$\tan\cdot A$”或“$\cot\cdot A$”

2.“$\tan A$”和“$\cot A$”没有单位,表示两条直角边的比只与$\angle A$的大小有关,与角的两边的长短无关. $\tan A>0$,$\cot A>0$(A为锐角).

3.角的表示方法与“$\sin A$”、“$\cos A$”中角的表示方法相同.

☞**例如** 如图 6-7,菱形 $ABCD$ 对角线 $AC=6$,$BD=8$,$\angle ABD=\alpha$,则下列结论正确的是( )

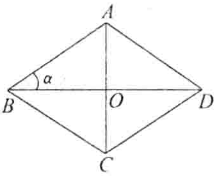


图 6-7

A. $\sin\alpha=\frac{4}{5}$

B. $\cos\alpha=\frac{4}{3}$

C. $\tan\alpha=\frac{3}{5}$ D. $\tan\alpha=\frac{3}{4}$

所考知识点 菱形的性质,以及三角函数的定义.

解题思路 突破这个难点的关键是牢记锐角三角函数中正切、余切、正弦、余弦的概念,同时借助于图形更容易些.此题中四边形是菱形,两条对角线互相垂直平分,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,三条边均可求,$\sin\alpha=\frac{OA}{AB}=\frac{3}{5}$,$\cos\alpha=\frac{OB}{AB}=\frac{4}{5}$ $\tan\alpha=\frac{OA}{OB}=\frac{3}{4}$,故选 D.

经典例题剖析

☞**经典例题 1** 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,如果 $\cos A=\frac{4}{5}$,那么 $\tan B$ 的值为( ).

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

所考知识点 余弦、正切的定义及勾股定理.

解题思路 欲求 $\tan B$ 应先求出它的对边 b 与邻边 a 的比,已知 $\cos A=\frac{4}{5}$,由此可知它的三条边之间的比.

【解】 设 AC 边为 $4x$,则由 $\cos A=\frac{4}{5}$ 得 $AB=5x$

由勾股定理得 $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=3x$

$\therefore \tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{4x}{3x}=\frac{4}{3}$

【答案】 选 D.

说明 给定一个角的某一锐角三角函数值而求一个角的另一三角函数值时,常常设一条边为 kx,从而得出其他边长,再由定义,求出另一三角函数值.

☞**经典例题 2** 计算 $2\sin30°-2\cos60°+\tan45°+\cot44°\cdot\cot46°$.

所考知识点 特殊角的三角函数值以及同角正切和余切的关系,互为余角正切和余切的关系.

解题思路 对于特殊角的三角函数值直接代值计算,对于 $\cot44°$、$\cot46°$先利用互为余角的正切和余切关系转化成同角的正切、余切的乘积.

【解】 解:原式 $=2\times\frac{1}{2}-2\times\frac{1}{2}+1+\tan46°\cdot\cot46°$

$=1-1+1+1$

$=2$

说明 本题关键在于要注意到 $44°$ 和 $46°$ 互为余角.

☞**经典例题 3** 已知 A、B 为直角三角形 ABC 的两个锐角,那么关于 x 的方程 $\tan Ax^2-2x+\tan B$