运筹与管理科学丛书 20

图与网络流理论

（第二版）

田丰 张运清 著

科学出版社

华罗庚-吴文俊数学出版基金资助项目

运筹与管理科学丛书 20

图与网络流理论

(第二版)

田 丰 张运清 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书系统介绍了图与网络流理论的基本概念、基本算法、基本定理以及某些应用. 第 1~7 章主要介绍无向图的基本概念和相关内容, 如树图的性质、图的连通性、图的点无关集和覆盖集、欧拉问题与哈密顿问题、平面图以及图的染色问题等. 第 8~12 章是有向图以及网络流理论的相关内容, 图的覆盖、分解和装填问题以及图空间等. 本书论证严谨, 深入浅出, 每章末附有典型习题及大量相关参考文献, 有助于读者深入理解本书内容. 对于学习和研究图论的读者来说, 本书是一本比较理想的入门书.

本书可作为高等院校理工科高年级学生和研究生图论课程的教材或教学参考书, 也可供从事图论、系统工程、管理等专业方面的研究人员和工程技术人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

图与网络流理论/田丰, 张运清著. —2 版. —北京：科学出版社, 2015.1
(运筹与管理科学丛书; 20)

ISBN 978-7-03-042688-8

Ⅰ. ①图… Ⅱ. ①田… ②张… Ⅲ. ①图论 Ⅳ. ①O157.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014) 第 284891 号

责任编辑: 赵彦超 / 责任校对: 钟 洋
责任印制: 赵德静 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717
http://www.sciencep.com

双青印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2015 年 1 月第 一 版 开本: 720 × 1000 1/16
2015 年 1 月第一次印刷 印张: 24
字数: 456 000

定价: 128.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

《运筹与管理科学丛书》编委会

《运筹与管理科学丛书》序

运筹学是运用数学方法来刻画、分析以及求解决策问题的科学. 运筹学的例子在我国古已有之, 春秋战国时期著名军事家孙膑为田忌赛马所设计的排序就是一个很好的代表. 运筹学的重要性同样在很早就被人们所认识, 汉高祖刘邦在称赞张良时就说道:“运筹帷幄之中, 决胜千里之外.”

运筹学作为一门学科兴起于第二次世界大战期间, 源于对军事行动的研究. 运筹学的英文名字 Operational Research 诞生于 1937 年. 运筹学发展迅速, 目前已有众多的分支, 如线性规划、非线性规划、整数规划、网络规划、图论、组合优化、非光滑优化、锥优化、多目标规划、动态规划、随机规划、决策分析、排队论、对策论、物流、风险管理等.

我国的运筹学研究始于20世纪50年代, 经过半个世纪的发展, 运筹学研究队伍已具相当大的规模. 运筹学的理论和方法在国防、经济、金融、工程、管理等许多重要领域有着广泛应用, 运筹学成果的应用也常常能带来巨大的经济和社会效益. 由于在我国经济快速增长的过程中涌现出了大量迫切需要解决的运筹学问题, 因而进一步提高我国运筹学的研究水平、促进运筹学成果的应用和转化、加快运筹学领域优秀青年人才的培养是我们当今面临的十分重要、光荣, 同时也是十分艰巨的任务. 我相信,《运筹与管理科学丛书》能在这些方面有所作为.

《运筹与管理科学丛书》可作为运筹学、管理科学、应用数学、系统科学、计算机科学等有关专业的高校师生、科研人员、工程技术人员的参考书, 同时也可作为相关专业的高年级本科生和研究生的教材或教学参考书. 希望该丛书能越办越好, 为我国运筹学和管理科学的发展做出贡献.

袁亚湘

2007 年 9 月

第二版前言

本书是在作者编写的讲义的基础上修订而成的. 第一版由田丰和马仲蕃编写, 于 1985 年由科学出版社出版. 现在乘再版的机会, 由田丰和南京大学的张运清博士对本书作了较大的修改, 增加了若干新的内容, 以及某些基本定理的优美证明. 加入这些证明一是便于教学, 二是希望读者能从中领略数学之美、图论之美. 正如 Bollobás 所言, “*必须记住Hardy的话: 美是第一位的考验, 世界上没有丑陋数学的永久地位.*” 为了反映中国在图论方面的研究进展, 我们希望尽可能多地增加一些中国学者的研究成果 (或在正文中, 或在习题中), 但囿于作者的研究兴趣和了解程度, 难免挂一漏万, 丢金失玉.

我们希望本书作为一本图论与网络流理论方面的入门书. 由于图与网络流理论是结构性、应用性较强的学科, 我们在介绍基本概念和基本理论的同时, 适当地介绍了一些与图论、网络流理论相联系的基本算法. 对某些理论性的结果, 一方面尽可能地采用“构造性方法”去论证; 另一方面, 为了使读者能对图论的方法、技巧有全面的了解, 也同时给出了一些非构造性的证明, 特别是一些较为简洁、技巧性较强的证明. 在某些章节中我们介绍了一些较新的成果, 但由于本书定位为一本入门书, 从总体上看, 没有涉及更多的较为深入的问题及其进展, 如图的重构问题、图的计数问题、图的拓扑嵌入问题、图的因子分解问题等等, 读者可进一步参考相关专题研究的文献. 本书在介绍与图有关的算法时, 多数是采用描述的方式, 而没有列出具体的算法. 因为理解方法的思路要比能按步骤进行计算更为重要. 我们希望读者在熟悉方法的实质的基础上, 不仅能够掌握这些基本算法, 而且在运用于实际问题时, 能够针对具体问题提出适当的解决办法. 对解决实际问题, 一成不变地照搬现成模型和算法的情况是很少有的. 这些是我们编写这本书的基本想法. 这些想法是否恰当, 以及本书的内容安排、叙述方式是否与这些想法吻合, 我们真诚地期待着读者的评论.

在每章的后面, 我们安排了少量的习题. 标有参考文献的题目是有一定难度的, 列出这些难度较大的题目, 对于希望深入研究一些问题的读者来说, 可能是有好处的.

本书的编写和修订得到了国家自然科学基金和江苏高校优势学科建设工程项目以及华罗庚 - 吴文俊数学出版基金的资助, 作者在此表示衷心感谢. 在此次修订中, 我们得到了陈耀俊、刘慧清、陆玫、孙志人、王春香、余爱梅、张莲珠等博士和鲍奇、李凡等硕士研究生的支持和帮助. 没有他们的支持鼓励和帮助, 本书的编写

和修订是不可能完成的, 在此, 作者向他们表示深切的谢意. 作者特别感谢科学出版社赵彦超等编辑人员为本书的出版所付出的辛勤劳动.

我们真诚地希望阅读和使用本书的图论界同行、老师和同学对本书提出宝贵意见和修改建议, 包括对本书的评论、指出内容和文献的疏漏错误, 以及材料的补充和更新. 请将您的意见和建议发送到 ftian@iss.ac.cn 或 yunqingzh@nju.edu.cn. 我们在此预先表示深深的感谢!

田　丰

2006 年 12 月于北京

常用符号表

$A(D)$	D 的弧集	224
$\mathrm{bind}(G)$	G 的联结数	151
C	圈	11
$C(u,v)$		11
$C(u,v]$		11
$C[u,v]$		11
$C[u,v)$		11
C^+		225
C^-		226
$c(G)$	G 的周长	11
$cl_{BC}(G)$	G 的 BC- 闭包	147
$cl_R(G)$	G 的 R- 闭包	163
$\mathrm{Cross}(G)$	G 的交叉数	184
D	有向图	224
$\overleftarrow{D}$	D 的反向图	225
$d(v)$	点 v 的度	6
$\overline{d}(G)$	G 的平均度	6
$d_D^+(v)$	v 的出度	225
$d_D^-(v)$	v 的入度	225
$\mathrm{diam}(G)$	G 的直径	10
$\mathrm{dist}_G(v_i,v_j)$	v_i,v_j 在 G 中的距离	10
$E(G)$	G 的边集	5
$\mathrm{End}(P)$	链 P 的端点的集合	10
$e(u)$	点 u 的离心度	10
$ex(n,H)$		19
G	图	5
G^c	G 的补图,	16
G^k	G 的 k 次幂	16
$\lvert G\rvert$	G 的点数	6
$\lVert G\rVert$	G 的边数	6
$\widehat{G}$	可平面图 G 的平面嵌入	173
$\overrightarrow{G}$	G 的定向图	225
$\overleftrightarrow{G}$	G 的对称有向图	225
$G(D)$	D 的基础图	224
$G[E']$	由 E' 生成的子图	9
$G[V']$	由 V' 生成的子图	9
$G(V_1,V_2,\cdots,V_k;E)$	k- 部图	13
$G*v$	倍点运算	89
$G*h(v)$		89
$G\bullet e$	收缩边运算	15
$G\bullet V'$	在 G 中收缩 V'	15
$G\uplus P$		310
$G+E'$	加边运算	14
$G-E'$	删边运算	14
$G-V'$	删点运算	14
$G_1\cong G_2$	G_1 与 G_2 同构	14
$G_1\cup G_2$	G_1 与 G_2 的并	16
$G_1\cap G_2$	G_1 与 G_2 的交	16
$G_1\vee G_2$	G_1 与 G_2 的联	16
$G_1\otimes G_2$	G_1 与 G_2 的笛卡尔积	16
$g(G)$	G 的围长	11
$g_e(G)$	G 的偶围长	11
$g_o(G)$	G 的奇围长	11
$H\preccurlyeq_m G$	H 是 G 的子式	16
$H\preccurlyeq_t G$	H 是 G 的拓扑子式	16
$H(n,k)$	Harary 图	48
$I_D(X)$		227
$IN_D(v)$	点 v 的入邻域	225

《运筹与管理科学丛书》已出版书目

1. 非线性优化计算方法　袁亚湘　著　2008 年 2 月
2. 博弈论与非线性分析　俞　建　著　2008 年 2 月
3. 蚁群优化算法　马良等　著　2008 年 2 月
4. 组合预测方法有效性理论及其应用　陈华友　著　2008 年 2 月
5. 非光滑优化　高　岩　著　2008 年 4 月
6. 离散时间排队论　田乃硕　徐秀丽　马占友　著　2008 年 6 月
7. 动态合作博弈　高红伟　〔俄〕彼得罗相　著　2009 年 3 月
8. 锥约束优化——最优性理论与增广 Lagrange 方法　张立卫　著　2010 年 1 月
9. Kernel Function-based Interior-point Algorithms for Conic Optimization Yanqin Bai 著　2010 年 7 月
10. 整数规划　孙小玲　李　端　著　2010 年 11 月
11. 竞争与合作数学模型及供应链管理　葛泽慧　孟志青　胡奇英　著　2011 年 6 月
12. 线性规划计算(上)　潘平奇　著　2012 年 4 月
13. 线性规划计算(下)　潘平奇　著　2012 年 5 月
14. 设施选址问题的近似算法　徐大川　张家伟　著　2013 年 1 月
15. 模糊优化方法与应用　刘彦奎　陈艳菊　刘　颖　秦　蕊　著　2013 年 3 月
16. 变分分析与优化　张立卫　吴佳　张艺　著　2013 年 6 月
17. 线性锥优化　方述诚　邢文训　著　2013 年 8 月
18. 网络最优化　谢政　著　2014 年 6 月
19. 网上拍卖下的库存管理　刘树人　著　2014 年 8 月
20. 图与网络流理论(第二版)　田丰　张运清　著　2015 年 1 月

目　　录

绪 论

图论是近年来较活跃的数学分支之一. 通常把 Euler 解决“七桥问题”的 1736 年作为图论的创立之年, 至今已有 270 余年了. 图论 270 余年的发展历史, 大体上可以划分为三个阶段. 第一阶段是从 18 世纪中叶到 19 世纪中叶. 这时的图论处于萌芽的阶段, 多数问题是围绕着一些游戏而产生的. 最有代表性的工作是所谓“七桥问题”, 即我国的一笔画问题 (第 5 章). 第二阶段是从 19 世纪中叶到 20 世纪中叶. 在这个时期，图论问题大量出现，诸如哈密顿 (Hamilton) 问题 (第 5 章)、关于地图染色的四色问题 (第 7 章) 以及与之有联系的图的可平面性问题 (第 6 章), 等等. 在这一阶段，也出现了以图为工具去解决其他领域中一些问题的成果. 特别应该提到的是 Cayley 把树应用于化学领域，Kirchhoff 用树去研究电网络的分析问题. 1936 年，König 撰写了图论的第一本专著[12]. 20 世纪中叶以后是第三阶段. 由于生产管理、军事、交通运输、计算机网络、互联网等方面提出的实际问题的需要, 特别是许多离散性问题的出现以及由于有了大型、快速电子计算机而使大规模问题的求解成为可能, 图论及其应用的研究得到了飞速的发展. 这个阶段的开创性工作是以 Ford 和 Fulkerson 创立的网络流理论 (第 9, 10 章) 为代表的. 图论和线性规划、整数规划、动态规划等优化理论和方法的相互渗透, 促进了组合最优化、组合多面体、算法复杂性等理论的研究, 以及图论对实际问题的应用. 与此同时, 也丰富了图论的内容. 这些都使图论发展更加充满活力. 图论的发展历史, 充分说明了科学理论和实际应用之间的依赖关系. 在这一阶段, 计算机科学的蓬勃发展不仅为图论研究提供了大量的问题, 而且深入到图论的理论研究中. 1976 年, 藉助于计算机证明四色猜想就是一个典型的例证. 图论与计算机科学、生命科学、管理科学, 以及数学的其他学科有了更紧密的结合, 这预示图论学科更加灿烂的明天.

20 世纪 70 年代以来的 40 多年里, 图论研究有了新的突破. 继四色猜想于 1976 年被证明后 (7.4 节), 法国图论学家 Berge 在 1960 年提出的强完美图猜想在 2000 年被证明 (7.7 节); 80 年代以来, Robertson 和 Seymour 发表了关于图子式 (graph minor) 的一系列文章[16]~[38], 他们证明了图子式定理 (6.3 节) 以及若干重要定理, 发展了丰富而漂亮的子式理论[13]; 由 Erdős 在 20 世纪 50 年代奠基的随机方法更加成熟, 并广泛应用于图论的许多分支, 逐步发展成有紧密联系的理论. 1985 年 Bollobás 出版了关于随机图 (random graph) 的第一本专著[4]. 关于图论及其应用以及它的一些主要专题的进展, 读者可参考文献 [1]~[3], [6]~[11], [14], [15].

虽然在中国民间早就有像“一笔画”那样的众所周知的图游戏, 在 20 世纪中

叶, 也创造了若干解决实际问题的图方法 (如物资调运中的图上作业法、寻求最优邮递路线的奇偶点图上作业法). 但把图论作为一个数学分支去研究, 在中国则起步较晚. 1962 年, 华中师范大学的李修睦教授翻译出版了法国图论学家 Berge 的专著《图论及其应用》, 这是第一本中文图论书, 正是这本书把作者引进了图论的大门. 在中国科学院系统科学研究所的许国志教授、朱永津教授和山东大学的谢力同教授的倡导推动下, 1979 年, 这两个单位在山东省烟台市联合主办了第一届全国图论学术交流会. 这次会议对于普及和推动中国图论研究起到了关键性作用. 从那以后, 图论研究在中国逐步地开展, 在许多高等院校开设了图论的课程, 并培养了一批图论专业的硕士生和博士生, 国内有了一支较为稳定的图论研究队伍, 在树、图的连通性、哈密顿问题、拓扑图论、代数图论、化学图论等研究领域作出了一批较好的成果. 1979 年以后, 许多世界知名的图论和组合优化学家曾先后应邀到中国访问、讲学. 其中有 Tutte, Berge, Edmonds 等教授. 1986 年在山东省济南市召开了第一届中美国际图论学术交流会, 包括吴文俊, Erdős, Bollobás, Graham, Harary 等教授在内的来自中国、美国、英国、法国、日本、匈牙利等近 20 个国家和地区的数学家应邀出席会议. 1989 年和 1992 年又分别在旧金山和北京召开了第二和第三届中美国际图论学术交流会. 中外图论学者有了更多的合作交流的机会, 中国也成了当时国际图论研究的中心之一. 在信息不畅、经费不足的艰苦条件下, 国内的图论工作者兢兢业业、踏踏实实在自己从事的研究领域努力工作, 勤勤恳恳、默默无闻培养图论人才, 他们是中国图论学科研究和应用的拓荒人. 在这期间, 中国的许多青年学子走出国门深造, 经过多年的拼搏, 他们中间的多数人学有所成, 正活跃在国际舞台, 成了国际图论研究中不可或缺的力量.

1993 年, Bollobás[5] 在谈到图论的未来时, 从关心图论发展的角度, 指出了图论研究中存在的某些不好的倾向. 然后, 他说:“图论很年轻, 的确非常年轻, 它远未充分发展 …… 这门学科迟至 (20 世纪) 50 年代才开始起飞, (20 世纪)70 年代才获得它的大量追随者.”“我相信图论的未来是灿烂光明的, 因为有太多美好的事情为它纷至沓来, 图论有一个极大的问题源供给漂亮而自然的问题, 它还是与计算机科学非常密切的一个数学分支. 我们几乎没有开始发展解决我们的问题的工具, 也几乎未利用我们与计算机科学的这种亲近关系, 当这二者均发生时, 我们将真正腾飞.”“请注意, 在下几个年代里图论将变得困难得多, 我们将尝试困难得多的问题, 为有机会解决它们, 我们将不得不远比现在更好地准备. 学习大量组合学及一般的主流数学知识对每个希望在图论中取得成功的人来讲都是必不可少的.”

参 考 文 献

[1] Benienke L W, Wilson R J, eds. *Selected Topics in Graph Theory*. Academic Press. I, 1978; II, 1983; III, 1988.