



全程学习
大提速

倍速[®]

$100+100+100 \neq 1000000$

学习法

九年级数学 **上**

浙教版 主编 刘增利[®]

浙江一线主干教师联袂编写

【构建有效学习法则】

典例变式多解

学法解法提炼

题型考向预测

中考无缝对接

★ 本书附：教材全部习题答案、示例及点拨

北京出版集团公司

北京教育出版社

倍速[®]

100+100+100=1000000

学习法

九年级数学 ① 浙教版

主 编 刘增利
编 者 何继斌 张崇高

个性签名 _____

改变我的一句话 _____

北京出版集团公司

北京教育出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

倍速学习法 ; 浙教版. 九年级数学. 上 / 刘增利主
编. -- 北京 : 北京教育出版社, 2012. 5
ISBN 978-7-5303-9792-3

I. ①倍… II. ①刘… III. ①中学数学课—初中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第028568号

万向思维奖学金获奖名单(2012年1月,部分名单)

一等奖

赵传祺(辽宁海城) 伍雯怡(四川成都) 池海爽(浙江永嘉)

二等奖

苏山岚(陕西南郑) 吕振晓(江苏南京) 和梅芳(云南丽江) 陈芳芳(广东河源) 陆昕(浙江海宁)
庞雅丹(广西玉林) 黄昀晴(福建宁德) 闻培林(河南邓州) 田毅(贵州遵义) 张朝晖(江苏徐州)
曹达翔(广东开平) 管浩(安徽合肥) 胡浩然(陕西西安) 陈侃(浙江宁波) 王杞陆(辽宁本溪)

三等奖

冯英茂(江西兴国) 陈鹏吉(广西合浦) 魏婵娇(福建莆田) 张铁严(辽宁朝阳) 丁仙荣(江西赣州)
王羽箭(新疆库尔勒) 范俊杰(安徽庐江) 杨玺(陕西户县) 张强(四川广元) 刘丹(陕西宝鸡)
杨露(四川渠县) 石铭(辽宁绥中) 邓清元(云南昆明) 莫雨轩(贵州安顺) 杨程荣(甘肃兰州)

倍速学习法
BEISU XUEXI FA

九年级数学(上)
JIU NIANJI SHUXUE(SHANG)

浙教版
ZHEJIAO BAN

策划设计 万向思维教育科学研究院
主 编 刘增利
执行主编 刘 燕
责任编辑 王俊凤
研发统筹 张 帆 赵 敏
责任审读 史晓雁
校订统筹 晁 鲁 乔利勋
责任校对 董北枝 闫宇杰
责任录排 谢向睿
封面设计 魏 晋 李诚真
版式设计 李诚真 程可心
责任印制 赵天宇
印 刷 陕西思维印务有限公司
印刷质检 高 峰 13096935553

出 版 北京出版集团公司
北京教育出版社
地 址 北京北三环中路6号
邮 编 100120
网 址 www.bph.com.cn
总 发 北京出版集团公司
经 销 各地书店
开 本 890×1240 1/32
印 张 12
字 数 336千字
版 次 2012年5月第1版
印 次 2012年5月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5303-9792-3
定 价 21.80元

万向思维教育图书官方网址: <http://www.wanxiangsiwei.com>

万向思维新浪微博@万向思维教育图书和腾讯微博@万向思维教育图书
最给力的学习网——啃书网(www.kbook.com.cn)

图书质量监督电话:010-58572750 010-58572393 售后服务电话:010-82553636

图书内容咨询电话:010-82378880 转 106

通信地址:北京市海淀区王庄路1号清华同方科技广场B座16层(邮编100083)

本书中所有方正字体皆为北京北大方正电子有限公司授权使用

版权所有 翻印必究



目录 CONTENTS

第1章 反比例函数

1.1 反比例函数	2
锁定整体目标	2
教材知识盘点	3
典例诠释解法	6
易错易混预警	10
中考无缝对接	12
题型优化测试	13

1.2 反比例函数的图象和性质	15
锁定整体目标	15
教材知识盘点	16
典例诠释解法	20
易错易混预警	28
中考无缝对接	29
题型优化测试	33

1.3 反比例函数的应用	36
锁定整体目标	36
教材知识盘点	37
典例诠释解法	39
易错易混预警	45
中考无缝对接	46
题型优化测试	49

章末总结	52
知识系统梳理	52
知识技能专题	52
数学思想专题	56
规律方法专题	58
专题反馈测试	59

第2章 二次函数

2.1 二次函数	62
锁定整体目标	62
教材知识盘点	63
典例诠释解法	65
易错易混预警	70
中考无缝对接	72
题型优化测试	73

2.2 二次函数的图象	75
锁定整体目标	75
教材知识盘点	76
典例诠释解法	85
易错易混预警	94

中考无缝对接	96
题型优化测试	98

2.3 二次函数的性质	101
锁定整体目标	101
教材知识盘点	101
典例诠释解法	103
易错易混预警	108
中考无缝对接	109
题型优化测试	110

2.4 二次函数的应用	113
锁定整体目标	113
教材知识盘点	113
典例诠释解法	116
易错易混预警	123
中考无缝对接	124
题型优化测试	126

章末总结	130
知识系统梳理	130
知识技能专题	130
数学思想专题	132
规律方法专题	134
专题反馈测试	136

第3章 圆的基本性质

3.1 圆	138
锁定整体目标	138
教材知识盘点	139
典例诠释解法	143
易错易混预警	147
中考无缝对接	149
题型优化测试	149

3.2 圆的轴对称性	152
锁定整体目标	152
教材知识盘点	152
典例诠释解法	154
易错易混预警	158
中考无缝对接	159
题型优化测试	162

3.3 圆心角	164
锁定整体目标	164
教材知识盘点	164
典例诠释解法	168
易错易混预警	173

中考无缝对接	174	典例诠释解法	236
题型优化测训	175	易错易混预警	239
3.4 圆周角	177	中考无缝对接	239
锁定整体目标	177	题型优化测训	240
教材知识盘点	177	4.3 两个三角形相似的判定	242
典例诠释解法	179	锁定整体目标	242
易错易混预警	186	教材知识盘点	242
中考无缝对接	186	典例诠释解法	246
题型优化测训	187	易错易混预警	250
3.5 弧长及扇形的面积	190	中考无缝对接	251
锁定整体目标	190	题型优化测训	253
教材知识盘点	190	4.4 相似三角形的性质及其应用	256
典例诠释解法	192	锁定整体目标	256
易错易混预警	199	教材知识盘点	257
中考无缝对接	200	典例诠释解法	259
题型优化测训	201	易错易混预警	266
3.6 圆锥的侧面积和全面积	203	中考无缝对接	267
锁定整体目标	203	题型优化测训	268
教材知识盘点	203	4.5 相似多边形	271
典例诠释解法	205	锁定整体目标	271
易错易混预警	209	教材知识盘点	272
中考无缝对接	209	典例诠释解法	273
题型优化测训	211	易错易混预警	278
章末总结	213	中考无缝对接	279
知识系统梳理	213	题型优化测训	279
知识技能专题	213	4.6 图形的位似	282
数学思想专题	215	锁定整体目标	282
规律方法专题	217	教材知识盘点	282
专题反馈测训	218	典例诠释解法	284
第4章 相似三角形	220	易错易混预警	288
4.1 比例线段	220	中考无缝对接	289
锁定整体目标	220	题型优化测训	291
教材知识盘点	221	章末总结	293
典例诠释解法	224	知识系统梳理	293
易错易混预警	229	知识技能专题	294
中考无缝对接	230	数学思想专题	297
题型优化测训	231	规律方法专题	300
4.2 相似三角形	233	专题反馈测训	301
锁定整体目标	233	本书习题答案与点拔	303
教材知识盘点	233	教材习题答案详解	333

题型·考法·专题索引

第1章 反比例函数

1.1 反比例函数	2
◆题型索引	
题型1 反比例函数的识别	6
题型2 根据反比例函数的定义求值	6
题型3 与反比例关系结合确定函数的解析式	6
题型4 根据表格确定反比例函数解析式	7
题型5 根据实际问题列反比例函数的解析式	7
题型6 与一次函数综合求解析式	8
题型7 反比例函数的规律性题	8
题型8 应用反比例函数解决物理问题	9
题型9 运用反比例函数进行方案设计	9
◆考法索引	
考法1 判断函数是否是反比例函数	12
考法2 实际问题中的反比例函数	12
1.2 反比例函数的图象和性质	15
◆题型索引	
题型1 画反比例函数的图象	20
题型2 判断点是否在双曲线上	21
题型3 由反比例函数图象上的点确定 k 的值	21
题型4 判断反比例函数的图象所在的象限	21
题型5 利用反比例函数的性质确定字母的取值范围	22
题型6 比较函数值的大小	22
题型7 利用反比例函数的性质求字母参数的值	22
题型8 由函数的解析式确定图形的面积	23
题型9 由图形的面积确定解析式	23
题型10 两个函数中满足函数值大小关系的自变量的取值范围	23
题型11 利用交点坐标解决问题	24
题型12 一题多解法——求两个函数图象的交点坐标	24
题型13 反比例函数、一次函数和几何知识的综合问题	25
题型14 反比例函数性质的应用	25
题型15 与反比例函数有关的变换问题	27

◆考法索引

考法1 反比例函数的图象	30
考法2 利用反比例函数的增减性比较函数值的大小	30
考法3 通过函数图象上的点求反比例函数的解析式	31
考法4 利用反比例函数中比例系数的几何意义求图形的面积或求解析式	31
考法5 反比例函数与一次函数的综合	32
1.3 反比例函数的应用	36

◆题型索引

题型1 反比例函数在行程问题中的应用	39
题型2 反比例函数在工程问题中的应用	40
题型3 反比例函数在物理学中的应用	40
题型4 反比例函数与一次函数的图象的交点个数的判定	40
题型5 求反比例函数与一次函数的图象的交点坐标	41
题型6 反比例函数与几何图形的问题	42
题型7 反比例函数与一次函数的综合应用问题	43
题型8 反比例函数与图形面积的问题	43
题型9 探索存在性问题	44

◆考法索引

考法1 反比例函数与一次函数的综合应用	46
考法2 利用反比例函数解决实际问题	47
章末总结	52

◆专题索引

专题1 画反比例函数的图象	52
专题2 反比例函数的图象与性质	53
专题3 反比例函数与方程、不等式的综合	53
专题4 待定系数法的应用	54
专题5 反比例函数的实际应用	55
专题6 数形结合思想	56
专题7 方程思想	57
专题8 分类讨论思想	57
专题9 巧用反比例函数中 k 的几何意义来解题	58

第2章 二次函数

2.1 二次函数 62

◆题型索引

- 题型1 二次函数的概念 65
- 题型2 列二次函数的解析式 66
- 题型3 二次函数与方程的综合 68
- 题型4 二次函数与几何相结合 69
- 题型5 二次函数与分段函数的综合 69
- 题型6 一题多解法——列二次函数的解析式 70

◆考法索引

- 考法1 列二次函数的解析式 72

2.2 二次函数的图象 75

◆题型索引

- 题型1 求抛物线的对称轴和顶点坐标 ... 85
- 题型2 画抛物线 86
- 题型3 二次函数与其他函数的图象的综合考查 87
- 题型4 由二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象判断字母系数的关系 87
- 题型5 二次函数图象的平移 88
- 题型6 求二次函数的解析式 89
- 题型7 二次函数与其他函数相综合的双图象问题 90
- 题型8 二次函数的图象信息题 91
- 题型9 巧用“数形结合”，解决面积问题 91
- 题型10 运用二次函数解决生活实际问题 ... 92

◆考法索引

- 考法1 二次函数图象的顶点坐标、对称轴 ... 96
- 考法2 根据二次函数的图象，判断有关系数的取值范围 96
- 考法3 二次函数的平移问题 97
- 考法4 二次函数与其他函数的综合考查 ... 97
- 考法5 求二次函数解析式问题 98

2.3 二次函数的性质 101

◆题型索引

- 题型1 求二次函数图象的对称轴、顶点坐标及与坐标轴的交点 103
- 题型2 二次函数增减性的应用 103
- 题型3 求二次函数的最值 105
- 题型4 运用二次函数的最值解决生活实际问题 106
- 题型5 二次函数的开放探究题 107
- 题型6 一题多解法——求二次函数的最值 ... 107

◆考法索引

- 考法1 二次函数的增减性 109
- 考法2 求指定自变量取值范围的二次函数的最值 109
- 考法3 实际问题中的二次函数最值问题 ... 110

2.4 二次函数的应用 113

◆题型索引

- 题型1 利用二次函数求“最大利润” 116
- 题型2 建立二次函数解答“面积最大”问题 117
- 题型3 运用二次函数解决生产中的问题 ... 117
- 题型4 二次函数与一次函数的综合题 118
- 题型5 二次函数与一元二次方程的综合应用 119
- 题型6 建立适当坐标系解决实际问题 120
- 题型7 方案设计题 121
- 题型8 利用二次函数解决动点问题 121

◆考法索引

- 考法1 二次函数的图象与坐标轴交点的考查 124
- 考法2 二次函数在实际问题中的应用 125

章末总结 130

◆专题索引

- 专题1 二次函数的图象与性质 130

题型·考法·专题索引

专题2 抛物线的特殊位置与函数关系的应用	131
专题3 二次函数与一元二次方程之间的关系	131
专题4 数形结合思想	132
专题5 分类讨论思想	132
专题6 方程思想	133
专题7 抛物线的平移	134
专题8 二次函数解析式的求法	135

第3章 圆的基本性质

3.1 圆	138
◆题型索引	
题型1 圆的有关概念的考查	143
题型2 判断点与圆的位置关系	144
题型3 证明多点在同一圆上	144
题型4 求圆中角的度数	144
题型5 作满足条件的圆	145
题型6 求三角形外接圆的半径	145
题型7 “不在同一条直线上的三点确定一个圆”的应用	145
题型8 应用点与圆的位置关系解决生活中的实际问题	146
题型9 圆与方程的综合	146
题型10 确定活动区域最大问题	147
题型11 确定几个点共圆在实际问题中的应用	147

◆考法索引

考法1 判断点与圆的位置关系	149
3.2 圆的轴对称性	152

◆题型索引

题型1 利用垂径定理求圆的半径	154
题型2 利用垂径定理求圆的弦长	155
题型3 应用垂径定理等分弧	155
题型4 垂径定理的实际应用	156
题型5 在直角坐标系中利用垂径定理求点的坐标	156
题型6 与垂径定理有关的分类讨论问题	156
题型7 与圆的性质有关的定值问题	157
题型8 利用垂径定理求最值问题	157

◆考法索引

考法1 利用垂径定理求弦长	160
考法2 利用垂径定理求圆的半径	160
考法3 与实际问题相结合	161

3.3 圆心角	164
---------	-----

◆题型索引

题型1 由圆的旋转不变性判断相等的量	168
题型2 利用圆心角的关系证明弧的关系	168
题型3 与垂径定理相结合求圆心角及弧度的大小	169
题型4 利用圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系证明线段相等	169
题型5 圆心角、弧、弦、弦心距之间的不等关系	170
题型6 利用圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系解决实际问题	170
题型7 弧、弦与垂径定理的综合应用	170
题型8 一题多解法——由两种方法说明弧度与角度的大小关系	171
题型9 圆心角、弧、弦与四边形的综合应用	171
题型10 圆与旋转的综合应用	172

◆考法索引

考法1 由弧相等判断所对的圆心角的大小关系	174
-----------------------	-----

3.4 圆周角	177
---------	-----

◆题型索引

题型1 圆周角的识别	179
题型2 利用圆周角定理求角的度数	180
题型3 利用圆周角定理判断角之间的大小关系	180
题型4 利用圆周角定理证明弧相等	181
题型5 利用圆周角定理的推论证明线段相等	181
题型6 利用圆周角定理的推论求线段的长度	181
题型7 圆周角定理及其推论在实际生活中的应用	182
题型8 圆周角定理及其推论与三角形全等的综合应用	182
题型9 圆周角定理及其推论与直角坐标系的综合应用	183
题型10 圆周角定理与函数图象的综合应用	183
题型11 圆周角定理与动点问题的综合应用	184

题型·考法·专题索引

题型 12	与圆周角有关的方案设计题	184
题型 13	圆周角定理与等边三角形的综合应用	185

◆考法索引

考法 1	利用圆周角定理及其推论求直径的长	186
考法 2	利用圆周角定理求角的度数	187
3.5	弧长及扇形的面积	190

◆题型索引

题型 1	由弧长公式求圆周角或圆心角度数	192
题型 2	利用弧长公式求弧长	193
题型 3	应用弧长公式求圆的半径	194
题型 4	计算弓形的面积	195
题型 5	求扇环的面积	195
题型 6	求阴影部分的面积	196
题型 7	用弧长及扇形面积解决实际问题	197
题型 8	动态几何问题	198

◆考法索引

考法 1	利用弧长及扇形的面积公式计算	200
考法 2	求阴影部分的面积	200
3.6	圆锥的侧面积和全面积	203

◆题型索引

题型 1	套用公式求圆锥的全面积	205
题型 2	求圆锥侧面展开图的圆心角	205
题型 3	求圆锥的高	206
题型 4	求圆锥的底面半径	206
题型 5	求组合圆锥的面积	206
题型 6	运用圆锥的侧面积解决生活中的问题	207
题型 7	与圆锥有关的最短距离问题	207
题型 8	圆锥侧面展开图的实际应用	208
题型 9	与圆锥有关的方案设计题	208

◆考法索引

考法 1	求圆锥的高	210
考法 2	求圆锥底面圆的半径	210
考法 3	求圆锥的侧面积与全面积	211
章末总结		213

◆专题索引

专题 1	利用圆的相关性质计算	213
------	------------	-----

专题 2	与圆有关的阴影部分面积的计算	214
专题 3	弧长与扇形面积的计算	214
专题 4	分类讨论思想	215
专题 5	数形结合思想	216
专题 6	圆中常添加的辅助线	217

第 4 章 相似三角形

4.1	比例线段	220
-----	------	-----

◆题型索引

题型 1	比例尺的应用	224
题型 2	识别成比例线段	225
题型 3	通过比例计算线段的长	225
题型 4	利用比例的性质计算	225
题型 5	求线段的比例中项	226
题型 6	利用黄金分割进行计算	226
题型 7	利用黄金分割确定点的位置	226
题型 8	设辅助元求值	227
题型 9	利用分类讨论思想确定比例式	227
题型 10	一题多解法——用等式的性质或比例的性质求比值	227
题型 11	黄金分割的实际应用	228
题型 12	黄金矩形的应用	228
题型 13	黄金分割与三角形的综合	229

◆考法索引

考法 1	比例尺的计算	230
考法 2	黄金分割的计算	231
4.2	相似三角形	233

◆题型索引

题型 1	对应边、对应角的识别	236
题型 2	根据定义判断两个三角形相似	236
题型 3	由相似三角形确定对应边的比例关系	237
题型 4	由相似三角形的性质进行计算	237
题型 5	相似三角形的性质在实际生活问题中的应用	237
题型 6	综合考查相似三角形与勾股定理	238
题型 7	等量代换求角的度数	238
题型 8	相似三角形中的动点问题	238

题型·考法·专题索引

◆考法索引

- 考法1 相似三角形的概念和性质 240
- 4.3 两个三角形相似的判定 242

◆题型索引

- 题型1 相似三角形的判定 246
- 题型2 利用相似三角形的性质与判定求线段的长 247
- 题型3 利用相似三角形的性质与判定证明比例式或等积式 247
- 题型4 应用相似三角形解决生活实际问题 248
- 题型5 一题多解法——多种方法证明三角形相似 248
- 题型6 相似三角形中的定值问题 249
- 题型7 相似三角形中的“存在性”问题 249

◆考法索引

- 考法1 三角形相似的判定 251
- 考法2 二次函数的顶点与利用相似三角形的性质与判定求线段的长度 252
- 考法3 利用三角形相似的性质与判定解决线段成比例问题 252
- 4.4 相似三角形的性质及其应用 256

◆题型索引

- 题型1 利用相似三角形的性质计算 259
- 题型2 应用相似三角形测量距离 260
- 题型3 利用相似三角形的性质解决生活实际问题 262
- 题型4 相似三角形与图形平移的综合 262
- 题型5 两次运用相似解决实际问题 263
- 题型6 构造相似三角形解决实际问题 263
- 题型7 相似与对称的综合 264
- 题型8 利用相似三角形的性质解函数问题 265
- 题型9 用相似三角形的性质解方案设计题 265

◆考法索引

- 考法1 利用相似三角形的性质计算 268
- 考法2 利用三角形相似的性质解决实际问题 268

- 4.5 相似多边形 271

◆题型索引

- 题型1 相似多边形的判定 273
- 题型2 利用相似多边形的性质计算 274
- 题型3 相似多边形的性质在实际生活中的应用 276
- 题型4 与三角形的相似综合判定多边形的相似 276
- 题型5 相似多边形的方案设计题 276
- 题型6 探究两个梯形是否相似 277

◆考法索引

- 考法1 相似多边形面积的比 279
- 4.6 图形的位似 282

◆题型索引

- 题型1 位似图形的判定 284
- 题型2 利用位似图形计算位似比 285
- 题型3 由位似比计算图形的面积或周长 285
- 题型4 画位似图形 285
- 题型5 利用位似中心在原点的位似变换求点的坐标 286
- 题型6 位似与相似、函数的综合应用 286
- 题型7 学科间综合问题 287
- 题型8 一题多解法——画位似图形 287

◆考法索引

- 考法1 利用位似图形的性质计算 289
- 考法2 以原点为位似中心的位似变换 290
- 考法3 作位似图形 290
- 章末总结 293

◆专题索引

- 专题1 比例线段的性质 294
- 专题2 相似三角形的判定与性质 294
- 专题3 相似三角形的应用 295
- 专题4 位似图形 295
- 专题5 相似三角形与函数 296
- 专题6 分类讨论思想 297
- 专题7 方程思想 297
- 专题8 转化思想 298
- 专题9 数形结合思想 299
- 专题10 巧设辅助元 300
- 专题11 添加辅助线构造相似三角形 300



反比例函数

<http://weibo.com/u/2334077005>

知识点 9 个 题型 33 类 例题 61 道 中考真题 14 道

★ 名师微听

生活中的反比例关系



安曼兔:童鞋们,出来冒个泡吧,说说你们不开心的事,让大家高兴高兴……



小酷巴:还真能让你开心一下。周末我们去溜冰,结果发生了一件很悲催的事,你猜怎么着?



掉冰窟窿里面了吧,嘿嘿……



小酷巴:哈哈,差点呜呼了,多亏我提前预习了反比例函数这一章的内容,急中生智,让大家伙在冰上匍匐前进,才脱险的。



喵喵咪:当时我都被吓傻了,忘记问你为什么这么做啊,这跟反比例函数又有神马关系呢?



小酷巴:没文化呀,真可怕呀,哈哈。其实很简单,物理上咱不是学过压力与压强、接触面积的关系吗,压强一定,接触面积越大,压力不就越小嘛!



喵喵咪:哦,原来是这样啊,小弟真是佩服得五体投地啊,看来我也得好好学习了……

热门话题

1. 反比例的概念(P3)
2. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中比例系数 k 的几何意义(P19)
3. 反比例函数的图像(P16)
4. 反比例函数的三种表示方法的相互转化(P3)
5. 反比例函数的性质(P18)
6. 反比例函数的应用(P37)

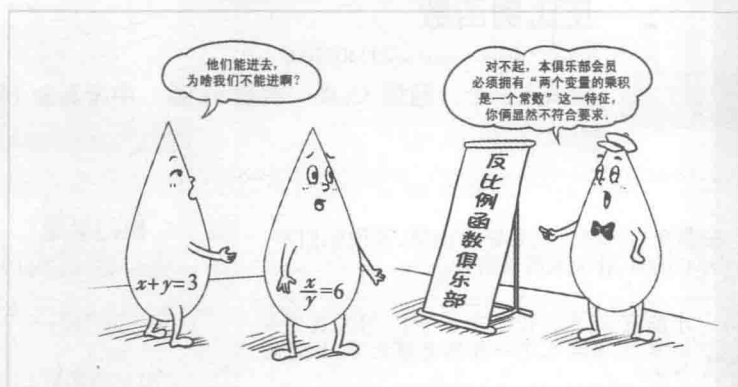


给我一个支点,我就能撬起地球

公元前一千五百年前左右,在埃及就有人用杠杆来抬起重物,不过人们不知道其中的道理.阿基米德潜心研究了这种现象并发现了杠杆原理.

赫农王对阿基米德的理论一向持半信半疑的态度.他要求阿基米德将它变成活生生的例子以使人信服.阿基米德说:“给我一个支点,我就能撬起地球.”国王说:“这恐怕实现不了,你还是来帮我拖动海岸上的那条大船吧.”当时的赫农王为埃及国王制造了一条船,体积大,相当重,因为不能挪动,搁浅在海岸上很多天了.阿基米德满口答应下来.阿基米德设计了一套复杂的杠杆滑轮系统安装在船上,将绳索的一端交到赫农王手上.赫农王轻轻拉动绳索,奇迹出现了,大船缓缓地挪动起来,最终下到海里.国王惊讶之余,十分佩服阿基米德,并派人贴出告示“今后,无论阿基米德说什么,都要相信他.”

1.1 反比例函数



锁定整体目标

有效学习法则：目标管理法

知识要点	课标要求	中考考点	节内对应例题	节内对应习题
反比例函数的概念	(1) 领会反比例函数的意义，理解并掌握反比例函数的概念； (2) 会判断一个函数是否是反比例函数	会判断一个函数是否是反比例函数(理解)	知识典例 1；题型典例 1, 2；易错典例 1；易混典例 1, 2；中考典例 1	中考变式演练 1；优化测试 1, 2, 5, 7, 8, 13
反比例函数解析式的确定——待定系数法	会求反比例函数的解析式	会用待定系数法确定反比例函数解析式(掌握)	知识典例 2, 3；题型典例 3, 4, 5, 6, 8；易错典例 2；中考典例 2	中考变式演练 2；优化测试 3, 4, 6, 9, 10, 11, 12
本节重、难点				
1. 重点：反比例函数的概念和解析式的确定。 2. 难点：应用反比例函数解决实际问题。				



教材知识盘点

有效学习法则：脉络构建法

知识点1 反比例函数的概念(重点)

一般地,若变量 y 与 x 成反比例,则有 $xy=k$ (k 为常数, $k \neq 0$),也就是说 $y=\frac{k}{x}$, 我们把 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 叫做反比例函数,这里 x 是自变量, y 是 x 的函数, k 叫做比例系数.

学法指南

反比例函数中两个变量间的关系

(1) 每两个变量的乘积都是一个定值,即一个变量可以表示为非零常数除以另一个变量的商的形式.

(2) 一个变量的值增大,另一个变量的值减小,并且给定了一个变量的值,相应地就能确定另一个变量的值.

知识拓展

反比例关系与反比例函数的区别与联系

(1) 若 $xy=k$ (k 是常数, $k \neq 0$), 则 x 与 y 这两个量成反比例关系, 这里的 x, y 既可以代表单独的一个字母, 也可以代表多项式或单项式. 例如 $y-3$ 与 $x+1$ 成反比例, 则 $y-3=\frac{k}{x+1}$; 若 y^2 与 x^3 成反比例, 则 $y^2=\frac{k}{x^3}$.

(2) 反比例关系不一定是反比例函数, 但反比例函数中的两个变量一定成反比例关系. 例如 $y=\frac{3}{x^2}$ 表示 y 与 x^2 成反比例关系, 但 y 不是关于 x 的反比例函数.

3

重要提示 (1) $y=\frac{k}{x}$ 中, 等号左边是函数 y , 等号右边是一个分式, 分子是不为零的常数 k (也叫比例系数), 分母中含有自变量 x , 且 x 的指数是 1. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 也可以写成 $y=kx^{-1}$ 或 $xy=k$ (k 为常数) 的形式. (2) 比例系数 $k \neq 0$ 是反比例函数定义的一个重要组成部分, 切不可忽略. (3) 自变量 x 和函数值 y 的取值范围都是一切非零实数.

知识典例 1 下列函数中是反比例函数的是 (填序号).

① $y=\frac{x}{3}$; ② $y=-\frac{3}{x}$; ③ $y=\frac{5}{2x}$; ④ $y=\frac{3}{x^2}$; ⑤ $xy=\frac{1}{2}$; ⑥ $y=x-1$; ⑦ $\frac{y}{x}=4$; ⑧ $y=-2x^{-1}$;

⑨ $y=\frac{3}{x-2}$.

做完题目后一定要认真总结, 能举一反三, 以后遇到同一类型问题就不会花费太多的时间和精力了.

——重庆高级教师 李开珂老师

数学
学法

思路导引: 根据反比例函数的概念进行判定, 只有满足形式 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的函数

才是反比例函数. 故②③⑤⑧均是反比例函数.

答案: ②③⑤⑧.

方法总结 要判断一个函数是否是反比例函数, 必须紧扣反比例函数的概念,

形如 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 或 $xy = k (k \neq 0)$ 或 $y = kx^{-1} (k \neq 0)$ 都是反比例函数.

知识点2 反比例函数解析式的确定(重点)

确定反比例函数解析式的常用方法是待定系数法, 由于在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 中, 只有一个待定系数, 因此只需要一对关于 x, y 的对应值即可求出 k 的值, 从而确定函数解析式.

学法指南 ① 用待定系数法求反比例函数解析式的步骤

- (1) 设出含有待定系数的反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$;
- (2) 把已知条件(自变量和函数的对应值)代入解析式, 得到关于待定系数的方程;
- (3) 解方程求出待定系数;
- (4) 将求得的待定系数的值代入所设的解析式中.

4

重要提示 (1) 用待定系数法求反比例函数的解析式的实质是代入一组对应值, 解一元一次方程. (2) 若明确告诉条件“ y 是 x 的反比例函数”或“ y 与 x 成反比例”, 则直接可设函数的解析式为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 求出 k 的值后, 一定要代入设定的解析式 $y = \frac{k}{x}$ 中, 如果需要化简, 一定要化简.

知识典例 ② 已知 y 是 x 的反比例函数, 当 $x = -4$ 时, $y = 3$.

- (1) 写出 y 和 x 之间的函数解析式. $y = \frac{k}{x} \quad 3 = \frac{k}{-4} \quad k = -12 \quad y = \frac{-12}{x}$
- (2) 当 $x = -2$ 时, 求 y 的值. $y = \frac{-12}{-2} = 6$
- (3) 当 $y = 12$ 时, 求 x 的值. $12 = \frac{-12}{x} \quad x = -1$

思路导引: 因为题设条件中已知 y 是 x 的反比例函数, 所以可设 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 把 $x = -4$ 和 $y = 3$ 代入上式, 就可以求出常数 k 的值, 从而求出了函数解析式; 解(2)和(3)问, 只要将已知的 x (或 y) 值代入(1)中的函数解析式, 就能求出相对应的 y 值 (或 x 值).

解: (1) 设 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, $\therefore$ 当 $x = -4$ 时, $y = 3$,

正确记忆和理解数学概念是掌握数学基础知识的前提.

——北京朝阳教研中心 王玉起老师

$$\therefore 3 = \frac{k}{-4}, \text{解得 } k = -12.$$

因此, y 和 x 之间的函数解析式为 $y = -\frac{12}{x}$.

$$(2) \text{把 } x = -2 \text{ 代入 } y = -\frac{12}{x}, \text{得 } y = -\frac{12}{-2} = 6.$$

$$(3) \text{把 } y = 12 \text{ 代入 } y = -\frac{12}{x}, \text{得 } 12 = -\frac{12}{x}, x = -1.$$

方法总结 (1) 求反比例函数的解析式就是求反比例函数的系数 k , 只需根据一个条件列出含 k 的方程, 求出 k 的值即可获解, 这种方法是我们已经学过的待定系数法; (2) 当反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 确定以后, 已知 x (或 y) 的值, 将其代入解析式中即可求得相应的 y (或 x) 的值.

知识点3 列实际问题中的反比例函数的解析式(重点、难点)

对于一个实际问题首先应分清各变量之间满足的关系, 将实际问题转化为数学模型, 写出函数的解析式, 对于实际问题中的函数自变量的取值范围, 除了使函数解析式有意义外, 还要使实际问题有意义.

重要提示 (1) 在实际问题中, 只要两个变量的乘积是一个 nonzero 常数就可以确定它们成反比例关系. (2) 因为当 $k \neq 0$ 时, 函数 $y = \frac{k}{x}$ 与 $x = \frac{k}{y}$ 的类型均为反比例函数, 所以在实际问题中, 可以将自变量与函数值互换, 便于解决问题.

5

知识典例 3 (1) 某住宅小区要种植一个面积为 $1\,000\text{ m}^2$ 的矩形草坪, 试写出草坪的长 y (m) 与宽 x (m) 之间的函数解析式, 并指出自变量的取值范围. $y = \frac{1000}{x}, x < 1000$

(2) 食堂存煤 $15\,000$ 千克, 试写出可使用的天数 t 与平均每天的用煤量 Q (千克) 之间的函数解析式, 并指出自变量的取值范围.

思路导引: (1) 根据矩形的面积公式写出函数解析式; (2) 根据“可使用的天数 = $\frac{\text{存煤量}}{\text{每天用煤量}}$ ”写出函数解析式.

$$\text{解: (1) } y = \frac{1\,000}{x} (x > 0). \quad (2) t = \frac{15\,000}{Q} (Q > 0).$$

规律总结 实际问题中的自变量的取值一般都是正数, 有时还需是整数, 要根据实际情况确定.

数学概念要不厌其烦地学习, 既不要以为概念很抽象, 不易理解, 就干脆把它放过去, 也不要以为它很容易懂, 而不去深入理解. ——北京人大附中 何庆青老师

数学
学法

▼ **基础经典精析**

题型1 反比例函数的识别

■ 题型典例1 下列各式中的两个字母都表示变量,哪个式子中的两个变量成反比例函数关系?每一个反比例函数的相应的常数“ k ”的值是多少?

$$(1)y = \frac{x}{5}; (2)xy = -4; (3)s = \frac{10}{t}; (4)y = \frac{1}{x} + 1.$$

思路导引:判断某函数是否是反比例函数,不是看表示变量的字母是不是字母 x 和 y ,而是看它能否表示成 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的形式.

解:(2)是反比例函数,其中 $k = -4$; (3)是反比例函数,其中 $k = 10$.

方法总结

判断一个函数是否是反比例函数的方法:形如 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 或 $xy = k$

($k \neq 0$) 或 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$) 的函数都是反比例函数.

题型2

根据反比例函数的定义求值

■ 题型典例2

若 $y = (k^2 + k)x^{k^2 - 2k - 1}$ 是反比例函数,试求 $(k-3)^{2012}$ 的值.

思路导引:欲求 $(k-3)^{2012}$ 的值,需先求出 k 的值.这可由反比例函数的概念求出.

反比例函数解析式的一般形式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 也可以写成 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$),且后一种写法中 x 的次数为 -1 ,所以 $k^2 - 2k - 1 = -1$,又 $k^2 + k \neq 0$,因此本题可解.

解:根据反比例函数的概念,得 $\begin{cases} k^2 - 2k - 1 = -1, \\ k^2 + k \neq 0. \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} k = 0 \text{ 或 } k = 2, \\ k \neq 0 \text{ 且 } k \neq -1. \end{cases}$ 即 $k = 2$.

因此 $(k-3)^{2012} = (2-3)^{2012} = 1$.

易错警示

利用反比例函数的定义求字母参数的值时,一定要注意 $y = \frac{k}{x}$ 中 $k \neq 0$ 这一条件,不能忽略,否则易造成错误.

题型3

与反比例关系结合确定函数的解析式

■ 题型典例3

若 y 与 $x-1$ 成反比例关系,且当 $x=5$ 时, $y=3$,求 y 与 x 的函数解析式.

思路导引:由于 y 与 $x-1$ 成反比例,需设 $y = \frac{k}{x-1}$,将 $x-1$ 整体看作自变量,然后把 $x=5$, $y=3$ 同时代入,得到一个关于 k 的方程,求出 k 的值,从而得出 y 与 x 的函数解析式.

解: $\because y$ 与 $x-1$ 成反比例, $\therefore$ 可设 $y = \frac{k}{x-1}$ ($k \neq 0$).

将 $x=5, y=3$ 同时代入, 得 $3 = \frac{k}{5-1}, \therefore k=12$.

$\therefore y$ 与 x 的函数解析式是 $y = \frac{12}{x-1}$. $y = \frac{5}{\frac{5}{3}-1}, 5 = \frac{5}{\frac{5}{3}-1}$

题型 4 根据表格确定反比例函数解析式

题型典例 4 已知 y 是 x 的函数, 且对应数据如下表, 你认为 y 是 x 的正比例函数还是反比例函数? 你能写出函数的解析式, 并填上表格中的空缺吗?

x	...	-3	-2	-1	1	2	3	4	...
y	...	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{2}$	5	5	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{4}$	...

思路导引: 这是用表格法表示函数关系, 若要验证是什么函数, 可选用一对特殊的 x, y 的对应值, 用待定系数法求出函数解析式, 再进行验证.

解: 若 y 是 x 的正比例函数, 则设 $y=kx (k \neq 0)$.

把 $x=-2, y=\frac{5}{2}$ 代入 $y=kx$, 得 $\frac{5}{2} = -2k$, 解得 $k = -\frac{5}{4}$. $\therefore y = -\frac{5}{4}x$.

对于 $y = -\frac{5}{4}x$, 当 $x=4$ 时, $y = -5 \neq -\frac{5}{4}$, $\therefore y$ 不是 x 的正比例函数.

若 y 是 x 的反比例函数, 则设 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$,

把 $x=-2, y=\frac{5}{2}$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $\frac{5}{2} = \frac{k}{-2}$, 解得 $k = -5$.

$\therefore y = -\frac{5}{x}$. 对于 $y = -\frac{5}{x}$, 当 $x=4$ 时, $y = -\frac{5}{4}$.

经验证, y 是 x 的反比例函数, 其函数解析式为 $y = -\frac{5}{x}$.

根据函数解析式补全的表格如下:

x	...	-3	-2	-1	1	2	3	4	...
y	...	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{2}$	5	-5	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{4}$	...

方法总结 对于结论不确定的题目, 应分情况进行讨论, 然后在每种情况下依次解题, 从而得出正确的结论.

题型 5 根据实际问题列反比例函数的解析式

题型典例 5 一定质量的二氧化碳, 当它的体积 $V=5 \text{ m}^3$ 时, 它的密度 $\rho=1.98 \text{ kg/m}^3$.

求: (1) ρ 与 V 的函数解析式. $m = \rho V$ $m = 1.98 \times 5 = 9.9$ $\therefore \rho = \frac{9.9}{V}$

(2) 当 $V=9 \text{ m}^3$ 时, 二氧化碳的密度. $\rho = \frac{9.9}{9} = 1.1$

例题要重读, 概念要精读, 要点要巧读.

——清华附中 孙晓佳老师

数学
学法