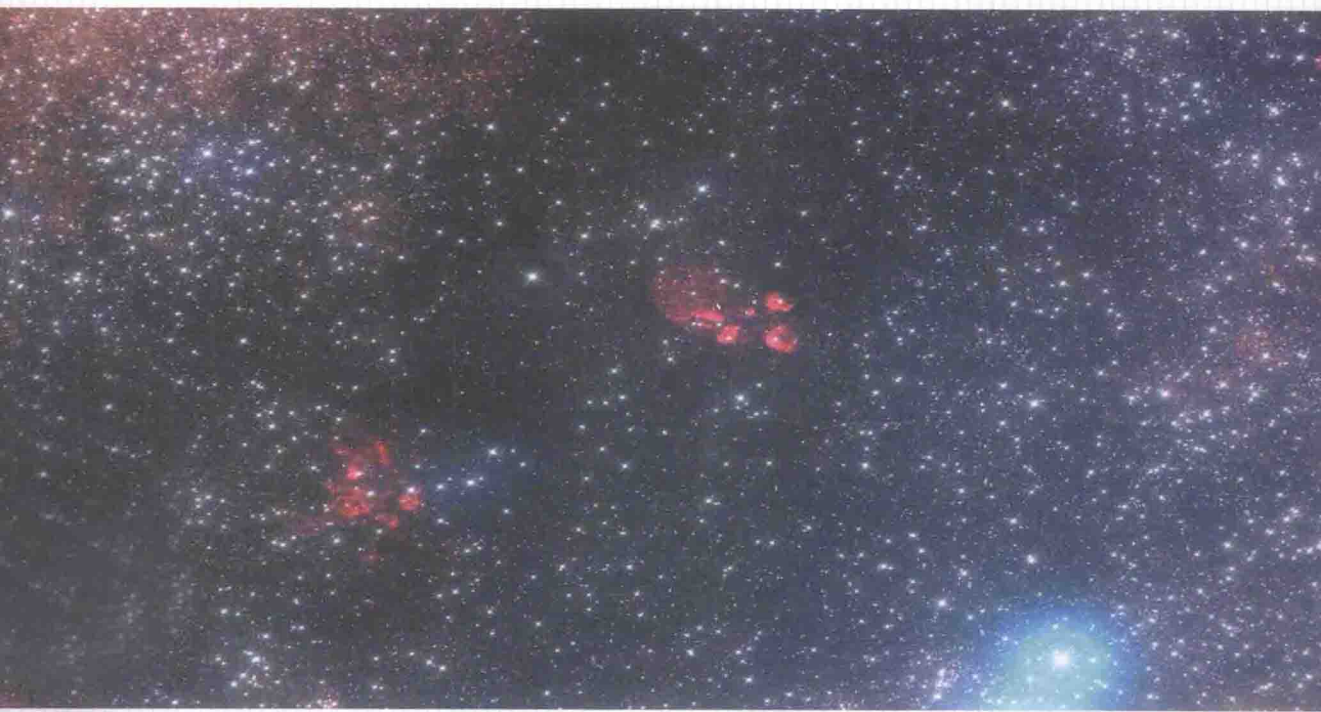


大学物理基本概念及习题

College Physics Concepts and Analyses

吕洪凤 主 编

刘玉颖 桑红毅 副主编



中国农业大学出版社

CHINA AGRICULTURAL UNIVERSITY PRESS

大学物理基本概念及习题

College Physics Concepts and Analyses

吕洪凤 主 编

刘玉颖 桑红毅 副主编



中国农业大学出版社

CHINA AGRICULTURAL UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书编写内容涉及力学、热学、光学、电磁学、量子与相对论等,各章节主要内容有内容简介、概念陈述、求解问题的基本思路与方法、典型例题分析、自测题(含答案)及科技应用等。全书共分为2个部分。第一部分为中文内容,重分析、简求解,主要为读者从中学到大学提供一个过渡,以提高认识、加深理解;第二部分为英文内容,重概念及趣味性,主要适应教育国际化的社会需求。两部分既相辅相成,又独立成章。附录含专业词汇对照表、数学基础及常用物理公式表。本书虽涉及面广,但本着科普和通识的目的,着重概念、理解和应用,其难度和深度对理科生和文科生都适合。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理基本概念及习题/吕洪凤主编. —北京:中国农业大学出版社,2014. 11

ISBN 978-7-5655-1116-5

I. ①大… II. ①吕… III. ①物理学-高等学校-教学参考资料 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 258736 号

书 名 大学物理基本概念及习题

作 者 吕洪凤 主编

策划编辑 宋俊果 潘晓丽

封面设计 郑 川

出版发行 中国农业大学出版社

社 址 北京市海淀区圆明园西路2号

电 话 发行部 010-62818525, 8625

编辑部 010-62732617, 2618

网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>

经 销 新华书店

印 刷 北京时代华都印刷有限公司

版 次 2014年11月第1版 2014年11月第1次印刷

规 格 787×1 092 16开本 14.25印张 352千字

定 价 31.00元

责任编辑 潘晓丽

责任校对 王晓凤

邮政编码 100193

读者服务部 010-62732336

出 版 部 010-62733440

e-mail cbsszs @ cau.edu.cn

图书如有质量问题本社发行部负责调换

编委会名单

Editorial Committee

黄冠华(Huang Guanhua)

许廷武(Xu Tingwu)

冯伟哲(Feng Weizhe)

焦群英(Jiao Qunying)

王 宁(Wang Ning)

主 编 吕洪凤(Lü Hongfeng)

副主编 刘玉颖(Liu Yuying) 桑红毅(Sang Hongyi)

前 言

在邓小平同志“教育要面向世界、面向未来、面向现代化”的教育方针指引下,中国农业大学一直在探索和发展多种形式和层次的国际化教育。我们的全英文大学物理课程选用优秀原版教材,教学内容和教学手段与国际接轨,使学生在国内接受相关的英文大学物理教育。

在多年的教学经验中,我们发现:要走向国门的中國学生苦于英文的词汇量大,已走进中国的外國学生则多因科学基础差,均导致听课跟不上、题目难理解等问题。另外,大学物理引入了中学很少接触的微积分及矢量等概念和计算,与以往的不变量及无方向量的思维方法不同,也加深了英文大学物理学习的困难。

由于物理学教育对于大学生素质教育的作用是何其他学科无法代替的。抛开繁杂的数学计算,大学物理教学的主要目的是使学生掌握、理解基本的物理原理与概念,通过学习自然界的各类基本相互作用来更好地理解和认识世界。

为此,我们编写了本书,主要强调物理概念和各模型间本质性的关联。各章节的编写内容包括主要内容简介、求解问题的基本思路与方法、典型例题分析、自测题(含答案)及科技应用等。本书虽涉及面广,但本着科普和通识的目的,着重概念、理解和应用,其难度和深度对理科生和文科生都适合。

全书共分为2部分。第一部分为汉语内容,重分析、简求解,主要为读者从中学到大学提供一个过渡,以提高认识、加深理解;第二部分为英文内容,重概念及趣味性,主要适应教育国际化的社会需求。两部分既相辅相成,又可独立成章。附录含专业词汇对照表、数学基础及常用物理公式表。

本书的主要特色是:

(1)受众群体明确。主要面对的是国际化教育的学生,也可供其他修大学物理课程的文、理科各专业的学生做参考。

(2)启发性强。总结各章节的重点、难点,深入浅出地讲解现有的物理知识体系,以期培养由单一学科学习型向综合应用型人才转变。

(3)实用与创新并重。在通晓物理概念的基础上,帮助和启发学生理解各类理论在日常生活中的应用,着重展现近年的新知识与技术。

(4)还原历史,培养理性思维。针对概念引入,设计不同深度的问题,培养学生的独立思考能力;同时用物理学史回顾这些问题的解决途径,使学生更容易接受并建立起相应的理性思维体系。

以上各点均有利于同学们成长为具有国际视野、独立思考能力及科学文化素养的创新型人才。

本书力学、光学由吕洪凤编写,电磁学、相对论、量子力学基础等由刘玉颖编写,热学由桑红毅编写。

由于编者水平有限,不足之处敬请读者批评指正。

编 者

2014年9月于北京

目 录

第一部分 力学	1
第一章 质点运动学	1
一、基本概念	1
二、解题思路与方法	2
三、典型例题分析	4
四、自测题(含答案)	4
第二章 质点动力学	7
一、基本概念	7
二、解题思路与方法	7
三、典型例题分析	7
四、自测题(含答案)	8
第三章 动量守恒和能量守恒定律	11
一、基本概念	11
二、解题思路与方法	11
三、典型例题分析	12
四、自测题(含答案)	12
第四章 刚体	16
一、基本概念	16
二、解题思路与方法	17
三、典型例题分析	19
四、自测题(含答案)	20
第五章 振动	23
一、基本概念	23
二、解题思路与方法	24
三、典型例题分析	25
四、自测题(含答案)	25
第六章 波动	28
一、基本概念	28
二、解题思路与方法	30
三、典型例题分析	31

四、自测题(含答案)	32
第二部分 光学	35
第七章 波动光学	35
一、基本概念	35
二、解题思路与方法	38
三、典型例题分析	39
四、自测题(含答案)	40
第三部分 热学	43
第八章 分子动理论	43
一、基本概念	43
二、重点难点内容解析	43
三、典型例题分析	47
第九章 热力学	50
一、基本概念	50
二、重点难点内容解析	50
三、典型例题分析	56
第四部分 电磁学	62
第十章 电场强度和高斯定理	62
一、基本概念	62
二、解题思路与方法	65
三、典型例题分析	65
四、自测题(含答案)	67
第十一章 电势、电容和电介质	70
一、基本概念	70
二、解题思路与方法	73
三、典型例题分析	73
四、自测题(含答案)	75
第十二章 稳恒磁场	78
一、基本概念	78
二、解题思路与方法	81
三、典型例题分析	81
四、自测题(含答案)	82
第十三章 电磁感应和电磁场	85
一、基本概念	85
二、解题思路与方法	87
三、典型例题分析	87

四、自测题(含答案).....	88
第五部分 近代物理	91
第十四章 狭义相对论	91
一、基本概念.....	91
二、解题思路与方法.....	92
三、典型例题分析.....	92
四、自测题(含答案).....	94
第十五章 量子物理	95
一、基本概念.....	95
二、典型例题分析.....	98
Part 1 Mechanics	100
Chapter 1 Kinematics	100
1. Basic Concepts	100
2. Problem Solving Strategies	102
3. Typical Examples	102
4. Exercises	103
Chapter 2 Dynamics	105
1. Basic Concepts	105
2. Problem Solving Strategies	106
3. Typical Examples	106
4. Exercises	107
Chapter 3 Momentum and Energy	109
1. Basic Concepts	109
2. Problem Solving Strategies	111
3. Typical Examples	112
4. Exercises	113
Chapter 4 Rotational Dynamics	116
1. Basic Concepts	116
2. Problem Solving Strategies	118
3. Typical Examples	118
4. Exercises	121
Chapter 5 Vibration	123
1. Basic Concepts	123
2. Problem Solving Strategies	124
3. Typical Examples	125
4. Exercises	126

Chapter 6 Wave	128
1. Basic Concepts	128
2. Problem Solving Strategies	133
3. Typical Examples	133
4. Exercises	134
Part 2 Wave Optics	137
Chapter 7 Optics	137
1. Basic Concepts	137
2. Problem Solving Strategies	140
3. Typical Examples	141
4. Exercises	143
Part 3 Thermal Physics	146
Chapter 8 Kinetic Molecular Theory	146
1. Basic Concepts	146
2. Problem Solving Strategies	148
3. Typical Examples	148
4. Exercises	149
Chapter 9 Thermodynamics	151
1. Basic Concepts	151
2. Problem Solving Strategies	153
3. Typical Examples	154
4. Exercises	156
Part 4 Electricity and Magnetism	158
Chapter 10 Electric Field and Gauss's Law	158
1. Basic Concepts	158
2. Problem Solving Strategies	162
3. Typical Examples	163
4. Exercises	165
Chapter 11 Electric Potential, Capacitance and Dielectric	167
1. Basic Concepts	167
2. Problem Solving Strategies	170
3. Typical Examples	170
4. Exercises	173
Chapter 12 Steady Magnetic Field	176
1. Basic Concepts	176
2. Problem Solving Strategies	179

3. Typical Examples	180
4. Exercises	181
Chapter13 Electromagnetic Induction Electromagnetic Field	184
1. Basic Concepts	184
2. Typical Examples	185
3. Exercises	187
Part 5 Modern Physics	189
Chapter 14 Special Relativity	189
1. Basic Concepts	189
2. Typical Examples	190
3. Exercises	192
Chapter 15 Quantum Physics	194
1. Basic Concepts	194
2. Typical Examples	196
3. Exercises	199
附录 (Appendix)	200
一、专业词汇 (Vocabulary)	200
二、数学基础 (Mathematics in Use)	211
三、物理公式 (Formula Sheet)	213
参考文献 (Reference)	216

第一部分 力学

第一章 质点运动学

本章研究物体的位置随时间的变化。主要内容:物理模型、质点、质量、参照系;质点运动学、矢量(位置、位移、速度、加速度);相对运动。

一、基本概念

质点:具有一定质量的点。质点是一物理模型,在研究某一物体的运动时,其大小、形状可以忽略,或只考虑其平动时,该物体可视为质点。

位矢:在选定的参考系中建立坐标系如图 1-1 所示,在时刻 t , 质点 P 在坐标系中的位置可用坐标 (x, y, z) 表示,也可用矢量 $\vec{r}(t)$ 来表示,该矢量称位置矢量。

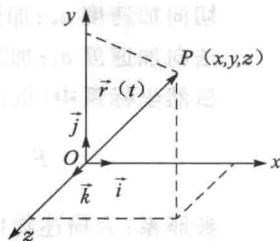


图 1-1

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}; \quad |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位移:设在时间 $\Delta t = t_2 - t_1$ 内质点由 A 点运动到 B 点,其位移为由 A 点指向 B 点的矢量,称位移矢量(图 1-2)。

$$\overrightarrow{AB} = \Delta \vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

速度:描述物体运动快慢的物理量,是位矢对时间的微商,方向为运动轨迹曲线在该时刻的切向方向。

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$\text{速度} \quad \vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z$$

$|\vec{v}| = v$ 只有大小,没有方向,称速率。

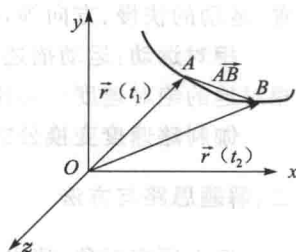


图 1-2

加速度:描述物体速度改变快慢的物理量,是速度对时间的微商,为速度变化量与发生这一变化所用时间比值 $\Delta v / \Delta t$ 的趋零极限。

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z \quad |\vec{a}| = a$$

圆周运动的角量描述:角坐标、角位移、角速度、角加速度。

角坐标 θ (图 1-3):描述质点转动的位置。

角位移 $\Delta\theta$:描述质点转动位置的变化。

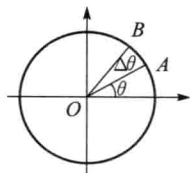


图 1-3

角速度 ω :描述质点转动的快慢。

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}; \quad \omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

角加速度 α :描述质点转动角速度变化的快慢。

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$ds = R d\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

线量和角量的关系:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

瞬时加速度:速度的瞬时变化率。

切向加速度 a_n :加速度在切向的分量,方向沿切线方向,反映速度大小的变化。

法向加速度 a_t :加速度在法向的分量,方向指向圆心,反映速度方向的变化。

自然坐标系中(低速宏观):速率与曲率半径已知(图 1-4),则

$$F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt} \quad F_n = ma_n = m \frac{v^2}{\rho}$$

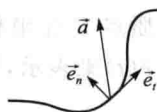


图 1-4

参照系:为描述物体的运动而选定的参照物体或彼此不做相对运动的物体体系称参考系。在不同参考系中对同一物体运动的描述不同。

坐标系:在参照系中,为确定空间一点的位置,按规定方法选取的有次序的一组数据,这就叫作“坐标”。在某一问题中规定坐标的方法,就是该问题所用的坐标系。为了说明质点的位置、运动的快慢、方向等,必须选取其坐标系。

相对运动:运动描述具有相对性;位移 $\vec{r}_{\text{鸟地}} = \vec{r}_{\text{鸟车}} + \vec{r}_{\text{车地}}$;速度有 $\vec{v}_{\text{鸟地}} = \vec{v}_{\text{鸟车}} + \vec{v}_{\text{车地}}$,即鸟相对地的绝对速度=鸟相对车的相对速度+车相对地的牵连速度。

伽利略速度变换公式: $\vec{v}_{\text{绝}} = \vec{v}_{\text{相}} + \vec{v}_{\text{牵}}$ 。

二、解题思路与方法

确立研究对象、建立坐标系、给出正方向、找物理量间彼此关联、求解。

解题路径:

质点运动学两类基本问题:

1. 由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位矢、速度和加速度;
2. 已知质点的加速度以及初始速度和初始位置,可求质点速度及其运动方程。

$$\vec{r}(t) \xrightarrow{\text{求导}} \vec{v}(t) \xrightarrow{\text{求导}} \vec{a}(t)$$

$$\text{积分: } \vec{r} = \int d\vec{r} = \int \vec{v} dt; \vec{v} = \int \vec{a} dt$$

$$\text{微分: } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}; \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

(1) 加速度为常数的运动。

A. 以一维匀变速直线运动方程为例(含自由落体):

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt \Rightarrow x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} \Rightarrow v dv = a dx$$

$$\frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = a(x - x_0) \text{ 即 } v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

B. 抛体运动(平抛, 竖抛, 斜抛)。

如图 1-5 所示, 基本特征: $a_x = 0, a_y = -g$

$$d = \frac{1}{2} g t^2, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

自由落体: $t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$

由于运动有独立性和叠加性, 可分解成各不同方向运动的叠加。

以忽略空气助力的斜抛运动为例:

(a) 依据 x 方向匀速直线运动 + y 方向竖抛运动, 运动方程(图 1-6)为:

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

(b) 沿初始速度方向做匀速直线运动 + 竖直方向匀加速直线运动(图 1-7):

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

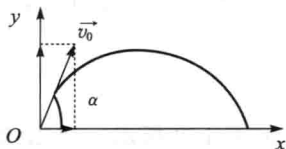


图 1-6

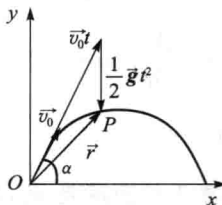
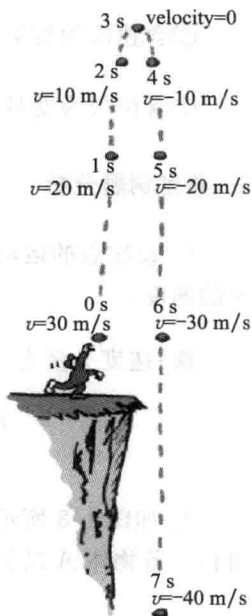


图 1-7



G-Hewitt, 培生教育出版

图 1-5

(2) 加速度为变量的运动。

注意其所含变量, 并相应地应用技巧求解

① 含时变量 $a(t)$, 用基本概念求解: $dv = a dt$

②含速度为变量 $a(v)$, 应用变换: $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dv}{a}$

③含位矢为变量 $a(r)$, 应用变换: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \frac{dr}{dt} = v \frac{dv}{dr} \Rightarrow v dv = a dr$

三、典型例题分析

1. 设质点的运动方程为 $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$, 其中 $x(t) = t + 2$, $y(t) = t^2/4 + 2$, 求 $t = 3$ s 时的速度。

解: 速度分量为: $v_x = \frac{dx}{dt} = 1 \text{ m/s}$, $v_y = \frac{dy}{dt} = (0.5 \text{ m/s}^2)t$
 $t = 3 \text{ s}: v_x = 1 \text{ m/s}$, $v_y = (0.5 \text{ m/s}^2)t = 1.5 \text{ m/s}$
 $\vec{v} = (1 \text{ m/s})\vec{i} + (1.5 \text{ m/s})\vec{j}$

2. 如图 1-8 所示, A、B 两物体由一长为 l 的刚性细杆相连, A、B 两物体可在光滑轨道上滑行。若物体 A 以恒定的速率 v 向左滑行, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 物体 B 的速度为多少?

解: 建立坐标系如图, 则物体 A 的速度为: $\vec{v}_A = \vec{v}_x = \frac{dx}{dt}\vec{i} = -v\vec{i}$

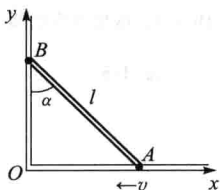


图 1-8

物体 B 的速度为: $\vec{v}_B = \vec{v}_y = \frac{dy}{dt}\vec{j}$

由 $x^2 + y^2 = l^2$ 有 $2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{x}{y} \frac{dx}{dt} = -\tan\alpha(-v) = v \tan 60^\circ = \sqrt{3}v$$

$$\vec{v}_B = \frac{dy}{dt}\vec{j} = \sqrt{3}v\vec{j}$$

3. 有一个球体在某液体中竖直下落, 球体的初速度为 $\vec{v}_0 = 10\vec{j}$, 它在液体中的加速度为 $\vec{a} = -1.0v\vec{j}$. 问: ①经多少时间后可以认为小球已停止运动? ②此球体在停止前经历的路程有多长?

解: 由加速度的定义: $a = \frac{dv}{dt} = -1.0v$ $\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -1.0 \int_0^t dt$ $v = v_0 e^{-1.0t}$

由速度的定义: $v = \frac{dy}{dt} = v_0 e^{-1.0t}$ $\int_0^y dy = v_0 \int_0^t e^{-1.0t} dt$ $y = 10(1 - e^{-1.0t})$

四、自测题(含答案)

1. 一物体在位置 1 的速度是 $\vec{v}_1$, 加速度是 $\vec{a}_1$. 如图 1-9 所示. 经 Δt 时间后到达位置 2, 其速度是 $\vec{v}_2$, 加速度是 $\vec{a}_2$. 则在 Δt 时间内的平均加速度是 []

(A) $\frac{1}{\Delta t}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

(B) $\frac{1}{\Delta t}(\vec{v}_2 + \vec{v}_1)$

(C) $\frac{1}{2}(\vec{a}_2 - \vec{a}_1)$

(D) $\frac{1}{2}(\vec{a}_2 + \vec{a}_1)$

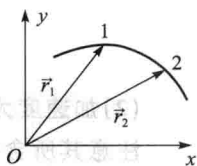


图 1-9

2. 竖直上抛的物体, 在 t_1 时刻到达某一高度, t_2 时刻再次通过该

处,则该处的高度是[]

- (A) $\frac{1}{2}gt_1t_2$ (B) $\frac{1}{2}g(t_1+t_2)$ (C) $\frac{1}{2}g(t_1+t_2)^2$ (D) $\frac{1}{2}g(t_2-t_1)$

3. 一质点做抛体运动,忽略空气阻力,在运动过程中,该质点的 $\frac{dv}{dt}$ 和 $\frac{d\vec{v}}{dt}$ 的变化情况为[]

- (A) $\frac{dv}{dt}$ 的大小和 $\frac{d\vec{v}}{dt}$ 的大小都不变 (B) $\frac{dv}{dt}$ 的大小改变, $\frac{d\vec{v}}{dt}$ 的大小不变
(C) $\frac{dv}{dt}$ 的大小和 $\frac{d\vec{v}}{dt}$ 的大小均改变 (D) $\frac{dv}{dt}$ 的大小不变, $\frac{d\vec{v}}{dt}$ 的大小改变

4. 一质点在平面上运动,已知质点位置矢量的表示式为 $\vec{r} = at^2\vec{i} + bt^2\vec{j}$ (其中 a, b 为常量),则该质点做[]

- (A) 匀速直线运动 (B) 变速直线运动 (C) 抛物曲线运动 (D) 一般曲线运动

5. 某物体的运动规律为 $\frac{dv}{dt} = -kv^2t$, 式中 k 为常数。当 $t=0$ 时,初速度为 v_0 。则速度 v 与时间 t 的函数关系是[]

- (A) $v = \frac{1}{2}kt^2 + v_0$ (B) $v = -\frac{1}{2}kt^2 + v_0$ (C) $\frac{1}{v} = \frac{kt^2}{2} + \frac{1}{v_0}$ (D) $\frac{1}{v} = -\frac{kt^2}{2} + \frac{1}{v_0}$

6. 停在空中的气球的质量和人的质量相等,如果人沿着竖直悬挂在气球上的绳梯向上爬高 1m,不计绳梯的质量,则气球将向上移动[]

- (A) 1 m (B) -1 m (C) 0.5 m (D) -0.5 m

7. 一质点沿 x 轴做直线运动,其 $v-t$ 曲线如图 1-10 所示。若 $t=0$ 时质点位于坐标原点,则 $t=4.5$ s 时,质点在 x 轴上的位置为_____。

8. 已知一个在 xOy 平面内运动的物体的速度为 $\vec{v} = 2\vec{i} - 8t\vec{j}$ 。已知 $t=0$ 时它通过 $(3, -7)$ 位置。则该物体任意时刻的位置矢量为_____。

9. 质点由静止开始做直线运动,初始加速度为 a_0 ,以后加速度均匀增加,每经过时间 t_0 增加 a_0 ,求经过时间 t 后质点的速度和位移。

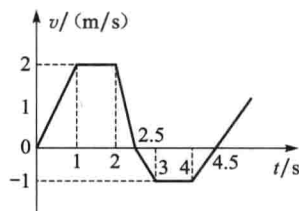


图 1-10

答案: 1. A; 2. A; 3. B; 4. B; 5. C; 6. D; 7. 2 m; 8. $(2t+3)\vec{i} - (4t^2+7)\vec{j}$ 。

9. 解: 由题意可知, 加速度和时间的关系为: $a = a_0 + \frac{a_0}{t_0}t$

根据直线运动加速度的定义 $a = \frac{dv}{dt}$;

$$\begin{aligned} v - v_0 &= \int \frac{dv}{dt} dt = \int_0^t a dt = \int_0^t \left(a_0 + \frac{a_0}{t_0}t \right) dt \\ &= a_0 t + \frac{a_0}{2t_0} t^2 \end{aligned}$$

因为 $t=0$ 时, $v_0=0$, 故 $v = a_0 t + \frac{a_0}{2t_0} t^2$

根据直线运动速度的定义有 $v = \frac{dx}{dt}$

$$\begin{aligned} x - x_0 &= \int \frac{dx}{dt} dt = \int_0^t v dt = \int_0^t \left(a_0 t + \frac{a_0}{2t_0} t^2 \right) dt \\ x - x_0 &= \frac{1}{2} a_0 t^2 + \frac{a_0}{6t_0} t^3 \end{aligned}$$

因为 $t=0$ 时, $x_0=0$, 则位移为 $x = \frac{a_0}{2} t^2 + \frac{a_0}{6t_0} t^3$ 。