全品 Champion

ZHONGKAO FUXI FANGAN

中国第一套立体化中考复习教材

中考复习方案

数学 教师手册

北京全品教育研究所 组编

西苑出版社

ZHONGKAO
FUXI FANGAN

中国第一套立体化中考复习教材

中考复习方案

配套课件请到全品教育考试网免费下载
www.edutest.com.cn

语文	数学	英语	物理	化学
教师手册 听课手册 作业手册	教师手册 听课手册 作业手册	教师手册 听课手册 作业手册	教师手册 听课手册 作业手册	教师手册 听课手册 作业手册

ISBN 7-80108-077-7

9 787801 080776

ISBN 7-80108-077-7/G・359

定价：22.00元

图书在版编目(CIP)数据

全品中考复习方案．数学/高宏志、刘平娥编．—北京：西苑出版社，2003.12

ISBN 7－80108－077－7

Ⅰ.全… Ⅱ.①高… ②刘… Ⅲ.数学课－初中－升学参考资料 Ⅳ.G50.43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 023863 号

数　学

编　　者　全品教育研究所组编
出 版 人　杨宪金
出版发行　西苑出版社
通讯地址　北京市海淀区阜石路 15 号　邮政编码 100039
　　　　　电 话　68173419　传 真　68173417
网　　址　www.xycbs.com　E-mail aaa@xycbs.com
印　　刷　三河新艺印刷厂
经　　销　全国新华书店
开　　本　850×1168 毫米　1/16　印张 19.75
印　　数　1—5000 册　字数 480 千字
　　　　　2003 年 12 月第 1 版　2003 年 12 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 7－80108－077－7/G·359

定　价:22.00 元

QUANPIN ZHONGKAO FUXI FANGAN

全品中考

复习方案

数学教师手册

总 主 编:陈书桂
本册主编:高宏志　刘平娥
编　　者:高宏志　刘平娥　张治国　陈　进
孙　斌　胡一一　程　宏　李青云

西苑出版社
XIYUAN PUBLISHING HOUSE

上兵伐谋(代前言)

兵法有云,不战而屈人之兵,是为上策,上兵伐谋。可见一个好的谋略,好的方案是极其重要的。中考是人生的第一个转折点,怎样使对未来有着美好憧憬的孩子们轻松自信地实现理想,由北京全品教育研究所组织江苏国家级示范性中学名师们编写的《全品中考复习方案》,将给学海中遨游的莘莘学子们带来福音。

这些一线的特、高级教师在长期的教育科研中,积累了极其丰富的教学经验,形成了一系列卓有成效的训练、复习、应考的方法,毕业生中人才辈出,在社会上享有极高的美誉度。当前新一轮课改正如火如荼、日渐深入,老师们除了继承以往"双基"训练的精髓以外,教学中还与时俱进,凸现了新课程的理念和精神,使《方案》更具时代感。具体表现为:

一、注重情感、态度、价值观的熏陶,培养学生的健全人格。

《方案》中习题的设计大多遵循训练思维,进行美育、德育等情感元素渗透的原则,充分体现素质教育的要求。

二、强化对知识认知过程的调控,培养学生能力。

生活中问题无处不在,学习时仅仅识记书本的具体题目,只能培养高分低能型的"人才"。《方案》打通教学与实际生活的壁垒,关注知识认知的过程,设计一定比例的开放性题目,有利于培养学生解决实际问题的能力。

三、科学合理地编排训练梯度,培养学生的思维方法。

好的训练可以达到事半功倍的效果。"课前热身"唤起学生知识回忆;"典型例题解析"重在方法归纳;"课时训练"利于学生的知识巩固与延伸;"基础知识复习"、"专题复习"两大板块构成互补;"过关测试"利于培养学生的目标达成意识;"全真强化模拟"可以营造一个训练学生思维强度的有效氛围。训练的梯度是与良好的思维品质相适应的。

四、这套《方案》按照"课时"编写,真正走进课堂,既适合初中毕业班老师、学生使用,也可供家长参考使用,是全国第一套立体化中考复习教材。

这套以"上兵伐谋"为支撑点的丛书,共计15册,涵盖语文、数学、英语、物理、化学五个学科,包括《教师手册》、《听课手册》、《中考强化模拟试卷》三个系列,其中《教师手册》配有同步课件,请于全品教育考试网 http://www.edutest.com.cn 下载。

编　者

2003年11月

目 录

第一部分 基础复习

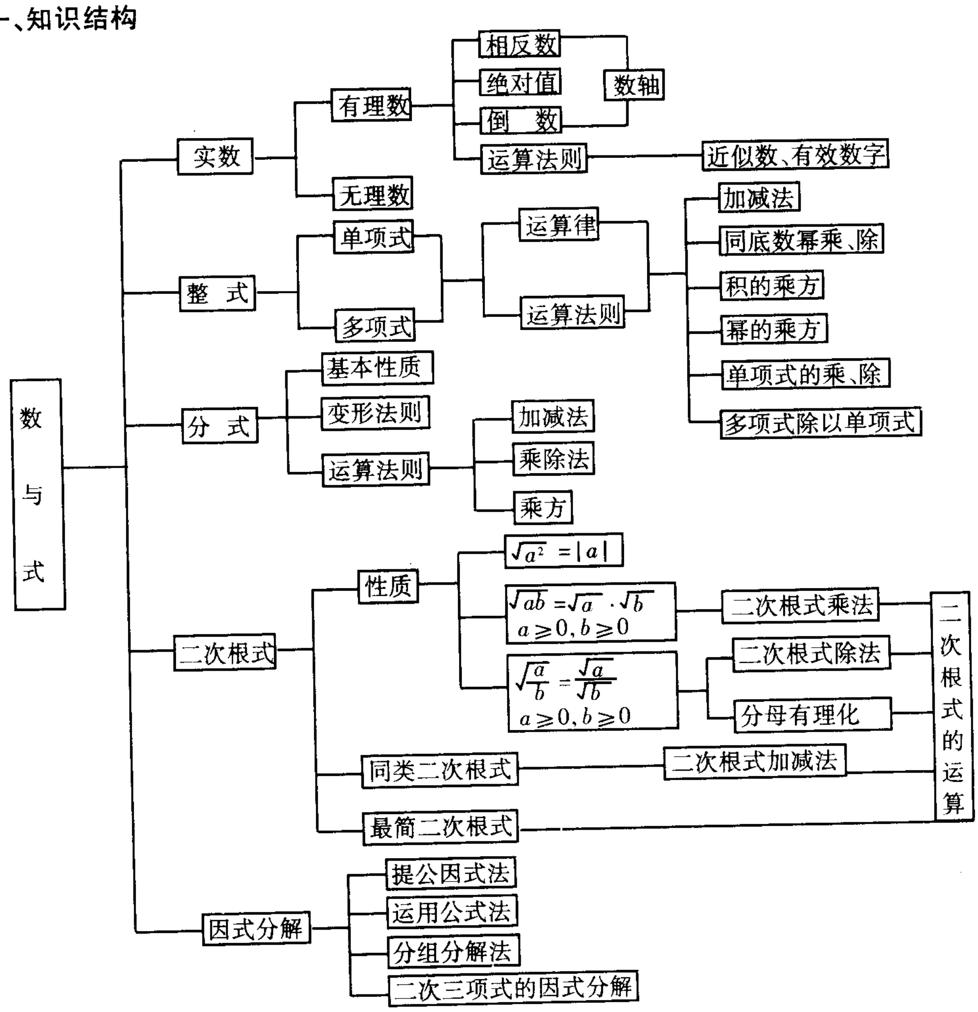
第二部分　专　题　复　习

第三部分　强　化　模　拟

第一部分 基础知识

第1章 数与式

一、知识结构



二、复习策略

1.重点和关键点

重点是整式、分式、二次根式的混合运算；关键点在于因式分解的灵活应用.

2.课时分配

本章共分六课时：(1)实数的概念；(2)实数的运算及科学记数法；(3)整式及其运算；(4)因式分解；(5)分式；(6)二次根式.

3.思想方法

(1)数形结合思想.利用数轴表示实数及比较大小，帮助准确、形象化地理解相关知识.

(2)整体代换思想.利用整体代换将较复杂的式子换元成较简单的式子从而有利于计算、化简及因式分解.

(3)分类讨论思想.利用它可以将绝对值及二次根式的化简进分类讨论，有利于化简计算.

(4)应用化归思想.化归思想的应用能更好将复杂问题简单化，把未知的化归为已知的.

第1课时　实数的概念

YAO DIAN KAO DIAN JU JIAO 要点考点聚焦

1.实数的分类

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\text{有限小数或循环小数}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

2.相反数与倒数的概念.

3.数轴的三要素是指原点、正方向和单位长度.数轴上的点与实数一一对应.

4.绝对值：一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点到原点的距离.即 $|a|=\begin{cases}a, a\geqslant 0;\\-a, a<0.\end{cases}$

5.表示数轴上右边点的数总是大于表示左边点的数，即正数大于一切负数和零，零大于一切负数，两个负数的绝对值大的反而小.

KE QIAN 课前 热身 RE SHEN

1.(2003年·北京市) -5 的绝对值是　　(A)

A.5　　B.$\frac{1}{5}$

C.$-\frac{1}{5}$　　D.-5

2.(2003年·山东省)下列各数中，负数是　　(B)

A.$-(-3)$　　B.$-|-3|$

C.$(-3)^2$　　D.$-(-3)^3$

3.两个相反数在数轴上的对应点在原点的两侧且与原点的距离相等.

4.相反数是本身的数是0；绝对值是本身的数是非负数；倒数是本身的数是±1.

5.a、b 互为相反数，c 与 d 互为倒数，则 $a+1+b+cd=2$.

6.实数 a,b,c,d 在数轴上的对应点如图1-1-1所示，则它们从小到大的顺序是 $c<d<b<a$.

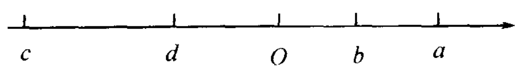


图1-1-1

其中：$|a+b|=a+b$；$|d+c|=-d-c$；$|c-b|=b-c$；$|a-b|=a-d$.

DIAN XING LI TI JIE XI 典型例题解析

【例1】 (1) $|-3|$ 的倒数是______；

(2) $\sqrt{3}-2$ 的绝对值是______；

(3)若 $|x|=1$，$|y|=2$，且 $xy>0$，则 $x+y=$______.

【分析】 (1)先化简再求倒数即可；(2)利用负数去掉绝对值应变为它的相反数的性质；(3)利用 $xy>0$，判断 x、y 同号，从而确定 x、y 的取值情况.

解：(1) $|-3|$ 的倒数是 $\frac{1}{3}$；

(2) $\because \sqrt{3}-2<0$

$\therefore |\sqrt{3}-2| = -(\sqrt{3}-2) = 2-\sqrt{3}$

(3) $\because xy > 0 \quad \therefore x、y$ 同号

又 $\because |x| = 1, |y| = 2$

$\therefore x = 1, y = 2$ 或 $x = -1, y = -2$

$\therefore x + y = 3$ 或 -3

【点评】 本题涉及绝对值性质的应用，尤其应注意去掉负数的绝对值应变号的问题及一个数的绝对值等于某正数，该数有双解的问题.

【例 2】 把下列各数填到相应的集合里：3^{-1}；$\sqrt{8}$；$\sqrt[3]{-27}$，$-\pi$；3.14；0.1010010001…；$\frac{22}{7}$；$\sin30°$；$\tan45°-3$；$-0.3\dot{2}\dot{1}$；$|-3.2|$.

整数集合：{　　　　　　　}；

分数集合：{　　　　　　　}；

有理数集合：{　　　　　　　}；

无理数集合：{　　　　　　　}.

【分析】 应先将上述的有关数值化简，然后再根据其值进行正确的分类.

解：整数集合：{$\sqrt[3]{-27}$；$\tan45°-3$ }

分数集合：{3^{-1}；3.14；$\frac{22}{7}$；$\sin30°$；$|-3.2|$；$-0.3\dot{2}\dot{1}$}

有理数集合：{3^{-1}；$\sqrt[3]{-27}$；3.14；$\frac{22}{7}$；$\sin30°$；$\tan45°-3$；$-0.3\dot{2}\dot{1}$；$|-3.2|$}

无理数集合：{$\sqrt{8}$；$-\pi$；0.100110001…}

【点评】 应注意$\frac{22}{7}$是有理数而不是无理数，它的循环节很长；π和无限不循环小数皆属于无理数.

【例 3】 比较大小：$-2+\sqrt{5}$ 与 $-2+\sqrt{3}$

【分析】 利用求差的方法，根据差的符号来确定两个数的大小.

解：$\because (-2+\sqrt{5})-(-2+\sqrt{3}) = -2+\sqrt{5}+2-\sqrt{3}$

$=\sqrt{5}-\sqrt{3} > 0$

$\therefore -2+\sqrt{5} > -2+\sqrt{3}$

另解：直接由正负决定 $-2+\sqrt{5} > -2+\sqrt{3}$

【点评】 实数的大小比较常有下列几种方法：(1) 数轴法；(2) 运算法；(3) 作差法；(4) 作商法.

【例4】 已知实数 $a、b$ 在数轴上对应点的位置如图 1－1－2 所示，化简：$|a-b|+\sqrt{(a+b)^2}=$ ________.

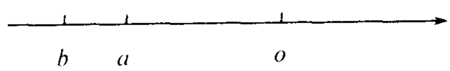


图 1－1－2

【分析】 先判断出 $a、b$ 的大小，然后利用绝对值与二次根式的性质进行化简计算.

解：由图知：$b < a < 0$，$\therefore a-b > 0, a+b < 0$.

$$\begin{aligned}\therefore |a-b|+\sqrt{(a+b)^2} &= (a-b)+|a+b| \\ &= a-b+[-(a+b)] \\ &= a-b-a-b \\ &= -2b.\end{aligned}$$

【点评】 利用$\sqrt{a^2}=|a|$来化简.此类题型涉及形数结合问题，中考中经常出现，应引起足够的重视.

【例5】 若 $|3a+4|+(4b-3)^2=0$，求 $a^{2003}b^{2004}$ 的值.

【分析】 利用 $|a|\geqslant 0$ 及 $a^2\geqslant 0$ 的非负性来解题.

解：$\because |3a+4|\geqslant 0$ 且 $(4b-3)^2\geqslant 0$

而 $\quad |3a+4|+(4b-3)^2=0$

$\therefore \quad |3a+4|=0$ 且 $(4b-3)^2=0$

$\therefore \quad a=-\frac{4}{3}, b=\frac{3}{4}$

$\therefore a^{2003}b^{2004} = (-\frac{4}{3})^{2003}\cdot(\frac{3}{4})^{2004} = -\frac{3}{4}$

【点评】 该题化简计算时应充分利用底数$\frac{4}{3}$与$\frac{3}{4}$之积为 1 的特征来求解.

FANG FA XIAO JIE 方法小结

1.搞清实数的分类标准，尤其要弄懂无理数的三种常见形式：①π；② 无限不循环小数，如 0.1010010001…；③ 开方开不尽的数，如$\sqrt{2}$，tan 60° 等.

2.绝对值的性质 —— 要注意正确区分数的三种情况，尤其是负数，去掉绝对值应变为其相反数.

3.实数的大小比较应重点掌握作差法和作商法，才能更好地有的放矢.

KE SHI XUN LIAN 课时训练

一、课堂反馈

1.把下列各数填在相应的大括号内.

-1，$\frac{5}{7}$，π，3.14，0，3.$\dot{3}\dot{3}$，$-\sqrt{3}$，tan30°，cos60°，$\sqrt[3]{64}$，2.1010010001…

整数集合：{<u>$-1, 0, \sqrt[3]{64}$</u>}

奇数集合：{<u>-1</u>}

有理数集合：$\{-1,\frac{5}{7},3.14,0,3.\dot{3}\dot{3},\cos60°,\sqrt[3]{64}\}$

无理数集合：$\{\pi,-\sqrt{3},\tan30°,2.1010010001\cdots\}$

2.下列说法中，错误的个数是　　　　(C)

① 无理数都是无限小数

② 无理数都是开方开不尽的数

③ 带根号的数都是无理数

④ 无限小数都是无理数

A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.4个

3.数轴上的点与______一一对应.　　(D)

A.整数　　B.有理数　　C.无理数　　D.实数

4.下列各组数中，相等的是　　　　(D)

A.1和$(-1)^3$　　　　B.$(-1)^6$和-1

C.$\sqrt{(-1)^2}$和-1　　　　D.$-(-1)$和$|-1|$

5.(2003年·重庆市)下列各组数中，互为相反数是　　　　(C)

A.2与$\frac{1}{2}$　　　　B.$(-1)^2$与1

C.-1与$(-1)^2$　　　　D.2与$|-2|$

6.(2003年·南通市)7的绝对值等于__7__，-4的倒数等于$-\frac{1}{4}$.

二、延伸拓展

1.(2002年·重庆市)数轴上表示$-\frac{1}{2}$的点到原点的距离是　　　　(B)

A.$-\frac{1}{2}$　　B.$\frac{1}{2}$　　C.-2　　D.2

2.(2003年·湖北省)气温是零下9摄氏度，记作　　(C)

A.-9　　B.9　　C.-9℃　　D.9℃

3.(2002年·三明市)如果收入5元记作$+5$元，那么支出3元记作__-3__元.

4.(2002年·泸州市)若$|a|=3,\sqrt{b}=2$，且$ab<0$，则$a-b=$__-7__.

5.(2003年·湖北省)若$|m-1|+(\sqrt{n}-5)^2=0$，则$m=$__1__，$n=$__25__.

6.已知a,b是实数，且$\sqrt{2a+b^2}+|\sqrt{2}-b|=0$，解关于$y$的方程：$(2+a)y+b^2=-1+a$.

解：$\because \sqrt{2a+b^2}\geqslant 0,|\sqrt{2}-b|\geqslant 0$，且$\sqrt{2a+b^2}+|\sqrt{2}-b|=0$，

$\therefore \sqrt{2a+b^2}=0$且$|\sqrt{2}-b|=0$，

即$2a+b^2=0$且$\sqrt{2}-b=0$.

故$a=-1,b=\sqrt{2}$.

$\therefore (2-1)y+2=-1-1$，

即$y=-4$.

第2课时　实数的运算及科学记数法

YAO DIAN KAO DIAN JU JIAO 要点考点聚焦

1.几个重要的运算律：

(1)加法的交换律：$a+b=b+a$

(2)加法的结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$

(3)乘法的交换律：$ab=ba$

(4)加法的结合律：$(ab)c=a(bc)$

(5)乘法对加法的分配律：$a(b+c)=ab+ac$

2.实数的运算主要有：加、减、乘、除、乘方、开方.实数的运算顺序：先乘方、开方，再乘、除，最后算加、减，有括号的先算括号里面的.

3.科学记数法的一般形式为：$a\times10^n(1\leqslant a\leqslant 10,n$为整数).

4.有效数字是指一个数从左边第一个不为零的数字起到右边所有的数字.

KE QIAN 课前　热身 RE SHEN

1.(2003年·黄冈市)2003年6月1日9时，举世瞩目的三峡工程正式下闸蓄水，首批4台机组率先发电，预计年内可发电55 000 000 000度，这个数用科学记数法表示，记为5.5×10^{10}.

2.将2000800保留四个有效数字是2.001×10^6，用四舍五入法，把它精确到十万位的近似数用科学记数法表示为2.0×10^6.

3.(2002年·厦门)计算：$3^{-1}+(\sqrt{2}-1)^0=1\frac{1}{3}$.

4.(2002年·江苏淮安)计算：$-3^2\div(-3)^2+3^{-1}\times(-6)=\underline{-3}$.

5.人类的DNA是很长的链,最短的22号染色体也长达30 000 000个核苷酸,30 000 000用科学记数法表示为 (B)

A.3×10^8 B.3×10^7

C.3×10^6 D.0.3×10^8

6.(2003年·四川省)我国的国土面积约为9596960平方千米,按四舍五入法保留两个有效数字,并用科学记数法表示为 (C)

A.96×10^5平方千米

B.9.60×10^6平方千米

C.9.6×10^6平方千米

D.0.96×10^7平方千米

7.计算:$0.25\times(-\frac{1}{2})^{-2}+(\sqrt{7}-1)^0=$ (A)

A.2 B.$\frac{5}{4}$ C.0 D.$\frac{17}{16}$

8.(2003年·长沙市)为期一周的中国·湖南第四届(国际)农博会于2002年12月在长沙举行,本届农博会成交总额达到611 000万元,用科学记数法表示为$\underline{6.11\times10^5}$万元

DIAN XING LI TI JIE XI
典型例题解析

【例1】 (1)(2001年·福建龙岩)计算机存储容量的基本单位是字节,用b表示,计算机中一般用kb(千字节)或Mb(兆字节)或Gb(吉字节)作为存储容量的计算单位,它们之间的关系为$1kb=2^{10}b$,$1Mb=2^{10}kb$,$1Gb=2^{10}Mb$,一种新款电脑的硬盘存储容量为20Gb,它相当于多少kb?(结果用科学记数法表示,并保留三个有效数字)

(2)(2002年·上海)在张江高科技园区的上海超级计算机中心内,被称为"神威Ⅰ"的计算机的运算速度为每秒384 000 000 000次,这个速度用科学记数法表示为每秒________次.

【分析】 科学记数法一般形式为:$a\times10^n$,这里a的范围是:$1\leqslant a<10$,n为整数,同时还要会保留有效数字.

解:(1)$1Gb=2^{10}Mb=2^{10}\times2^{10}kb=1\,024\times1\,024kb=1\,048\,576kb$,

$20Gb=20\times1\,048\,576kb=20\,971\,520kb=2.10\times10^7kb$.

(2)$384000\,000\,000=3.84\times10^{11}$.

【点评】 对于较大数如用科学记数法表示时$a\times10^n$中的n应为整数位数减1,如(2)题中共有整数位12位,故$n=12-1=11$.对于较小数用科学记数法表示时$a\times10^n$中的n应为这个数左边第一个不为零的数左边零的个数的相反数,如$0.000\,123=1.23\times10^{-4}$.

【例2】 计算:

(1)$(\frac{1}{2})^{-1}+(\frac{1}{\sqrt{2}-1})^0\times\sqrt[3]{-8}-|-\sqrt{5}|$;

(2)$\sqrt{2}(2\cos45^\circ-\sin60^\circ)+(4-5\pi)^0-(\sqrt{2}-1)^{-1}$.

【分析】 要熟练掌握常用的公式$a^{-1}=\frac{1}{a}$,$a^0=1$等及特殊的三角函数值等.

解:(1)原式$=2+1\times(-2)-[-(1-\sqrt{5})]=2-2+1-\sqrt{5}=1-\sqrt{5}$.

(2)原式$=\sqrt{2}(2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2})+1-\frac{1}{\sqrt{2}-1}=2-\frac{\sqrt{6}}{2}+1-(\sqrt{2}+1)=2-\frac{\sqrt{6}}{2}+1-\sqrt{2}-1=2-\frac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{2}$

【点评】 这两题易出错的地方有:(1)去掉绝对值应考虑是否变为其相反数;(2)分母有理化的问题.

【例3】 计算:$[-3^2\times2+3\times(-2)^3-4\times(-6)]\div[-\sqrt{(-9)^2}]$.

【分析】 按照实数的运算顺序进行计算.

解:原式$=[-9\times2+3\times(-8)+24]\div[-9]$

$=(-18-24+24)\div(-9)$

$=2$

【点评】 这里易错的地方有:(1)$-3^2=-9$而$(-3)^2=9$;

(2)$\sqrt{(-9)^2}=|-9|=-9$,即注意二次根式性质的应用$\sqrt{a^2}=|a|$.

【例4】 (2002年·北京海淀区)x、y是实数,$\sqrt{3x+4}+y^2-6y+9=0$,若$axy-3x=y$,则实数a的值是 ( )

A.$\frac{1}{4}$ B.$-\frac{1}{4}$

C.$\frac{7}{4}$ D.$-\frac{7}{4}$

【分析】 本题主要想考查对非负数性质的掌握情况,关键在于将表达式转化成多种非负数的形式,从而灵活运用来求解.

解:由题意得:$\sqrt{3x+4}+(y-3)^2=0$

$\because\sqrt{3x+4}\geqslant0$且$(y-3)^2\geqslant0$

$\therefore3x+4=0$且$y-3=0$

$\therefore x=-\frac{4}{3}$且$y=3$

$\therefore axy - 3x = y$

即 $a \cdot (-\frac{4}{3}) \times 3 - 3 \times (-\frac{4}{3}) = 3$

$-4a + 4 = 3$

$a = \frac{1}{4}$

$\therefore$ 本题选 A.

FANG FA XIAO JIE 方法小结

1.实数的混合运算是本章的重点和难点,尤其要注意零指数幂、负整数指数幂、特殊角的函数值、分母有理化等.

2.要注意有效数字和精确度的问题.

【例】 (2002年·山东济南市)2001年中国银行外汇交易创历史新高,累计成交750.33亿美元,若1美元可兑换8.2779元人民币,用科学记数法表示2001年交额相当于人民币____亿元(精确到亿位) ( )

A.6.211×10^3　　B.6.211×10^{11}

C.6.21×10^3　　D.6.21×10^{11}

【分析】 本题既考查了科学记数法的概念,又考查了近似数的概念,将750.33亿美元转化成人民币后再精确

解: $\because 750.33 \times 8.2779 = 6211$(亿元)

$\therefore 6211 = 6.211 \times 10^3$

$\therefore$ 本题选择 A.

【点评】 注意精确度不同带来其结果也不相同.如:2.34和2.3400的区别在于2.34精确到0.01,有三个有效数字,而2.3400精确到0.0001,有五个有效数字.

KE SHI XUN LIAN 课时训练

一、课堂反馈

1.(2003年·吉林省)今年6月1日,举世瞩目的三峡工程正式下闸蓄水,26台机组年发电量将达到84 700 000 000千瓦时,用科学记数法应表示为 (A)

A.8.47×10^{10}千瓦时　　B.8.47×10^{8}千瓦时

C.$8.47 \times 10^{[illegible]}$千瓦时　　D.$8.47 \times 10^{[illegible]}$千瓦时

2.计算$(2^{-1})^2$的结果等于 (C)

A.2　　B.4　　C.$\frac{1}{4}$　　D.$\frac{1}{2}$

3.一天有8.64×10^4秒,一年若按365天计算,则一年有多少秒,可用科学记数法表示为 (A)

A.3.1536×10^7　　B.3.1536×10^6

C.3.1536×10^3　　D.3.1536×10^4

4.某服装商贩同时卖出两套服装,每套均卖168元,以成本计算,其中一套盈利20%,另一套亏本20%,则这两次出售中商贩 (D)

A.不赚不赔　　B.赚37.2元

C.赚14元　　D.赔14元

5.下列各数$(-2)^0$、$-(-2)$、$(-2)^2$、$(-2)^3$中,负数的个数为(A)个

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

二、延伸拓展

1.计算:

(1)$6 \times (-\frac{2}{3})^2 - 24 \times (-\frac{1}{6})^3 \div (-\frac{1}{12})$

(2)$(\sqrt{3}+1)^0 \div (1-\frac{1}{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-1} + \sqrt{3}$

(3)$1 \div [8-(-2)^2-(-3)\times(-3)^{2003}\div(-3)^{2004}] - 2$

(4)$\frac{1}{2}\cdot(3-\pi)^0\cdot(-2)^2+\frac{\cot 45^\circ}{\sqrt{3}+2}+2\cos 30^\circ-(\frac{1}{3})^{-1}$

(5)$-3^2-[(2-1.5)^3\div 2\frac{2}{3}\times(-8)^2+\frac{1}{2}\times(-\frac{5}{2})^2-(\frac{1}{2})^3]$

解:(1)原式 $= 6\times\frac{4}{9}+24\times\frac{1}{36\times 6}\times(-12) = \frac{8}{3}-\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$

(2)原式 $= 1\div\frac{1}{4}-\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\sqrt{3} = 4-(\sqrt{3}+\sqrt{2})+\sqrt{3} = 4-\sqrt{2}$

(3)原式 $= 1\div[8-4-1]-2 = \frac{1}{3}-2 = -1\frac{2}{3}$

(4)原式 $= \frac{1}{2}\times 4+\frac{1}{\sqrt{3}+2}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3 = 2+\frac{2-\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+2)(2-\sqrt{3})}+\sqrt{3}-3 = 2+2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-3 = 1$

(5)原式 $= -9-[(\frac{1}{2})^3\times\frac{3}{8}\times 64+\frac{1}{2}\times\frac{25}{4}-\frac{1}{8}] = -9-[3+\frac{25}{8}-\frac{1}{8}] = -9-6 = -15$

2.计算:$1991 \times 19901990 - 1990 \times 19911991$

解: $\because 19901990 = 1990 \times 10001$

$19911991 = 1991 \times 10001$

$\therefore$ 原式 $= 10001 \times (1990 - 1991) = -10001$

第3课时　整式及其运算

要点考点聚焦

YAO DIAN KAO DIAN JU JIAO

1.有理式

有理式 $\begin{cases} 整式\begin{cases} 单项式——单项式的系数、次数 \\ 多项式——多项式的项数、次数 \end{cases} \\ 分式 \end{cases}$

2.同底数幂相乘、除：

(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ($a \neq 0$, m、n 为有理数)

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$, m、n 为有理数)

3.积的乘方：$(ab)^m = a^m b^m$

4.幂的乘方：$(a^m)^n = a^{mn}$

5.单项式乘以多项式：$m(a+b+c) = ma + mb + mc$

6.多项式除以单项式：$(am+bm+cm) \div m = am \div m + bm \div m + cm \div m$

7.常用公式：

(1) $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

(2) 平方差公式：$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(3) 完全平方公式：$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

(4) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

8.去括号及添括号法则.

9.合并同类项的法则.

课前热身

KE QIAN　RE SHEN

1.(2003年·杭州市)计算 $(0.04)^{2003} \times [(-5)^{2003}]^2$ 得　(A)

A.1　　B.-1

C.$\frac{1}{5^{2003}}$　　D.$-\frac{1}{5^{2003}}$

2.(2003年·海南)下列运算错误的是　(D)

A.$(-1)^0 = 1$　　B.$2^{-1} = \frac{1}{2}$

C.$x^4 \cdot x^3 = x^7$　　D.$(x^2y^3)^3 = x^6y^3$

3.(2003年·南京市)计算 $(a^2)^3$ 的结果是　(B)

A.a^5　B.a^6　C.a^8　D.a^9

4.(2002年·河南省)下列计算正确的是(C)

A.$(-4x)\cdot(2x^2+3x-1) = -8x^3 - 12x^2 - 4x$

B.$(x+y)(x^2+y^2) = x^3 + y^3$

C.$(-4a-1)(4a-1) = 1 - 16a^2$

D.$(x-2y)^2 = x^2 - 2xy + 4y^2$

5.若单项式 $-3x^{4a-b}y^2$ 与 $\frac{1}{3}x^3y^{a+b}$ 是同类项，那么这两个单项式的积是　(D)

A.x^6y^4　　B.$-x^3y^2$

C.$-\frac{8}{3}x^2y^2$　　D.$-x^6y^4$

典型例题解析

DIAN XING LI TI　JIE XI

【例1】 (1) 多项式 $-2 + 4x^2y + 6x - x^3y^2$ 是______次______项式，其中最高次项的系数是______，常数项是______，按 x 的升幂排列为______.

(2) 若 $-\frac{5}{4}x^{3m-1}y^3$ 和 $-\frac{1}{2}x^5y^{2n+1}$ 是同类项，求 $6m - 3n$ 的值.

【分析】 多项式的次数是多项式里次数最高项的次数，多项式按某一个字母升幂或降幂排列时，每一项的性质符号都要随着该项而移动，而同类项则要求两个单项式中相同字母的指数必须相同.

解：(1) 它是五次四项式，其中最高次项的系数是 -1，常数项是 -2，按 x 的升幂排列为 $-2 + 6x + 4x^2y - x^3y^2$.

(2) 由同类项的定义可知：

$\begin{cases} 3m - 1 = 5 \\ 3 = 2n + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$

$\therefore 6m - 3n = 6 \times 2 - 3 \times 1 = 9$

【点评】 多项式的次数必须找多项式中最高次项的次数，同时对多个字母的排列时应判断按哪个字母进行排列.

【例2】 计算：

(1) $-3(2a^2 - a - 1) - 2(1 - 5a + 2a^2)$

(2) $4x(x-1)^2 + x(2x+5)(5-2x)$

(3) $(x-1)(x-2) + 2(x-3)(x-4) + 3(x-5)(x-6)$

(4) $-3a^n(a^{n-1} + 2a^{n-2} + 3a^{n-3}) + a^{n-2}(a^{n-1} - a^n + 4a^{n+1})$

(5)$[(a+b)^2+(a-b)^2](a^2-b^2)$

(6)$(3x^2-4x+5)(3x^2+4x-5)$

(7)$[(4a-\frac{3}{2}b)(4a+\frac{3}{2}b)+4ab-\frac{b}{4}(16a-9b)]\div 4a$

【分析】 (1)去掉带负号的括号各项要变号;(2)注意完全平方公式和平方差公式的正确使用;(3)利用$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$展开化简;(4)运用同底数幂相乘,底数不变指数相加的法则进行运算;(5)运用乘法公式计算;(6)利用整体代换思想及平方差公式进行展开化简计算;(7)先化简再运用多项式除以单项式计算.

解:(1)原式$=-6a^2+3a+3-2+10a-4a^2$

$=-10a^2+13a+1$

(2)原式$=4x(x^2-2x+1)+x(25-4y^2)$

$=4x^3-8x^2+4x+25x-4x^3$

$=-8x^2+29x$

(3)原式$=x^2-3x+2+2(x^2-7x+12)+3(x^2-11x+30)$

$=x^2-3x+2+2x^2-14x+24+3x^2-33x+90$

$=6x^2-50x+116$

(4)原式$=-3a^{2n-1}-6a^{2n-2}-9a^{2n-3}+a^{2n-3}-a^{2n-2}+4a^{2n-1}$

$=a^{2n-1}-7a^{2n-2}-8a^{2n-3}$

(5)原式$=(2a^2+2b^2)(a^2-b^2)$

$=2(a^4-b^4)$

$=2a^4-2b^4$

(6)原式$=[3x^2-(4x-5)][3x^2+(4x-5)]$

$=9x^4-(4x-5)^2$

$=9x^4-16x^2+40x-25$

(7)原式$=[16a^2-\frac{9}{4}b^2+4ab-4ab+\frac{9}{4}b^2]\div 4a$

$=16a^2\div 4a$

$=4a$

【点评】 应熟练掌握平方差、完全平方等整式的乘法公式,同时应注意去括号法则的正确使用,对第(6)题这样的题目应努力发现其特征,综合运用整体代换思想及平方差公式,从而事半功倍!

【例3】 已知:$x+y=-3$…①,$xy=-\frac{1}{2}$…②

求:(1)x^2+y^2;(2)$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$;(3)$(x-y)^2$.

【分析】 要产生x^2+y^2的形式,只要将①^{2}即可得;将$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$通分后即可利用已知条件求解.

解:(1)①^{2}得 $x^2+2xy+y^2=9$

$\therefore x^2+y^2=9-2xy=9-2\times(-\frac{1}{2})=10.$

(2) $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{y^2+x^2}{xy}=\frac{10}{-\frac{1}{2}}=-20.$

(3)$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=(-3)^2-4\times(-\frac{1}{2})=9+2=11$

【点评】 解题时应充分利用已知条件,将之变形为所求问题的形式,如求(1)问时只要将①式平方,从而问题迎刃而解.其余请认真思考并应用此类方法!

【例4】 当$x=1$时,代数式px^3+qx+1的值为2001,则当$x=-1$时,代数式px^3+qx+1的值为 ( )

A. -1999 B. -2000 C. -2001 D. 1999

【分析】 当$x=1$时,$px^3+qx+1=2001$,即有$p+q=2000$而当$x=-1$时,有$px^3+qx+1=-p-q+1=-(p+q)+1=-2000+1=-1999$

解:选A.

【点评】 此类题型应注意整体代换思想的应用.

【例5】 已知m是实数,若多项式m^3+3m^2+3m+2的值为0,求$(m+1)^{2001}+(m+1)^{2002}+(m+1)^{2003}$的值.

【分析】 此题关键在于求出m的值或$m+1$整体的值.

解:$\because m^3+3m^2+3m+2$

$=(m^3+3m^2+2m)+(m+2)$

$=m(m^2+3m+2)+(m+2)$

$=m(m+1)(m+2)+(m+2)$

$=(m+2)(m^2+m+1)$

$=0,$

而m^2+m+1

$=m^2+m+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$

$=(m+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0,$

$\therefore m+2=0$,即$m+1=-1$.

$\therefore$ 原式$=(-1)^{2001}+(-1)^{2002}+(-1)^{2003}$

$=-1+1-1$

$=-1$

FANG FA XIAO JIE 方法小结

1.正确区别平方差公式和完全平方公式,同时不要写成$(a+b)^2=a^2+b^2$.

2.注意合并同类项与同底数幂相乘的区别.

数学 教师手册

如：$x^3 + x^2 \neq x^5$，而 $x^3 \cdot x^2 = x^5$.

KE SHI XUN LIAN 课时训练

一、课堂反馈

1.(2003年·山东烟台市)若 $2a^m b^{2m+3n}$ 和 $a^{2n-3}b^8$ 的和仍是一个单项式，则 m 与 n 的值分别是 (A)

A.1,2　　B.2,1

C.1,1　　D.1,3

2.(2002年·重庆)下面运算正确的是 (C)

A.$x^3 \cdot x^2 = x^6$　　B.$x^3 - x^2 = x$

C.$(-x)^2 \cdot (-x) = -x^3$　　D.$x^6 \div x^2 = x^3$

3.(2001年·江苏连云港)下列四个式子中与多项式 $2x^2 - 3x$ 相等的是 (A)

A.$2(x-\frac{3}{4})^2 - \frac{9}{8}$　　B.$2(x-\frac{3}{4})^2 + \frac{9}{8}$

C.$(x-\frac{3}{4})^2 - \frac{9}{16}$　　D.$(x-\frac{3}{4})^2 + \frac{9}{16}$

4.(2001年·河南)已知代数式 $3y^2 - 2y + 6$ 的值为8，则代数式 $\frac{3}{2}y^2 - y + 1$ 的值为 (B)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

5.(2001年·江苏连云港)在公式 $(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$ 中，当 a 分别取1,2,3,…,n 时，可得下列几个不等式：

$(1+1)^2 = 1^2 + 2\times 1 + 1$

$(2+1)^2 = 2^2 + 2\times 2 + 1$

$(3+1)^2 = 3^2 + 2\times 3 + 1$

…

$(n+1)^2 = n^2 + 2\times n + 1$

将这 n 个等式的左、右两边分别相加，可推出求和公式：$1+2+3+\cdots+n = \underline{\frac{n(n+1)}{2}}$(用含 n 的代数式表示).

二、延伸拓展

1.若 $a^2 + ma + 9$ 是一个完全平方式，那么 $m = \underline{\pm 6}$.

2.若 $(x^2 + mx + 8)(x^2 - 3x + n)$ 展开后不含 x^2 和 x^3 项，求 m、n 的值.

解：含 x^2 项之和为：$nx^2 + (-3mx^2) + 8x^2 = (n - 3m + 8)x^2$；

含 x^3 项之和为：$-3x^3 + mx^3 = (m-3)x^3$.

又 ∵ 展开不含 x^2 和 x^3 项，

∴ $n - 3m + 8 = 0$，且 $m - 3 = 0$.

∴ $m = 3$，且 $n = 1$.

3.(2002年·怀化市)先化简，再求值：

$(a+2b)^2 - (a-b)(a-4b)$，其中 $a = \frac{1}{3}$，$b = 2$

解：原式 $= a^2 + 4ab + 4b^2 - (a^2 - 4ab - ab + 4b^2)$

$= 9ab$

$= 9 \times \frac{1}{3} \times 2 = 6$

4.设 $x^2 + x - 1 = 0$，求 $x^3 + 2x^2 + 3$ 的值.

解：∵ $x^3 + 2x^2 + 3 = (x^3 + x^2) + x^2 + 3 = x(x^2 + x) + x^2 + 3$，且 $x^2 + x - 1 = 0$，

∴ $x^2 + x = 1$.

∴ 原式 $= x + x^2 + 3 = 1 + 3 = 4$.

5.若 $x^2 - 5x + 1 = 0$，求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值.

解：∵ $x^2 - 5x + 1 = 0$，

∴ $x - 5 + \frac{1}{x} = 0$，即 $x + \frac{1}{x} = 5$.

∴ $(x + \frac{1}{x})^2 = 5^2$，即 $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25$.

∴ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2 = 23$.

第4课时　因式分解

YAO DIAN KAO DIAN JU JIAO 要点考点聚焦

1.因式分解的定义

把一个多项式化为 n 个整式的积的形式，叫做把这个多项式因式分解式分解因式.

2.因式分解的几种常用方法

(1) 提公因式法

(2) 运用公式法：

① 平方差公式：$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

② 完全平方公式：$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

(3) 二次三项式型：$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

(4) 分组分解法:

① 分组后能提公因式;

② 分组后能运用公式.

3.因式分解的一般步骤

可归纳为一"提"、二"套"、三"分"、四"查":

(1) 一"提":先看多项式的各项是否有公因式,若有必须先提出来.

(2) 二"套":若多项式的各项无公因式(或已提出公因式),第二步则看能不能用公式法或用 $x^2+(p+q)x+pq$ 型分解.

(3)"三分":若以上两步都不行,则应考虑分组分解法,将能用上述方法进行分解的项分成一组,使之分组后能"提"或能"套",当然要注意其要分解到底才能结束.

(4) 四"查":可以用整式乘法检查因式分解的结果是否正确.

KE QIAN 课前 热身 RE SHEN

1.下列多项式中,能用公式进行因式分解的是 (D)

A.x^2+4　　B.x^2+2x+4

C.$x^2-2x+\frac{1}{4}$　　D.x^2-4y^2

2.(2001年·江苏南京)分解因式:$ax^2+2ax+a=\underline{a(x+1)^2}$.

3.(2001·山东济南)分解因式:$(x+y)^2-4(x+y)+4=\underline{(x+y-2)^2}$.

4.(2002年·江苏宿迁)分解因式:$x^3-x^2-x+1=\underline{(x+1)(x-1)^2}$.

解:x^3-x^2-x+1

$=(x^3-x^2)-(x-1)$

$=x^2(x-1)-(x-1)$

$=(x-1)(x^2-1)$

$=(x+1)(x-1)^2$

5.(2002年·湖北武汉)分解因式:$ax^2+ay^2-2axy-ab^2=\underline{a(x-y+b)(x-y-b)}$.

解:$ax^2+ay^2-2axy-ab^2$

$=a[(x^2+y^2-2xy)-b^2]$

$=a[(x-y)^2-b^2]$

$=a(x-y+b)(x-y-b)$

6.如果方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实数根 x_1,x_2,那么 $ax^2+bx+c=$ (C)

A.$(x-x_1)(x-x_2)$　　B.$(x+x_1)(x+x_2)$

C.$a(x-x_1)(x-x_2)$　　D.$a(x+x_1)(x+x_2)$

7.多项式 x^2-5x-6 分解因式的结果是 (D)

A.$(x+2)(x-3)$　　B.$(x-2)(x+3)$

C.$(x-1)(x+6)$　　D.$(x+1)(x-6)$

8.(2003年·南京市)在实数范围内分解因式:$x^2-2\sqrt{3}x+3=\underline{(x-\sqrt{3})^2}$.

9.(2003年·南通市)分解因式:$mn+mn^2=\underline{mn(1+n)}$;$a^2+4ab+4b^2=\underline{(a+2b)^2}$.

DIAN XING LI TI 典型例题 JIE XI 解析

【例1】 因式分解:

(1) $-4x^2y+2xy^2-12xy$;

(2) $3x^2(a-b)-x(b-a)$;

(3) $9(x+y)^2-4(x-y)^2$;

(4) $81a^4-1$;

(5) $(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)+1$;

(6) $(a^2+b^2)^2-4a^2b^2$.

【分析】 本题主要复习因式分解的几种常用方法,要能够灵活运用它们进行因式分解.

解:(1) 原式 $=-2xy(2x-y+6)$

(2) 原式 $=3x^2(a-b)+x(a-b)$

$=x(a-b)(3x+1)$

(3) 原式 $=[3(x+y)+2(x-y)][3(x+y)-2(x-y)]$

$=(5x+y)(x+5y)$

(4) 原式 $=(9a^2)^2-1^2$

$=(9a^2+1)(9a^2-1)$

$=(3a+1)(3a-1)(9a^2+1)$

(5) 原式 $=(x^2+2x+1)^2=(x+1)^4$

(6) 原式 $=(a^2+b^2+2ab)(a^2+b^2-2ab)$

$=(a+b)^2(a-b)^2$

【点评】 因式分解时,有公因式要先提公因式,然后再考虑是否能运用公式法,当然还要注意整体代换思想在因式分解中的应用.

【例2】 因式分解:$-3a^{n-1}+12a^n-12a^{n+1}$($n>1$的正整数).

【分析】 本例出现了字母指数,在提取公因式的过程中,用到"同底数幂相除,底数不变,指数相减"的法则,字母指数相减时,若不加括号容易发生错误,如:$(-12a^{n+1})\div(-3a^{n-1})=4a^{(n+1)-(n-1)}=4a^2$.

解:原式 $=-3a^{n-1}[1-4a^{n-(n-1)}+4a^{(n+1)-(n-1)}]$

$=-3a^{n-1}(1-4a+4a^2)$

$=-3a^{n-1}(2a-1)^2$

【点评】 要注意法则 $a^m\div a^n=a^{m-n}$ 和 $a^0=1$(a

数学 教师手册