中学物理

典型题例析与多解

浙江教育出版社

中学物理

典型题例析与多解

杨祖荫　　张瑞华

浙江教育出版社

中学物理

典型题例析与多解

杨祖荫　张瑞华

*

浙江教育出版社出版

杭州武林路125号

宁波甬江印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本787×1092　1/32　印张12.5　字数289,000

1984年1月新　一　版

1984年1月第一次印刷

印数：00,001—100,000

统一书号：7346·56

定　　价：1.07元

前　　言

发展智力、培养能力，今天已成为教师、家长、学生共同关心的问题。对中学生来说，要能够确切地解释一些自然界中的物理现象、正确地分析处理所遇到的物理问题，以及进一步从事实验研究，关键是理解物理的基本概念，掌握基本规律，提高运算技巧，增强观察能力。而分析和解答物理习题是把知识转化为能力的一条重要途径，因此我们要十分重视提高学生的解题能力。然而，如果以为多多益善，不加区别地布置大量作业，那又会适得其反。

《中学物理典型题例析与多解》，试图从选取典型题入手，对它们进行较全面的剖析，从分析已知条件和待求的物理量的关系，引出多种解题的思考途径和方法，并指出常见的错误和产生的原因，从个别上升到一般，由此找出解题的共同规律和一些特殊的技能技巧。这样也许对开阔学生思路，激发学习兴趣，提高分析和解决问题的能力会有些帮助。

这里共编拟各种类型的典型题一百五十余道，其中包括力学、热学、电磁学、几何光学、近代物理学基础等部分，以力学和电磁学为重点。这些题目的特点是概念性强，灵活性较大，并有一定的深度和难度。通过例析和多解，希望能帮助读者掌握物理的基本原理和基本解题方法，达到举一反三的目的。

编写过程中，承几位老师帮助审阅，提出许多宝贵的意见，同时也参考选用了部分书籍的某些习题，谨在此表示衷心的感谢！

目　录

1 力 学

运 动 学

1—1 甲乙两个游泳运动员，甲在东西方向的河流南岸，乙在北岸，彼此相距 S. 甲乙两处连线方向与河岸方向成 α 角，如图 1—1 所示. 已知甲在静水中的最大游泳速度为 v_1，乙在静水中最大游泳速度为 v_2，甲乙两人同时开始运动. (1) 求他们从出发到相遇需要的最短时间；(2) 问他们的运动方向如何？设水的流速保持不变.

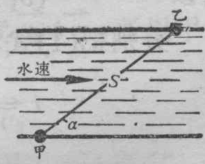

图 1—1

〔解法一〕如果水无流速，则他们为了在最短时间内相遇，一定沿着他们的连线以最大速度相对运动. 但水有一定流速，所以就不能简单地认为他们还是相对地运动. 为此设河水的流速为 v，方向向东，要使两人相遇，甲的游泳方向为北偏东 β 角度，乙的游泳方向为南偏西 γ 角度. 如图 1—2 所示. 并设从出发到相遇经过时间 t. 为解题方便把 v_1 和 v_2 分别分解为沿河岸方向和垂直河岸方向的两个分速. 则在时间 t 内，甲、乙两人在垂直河岸的方向上

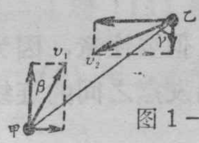

图 1—2

各自运动的距离为

$$S_1 = v_1 \cos\beta \cdot t$$

$$S_2 = v_2 \cos\gamma \cdot t$$

但 $$S_1 + S_2 = S\sin\alpha,$$

所以 $$(v_1\cos\beta + v_2\cos\gamma)t = S\sin\alpha \tag{1}$$

同时，在时间 t 内，甲、乙两人在沿河岸方向上各自运动的距离为

$$S_1' = (v_1\sin\beta + v)t$$

$$S_2' = (v_2\sin\gamma - v)t$$

但 $$S_1' + S_2' = S\cos\alpha,$$

所以 $$(v_1\sin\beta + v_2\sin\gamma)t = S\cos\alpha \tag{2}$$

分别把(1)式和(2)式平方后再相加，得

$$t = \frac{S}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\beta-\gamma)}}$$

可见当 $\beta=\gamma$ 时，t 有最小值为

$$t_{\min} = \frac{S}{v_1+v_2}$$

把 $\beta=\gamma$ 分别代入(1)式和(2)式，得

$$(v_1+v_2)t\cos\beta = S\sin\alpha$$

$$(v_1+v_2)t\sin\beta = S\cos\alpha$$

把这两式相比得

$$\mathrm{ctg}\,\beta = \mathrm{tg}\,\alpha$$

所以 $$\beta = \gamma = 90° - \alpha$$

说明这两个运动员应该始终向着对方游，但要注意，因为流水的影响他们的实际游泳路线并不与两个出发点之间的连线重合.

〔解法二〕因水流在相同的时间内把甲乙两人向下游漂移

同样的距离 vt（其中 v 为水的流速，t 为甲、乙划游时间）. 所以可先除去水的流速影响. 为此，只要认为甲、乙两人各自从原来出发点下游 vt 的地方同时开始游，如图1—3所示. 这样就把有水速的问题归结为在静水中的问题了. 显然，要在最短时间 t_{min} 相遇，甲、乙两必须沿着两个新出发点的连线相对地游. 因此最短时间 t_{min} 为

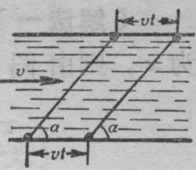

图1—3

$$t_{min}=\frac{S}{v_1+v_2}$$

运动方向各自朝着对方.

〔解法三〕用相对速度解. 采用速度的矢量记号. 甲相对于河岸的速度为 $\vec{v_1}+\vec{v}$，乙相对于河岸的速度 $\vec{v_2}+\vec{v}$，所以甲相对于乙的速度 $\vec{v_{12}}$ 为

$$\vec{v_{12}}=(\vec{v_1}+\vec{v})-(\vec{v_2}+\vec{v})=\vec{v_1}-\vec{v_2}$$

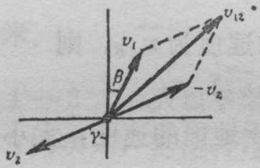

图1—4

作矢量图如图1—4所示，由图可见，当 $\beta=\gamma$ 时，即甲、乙都朝着与河岸成 α 角的方向游时，v_{12} 为最大，且等于 v_1+v_2. 因此需要的最短时间 t_{min} 为

$$t_{min}=\frac{S}{v_1+v_2}$$

由于 $\beta=\gamma$，所以甲、乙的游泳方向将始终朝着对方.

〔答〕(1) 他们从出发到相遇的最短时间为 $\frac{S}{v_1+v_2}$；

(2) 甲、乙两人的运动方向始终朝着对方，即都与河岸成 α 角.

1—2　两车各沿互相垂直的公路（如图1—5）向着交

点O行驶，A车离O点1千米，车速v_A为40千米/小时，B车距O点0.5千米，车速v_B为30千米/小时，求两车在何时相距最近，距离是多少？

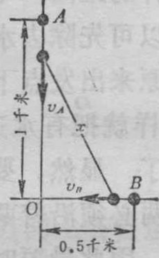

图1—5

〔解法一〕设在t小时后两车之间距离为x，则由图1-5可知

$$x^2=\left(\frac{1}{2}-30t\right)^2+(1-40t)^2$$

即
$$x^2=2500t^2-110t+\frac{5}{4}$$

根据二次函数求极值的方法可得，当$t=\frac{11}{500}$小时时，x^2有一极小值$\frac{1}{25}$，即x有极小值$\frac{1}{5}$千米.

〔解法二〕用相对速度解.

在任何时刻，A车相对于B车的速度为$\overrightarrow{v}_{AB}$，则

$$\overrightarrow{v}_{AB}=\overrightarrow{v}_A-\overrightarrow{v}_B=\overrightarrow{v}_A+(-\overrightarrow{v}_B)$$

式中$\overrightarrow{v}_A$、$\overrightarrow{v}_B$分别为A车和B车相对于地面的速度，大小分别为v_A、v_B. 由图1—6可知

$$v_{AB}=\sqrt{v_A^2+v_B^2}=\sqrt{40^2+30^2}=50\text{千米/小时}$$

且以$\theta=\text{arc tg}\,\frac{3}{4}$的方向由$A$指向$D$处.

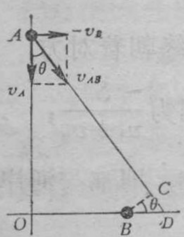

图1—6

说明由B车中的观察者看来，A车以一大小和方向都不变的速度$\overrightarrow{v}_{AB}$向着如图1—6所示的D点运动，因此，假定为不动的B车与相对于它运动的A车之间的最近距离，显然是B到AD的垂直距离BC，所以

$$BD=OD-OB=1\times\operatorname{tg}\theta-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\text{(千米)}$$

$$AC=AD-CD=\frac{AO}{\cos\theta}-BD\sin\theta$$

$$=\frac{1\times5}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{11}{10}\text{(千米)}$$

所以两车最近距离为

$$BC=BD\cos\theta=\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{5}\text{(千米)}$$

所用时间 t 为：

$$t=\frac{AC}{v_{AB}}=\frac{\frac{11}{10}}{50}=\frac{11}{500}\text{(小时)}$$

〔答〕当经过$\frac{11}{500}$小时时两车距离最近，且这最近距离为$\frac{1}{5}$千米.

1—3　一人以7米/秒的速度向北奔跑时，感觉风从正西北方向吹来，当他转弯向东以1米/秒速度行走时，感觉风从正西南方向吹来. 求风速.

〔解法一〕人向北运动时感觉到风从正西北方向吹来，说明风有西风分量，设为v_x；人向东运动时，感觉风从正西南方向吹来，说明风有南风分量，设为v_y.

风既然有南风分量，而人在向北运动时却感觉到风相对他有北风分量，说明人向北的速度7米/秒比v_y大，此北风分量大小应为$7-v_y$. 又因感觉到的是正西北风，所以北风分量大小与西风分量v_x大小相等，即

$$v_x=7-v_y \tag{1}$$

人以 1 米/秒速度向东运动时，感觉风是正西南风，说明西风分量比人向东运动的速度大．而且相对于人的西风分量大小与南风分量大小相等，即

$$v_y = v_x - 1 \tag{2}$$

解(1)、(2)两式得

$$v_y = 3(\text{米/秒}) \qquad v_x = 4(\text{米/秒})$$

所以风速 v 的大小为：

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5(\text{米/秒})$$

风速 v 的方向用东偏北的角度 α 表示：

$$\alpha = \operatorname{arc\,tg}\frac{v_y}{v_x} = \operatorname{arc\,tg}\frac{3}{4} = 36^\circ 52'$$

〔解法二〕人向北运动时感觉到风从正西北方向吹来，说明风有西风分量，人向东运动时感觉风从正西南吹来，说明风有南风分量，所以风速 $\vec{v}_A$ 的方向是东偏北某个角度 α．设人向北运动速度 $\vec{v}_B'$，向东运动速度 $\vec{v}_B''$，风相对于北行的人速度为 $\vec{v}_{AB}'$，风相对于东行的人速度为 $\vec{v}_{AB}''$，则 $\vec{v}_{AB}'$ 向正东南，$\vec{v}_{AB}''$ 向正东北．画出矢量图，如图 1—7 和图 1—8 所示．

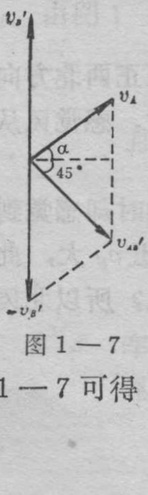

图 1—7

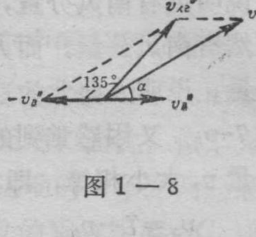

图 1—8

从图 1—7 可得

$$\frac{v_A}{\sin 45°}=\frac{v_B'}{\sin(45°+\alpha)} \tag{1}$$

从图1—8可得

$$\frac{v_A}{\sin 135°}=\frac{v_B''}{\sin(45°-\alpha)} \tag{2}$$

由(1)、(2)两式得

$$v_B'\sin(45°-\alpha)=v_B''\sin(45°+\alpha)$$

$$7(\cos\alpha-\sin\alpha)=\cos\alpha+\sin\alpha$$

$$\alpha=\mathrm{arc\,tg}\frac{3}{4}=36°52'$$

代入(1)式得

$$v_A=\frac{v_B'\sin 45°}{\sin(45°+\alpha)}=5(米/秒)$$

〔答〕风速大小为5米/秒；方向东偏北36°52′.

〔题解小结〕

1.先对相对运动的一般公式

$$\vec{v}_{AB}=\vec{v}_A-\vec{v}_B$$

作一简单说明.

公式中的$\vec{v}_A$和$\vec{v}_B$分别是A、B两物体以第三者（一般以地球）为参照系的速度矢量，$\vec{v}_{AB}$是A相对于B的速度矢量，即A相对于假定为不动的B的速度矢量，或说成以B为参照系时A的速度矢量.

解题时可以直接利用这个公式，通过各矢量之间的相互关系求得解答，也可以运用这一公式的分量式

$$\begin{cases} v_{ABx}=v_{Ax}-v_{Bx} \\ v_{ABy}=v_{Ay}-v_{By} \end{cases}$$

把矢量加减运算简化为代数运算.

2.本题是一道运动方向不共线（即运动方向不在一条直线上）的二物体的相对运动问题. 在解法一中把风的速度先作正交分解，分解为 v_x 和 v_y.这样不共线的相对运动问题就简化为共线的相对运动问题，利用相对运动公式的分量式把矢量加减法化为代数运算，便于解答问题.

3.在解法二中直接应用相对运动公式，运用矢量加减法求解. 这就需要一定的几何和三角学知识以及矢量加减法的运算技巧.

1—4　甲乙两地相距 8 米，物体 A 由甲地向乙地方向作匀加速运动，初速度为零，加速度为 2 米/秒^2；物体 B 由乙地出发做匀速运动，速度为 4 米/秒，运动方向与 A 相同，但比 A 早一秒钟开始运动. (1) 求物体 A 开始运动后经过多少时间追及物体 B？相遇处距甲地多远？(2) 相遇前什么时候两物相距最远？相距几米？

〔解法一〕

(1) 作运动简图，如图 1—9 所示. 设 A 物经过 t 秒钟追及 B 物，则这时 A 物对出发点甲地的距离为

图 1—9

$$S_A=\frac{1}{2}at^2$$

B 对乙地的距离为：

$$S_B=v_B(t+1)$$

因乙地在甲地前 8 米，所以在 A 追及 B 时，

$$S_A=8+S_B$$

即 $$\frac{1}{2}at^2=8+v_B(t+1)$$

代入数据得

$$t^2-4t-12=0$$

解方程，可得

$t=6$（秒）（还有一根为负，不合理，舍去）

追及处距甲地的距离为

$$S_A=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\times 2\times 6^2=36(\text{米})$$

(2) 设S为A、B两物在相遇前任意时刻t的距离.

则 $$S=v_B(t+1)+8-\frac{1}{2}at^2$$

用配方法可得到：

$$S=\frac{v_B^2+2a(v_B+8)}{2a}-\frac{a}{2}\left(t-\frac{v_B}{a}\right)^2$$

由上式可知，当$t=\frac{v_B}{a}$，即$v_B=at$时，S最大，设这一时刻为t_1，则

$$t_1=\frac{v_B}{a}=\frac{4}{2}=2\ (\text{秒})$$

追及前最大距离为

$$S_m=\frac{v_B^2+2a(v_B+8)}{2a}$$

$$=\frac{4^2+2\times 2\times(4+8)}{2\times 2}=16(\text{米})$$

〔解法二〕从物理意义的角度，通过分析A、B的运动特点也可求出A追及B前两物的最大间距以及与此相应的时刻.

由于开始时B的速度比A大，所以A、B两物的距离越拉越长. 随着时间延续，A的速度不断增大，而B的速度恒定不变，所以，虽然在单位时间内B物所行距离与A物所行距离之差在不断减小，但单位时间内B物所通过的距离仍然比A大，

因此两物距离仍然在拉长，当经过某一时刻 t_1（两物速度相等的时刻）后，A 的速度比 B 大了，这样在单位时间内 A 物所通过距离就比 B 物多了，AB 间的距离渐趋缩短. 两物不断靠拢，所以在 A、B 两物速度等大时刻它们的距离最大，计算简述如下

由 $$v_B=at_1$$

得 $$t_1=\frac{v_B}{a}=\frac{4}{a}=2\ (\text{秒})$$

所以 $$S_m=v_B\,(t_1+1)+8-\frac{1}{2}at_1^2$$

$$=4\times(2+1)+8-\frac{1}{2}\times2\times2^2=16(\text{米})$$

A 物追及 B 物时刻以及追及处离甲地距离的求法与解法一同.

〔答〕物体 A 开始运动后经过 6 秒钟追及 B 物，追及处距甲地36米；追及前自 A 物运动后 2 秒末它们相距最远，这距离为16米.

〔题解小结〕

1.比较上述两种解法.解法一要解二次方程、求二次函数的极值，解法二避免了这一计算. 解法一纯粹依靠数学方法得到在追及前两车之间的最大距离，至于为何存在这个最大距离，物理意义是不清楚的，而解法二中却讲清了问题的道理.

2.解物理习题要用到数学方法，但解物理习题不等于解数学习题. 前者的主要目的应该是通过解题掌握基本概念，熟悉基本原理.

1—5　作匀变速直线运动的汽车通过某一段距离 S 的时间为 t_1，通过下一段同样长距离的时间为 t_2，求证汽车的加速度

$$a=\frac{2S(t_1-t_2)}{t_1t_2(t_1+t_2)}$$

〔证明一〕 作运动简图，如图1—10所示.

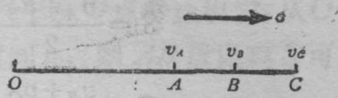

图 1—10

图中O为汽车运动的出发点，第一段S为图中AB间距离，第二段S为图中BC间距离. 设汽车在A、B、C各点速度分别为v_A、v_B、v_C，则根据匀变速直线运动位移公式，可得

$$S=v_At_1+\frac{1}{2}at_1^2 \quad (\text{从}A\text{运动到}B) \qquad (1)$$

$$S=v_Bt_2+\frac{1}{2}at_2^2 \quad (\text{从}B\text{运动到}C) \qquad (2)$$

(1) 式两边同乘以t_2，(2) 式两边同乘以t_1得

$$St_2=v_At_1t_2+\frac{1}{2}at_1^2t_2 \qquad (3)$$

$$St_1=v_Bt_1t_2+\frac{1}{2}at_2^2t_1 \qquad (4)$$

(4) 式减去(3) 式，并考虑到$v_B-v_A=at_1$，得

$$\begin{aligned}S(t_1-t_2)&=(v_B-v_A)t_1t_2+\frac{at_1t_2}{2}(t_2-t_1)\\&=at_1^2t_2+\frac{at_1t_2}{2}(t_2-t_1)\\&=at_1t_2\left[t_1+\frac{1}{2}(t_2-t_1)\right]\\&=at_1t_2\frac{t_1+t_2}{2}\end{aligned}$$

解得 $$a=\frac{2S(t_1-t_2)}{t_1t_2(t_1+t_2)} \quad \text{得证}$$

〔证明二〕 由匀变速直线运动某段时间内的平均速度的特点可得

$$S=\frac{v_A+v_B}{2}t_1 \qquad (1)$$

$$S=\frac{v_B+v_C}{2}t_2 \qquad (2)$$

(1) 式两边同乘 $2t_2$，(2) 式两边同乘 $2t_1$，得

$$2St_2=v_At_1t_2+v_Bt_1t_2 \qquad (3)$$

$$2St_1=v_Bt_1t_2+v_Ct_1t_2 \qquad (4)$$

(4) 式减去(3) 式，且考虑到 $v_C-v_A=a(t_1+t_2)$，得

$$2S(t_1-t_2)=t_1t_2(v_C-v_A)$$

即 $$2S(t_1-t_2)=t_1t_2a(t_1+t_2)$$

解得 $$a=\frac{2S(t_1-t_2)}{t_1t_2(t_1+t_2)}$$ 得证

〔证明三〕 由匀变速直线运动的位移、加速度和速度之间的关系，可得

$$(v_B+at_2)^2-v_B^2=2aS \qquad (1)$$

$$v_B^2-(v_B-at_1)^2=2aS \qquad (2)$$

(1) 式与(2) 式相加得

$$(v_B+at_2)^2-(v_B-at_1)^2=4aS$$

即 $$a(t_1+t_2)[2v_B+a(t_2-t_1)]=4aS$$

或 $$2v_B=\frac{4S}{t_1+t_2}+a(t_1-t_2) \qquad (3)$$

现再把(1) 式整理成如下形式：

$$2v_Bt_2+at_2^2=2S \qquad (4)$$

把(3) 式代入(4) 式得

$$\left[\frac{4S}{t_1+t_2}+a(t_1-t_2)\right]t_2+at_2^2=2S$$

整理后解得 $$a=\frac{2S(t_1-t_2)}{t_1t_2(t_1+t_2)}$$ 得证