壳体力学及设计概要

丁大钧　编著

东南大学出版社

壳体力学及设计概要

Mechanics of Shells and Essentials of Design

丁大钧 编著

东南大学出版社

内 容 提 要

本书共6章，主要论述常用筒壳、双曲扁壳和圆顶的计算和设计，也涉及扭壳和膜型壳。对筒壳和扁壳计算除以我国《钢筋混凝土薄壳顶盖及楼盖结构设计计算规程(BJG16-65)》为主外，还涉及国际上一些重要的计算方法。此外书中还列出“薄壳通论”一章，介绍用微分几何方法建立基本公式，并在相应节内将之应用于筒壳、扁壳和圆顶。为了方便未学习过微分几何的读者使用本书，对它们也用一般弹性力学方法证导基本公式，并用浅显的方法阐述其各自的受力机理。

本书可作为土木工程类专业研究生选修课教材和教师及工程技术人员的参考用书。

壳体力学及设计概要

丁大钧 编著

东南大学出版社出版

南京四牌楼2号

江苏省新华书店发行 武进县第三印刷厂印刷

开本 850×1168 毫米 1/32 印张10.75 插页2 字数275千字

1991年8月第1版 1991年8月第1次印刷

印数: 1—1 000册

ISBN 7-81023-508-7

TU·34 定价：5.60元

责任编辑：张新建

前　言

大跨度薄壳结构主要用于大跨度屋盖。在建设中广泛应用的管道是闭合式筒壳结构，而圆水池、气柜则属底部支承的壳体。水塔中水柜很多采用球壳（顶）、筒壳（侧壁）和倒锥壳（底）的组合体。我国在水坝闸门中有时采用双曲扁壳建造。对烟囱和柱等的独立基础，有时也采用薄壳做成，如M型组合壳、正倒锥组合壳和双曲抛物面扁扭壳等。

本书主要阐述屋盖薄壳结构，对薄壳通论也作了介绍。编者对筒壳提出的近似计算方法，不但较苏联符拉索夫方法简单，而且可用于符氏法不能计算的中长壳；对折壳的计算自然可以应用。编者提出的扁壳内力直接差分法，不但较一般应力函数差分法为简单，而且还可以减少误差的积累，尤其可较方便地计算线性分布（包括均匀分布）的荷载情况（这时线性方程式组的常数项都为零），如承受水压力的闸门结构的计算。

本书共分6章，主要阐明应用较多的筒壳、双曲扁壳和圆顶结构。第2章还介绍用微分几何方法给出的薄壳基本公式通式，它能应用于各类具体壳体。为了方便不熟悉微分几何的读者的学习和参考，对基本公式还用一般弹性力学方法进行了推导。在计算中主要介绍我国《钢筋混凝土薄壳顶盖及楼盖结构设计计算规程（BJG 16-65）》（试行）的方法，也涉及到其他一些计算方法。本书只讨论薄壳计算，而对厚壳则未予论述。为了联系设计，书中还按照《规程》规定，简短地给出设计概要。

本书初稿于60年代写成，1984年修改补充后打印出作为研究生选修课教材。当时编者在昆明，故校对工作由曹征良和朱暾博士（曹征良现任东南大学土木系副教授，朱暾现任武汉水利电力

学院建工系副教授）他们起初并未涉猎此课程，能在众多符号的情况下很细致地做好校对工作。这次修改出版即系利用打印稿进行删简的（删去一些其他计算方法，约占原稿1/5～1/4），也补充了一些其他内容，如三类壳体的受力机理和稳定验算的原始资料。此外请我教研组副教授陆勤博士编写了双曲扁壳内力直接差分法的计算机程序。还应提到的，1986年我系张福智高级工程师曾为本书稿进行过整理工作。为本书出版李漪秾老同志精心绘图，郜扣霞同志作出了大量准备工作。对以上提到的同志所给予的帮助和东大出版社为出版本书，编辑张新建同志为细致校对和武进县第三印刷厂为精心排印，编者在此一并表示衷心的感谢。

本书还指出一些作者所提公式的异同，有些证明和阐述则系编者个人的看法。对本书的错误，欢迎批评指正。

丁大钧

1991年5月于东南大学

PREFACE

Large span shells are mainly used for roofs with large span. In construction, pipelines used widely are closed cylindrical shell structures, cylindrical water and gas tanks are shells supported on bottom. The tank of water tower constituted from dome (top), cylindrical shell (lateral wall) and inverted conical shell (bottom) is often used. In China, the shallow shells with double-curvature are sometimes constructed for dam gates. For the separate footings of chimney and columns are sometimes made of shells, such as conic or twisted shell, M-typed composite shell or composite of dome and conic shells. Though this book expounds shell structures for roofs, yet introduces also the general calculation of shells. The approximate calculation method for cylindrical shells, proposed by the author, is not only more simple than that by USSR Prof. Vlasov, but can also be used to calculate the intermediate shells unable to be calculated by using Vlasov's method. Of course it can be used for folded shells. The direct finite-difference method for the internal forces in shallow shells with double curvature, proposed also by the author, is not only more simple than the general difference method for stress function, but can also reduce the accumulation of errors, especially it is more convenient to be used in the calculation for linearly (including uniformly) distributed load cases (in this time the constant terms in the group of linear equations are all equal to zero), such as for the gate structures subjected to hydraulic pressure.

This book is divided into six chapters among which the second one introduces the fundamental formulas in general form derived by means of using differential geometry, they can be conveniently used for various kinds of shell. This book expounds mainly the structures of cylindrical shells, shallow shells with double curvature and domes, used more widely in practice. For the fundamental formulas of these shells can be written out from those in general form by using differential geometry, but for the convenience's sake of being learned and referred by the readers unfamiliar with differential geometry, these formulas are also derived by using the general method given in elasticity books. The calculation methods listed in China "Design and Calculation Specifications for Reinforced Concrete Shell Structures of Roofs and Floors, BJG16-65 (trial edition)" are introduced mainly, but some other methods are also given. This book discusses only the calculations of thin shells and does not deal with those of thick shells. For integrating with practice, in this book, some design essentials are given shortly following the prescripts in "Specifications".

The first draft of this book was written in the sixties, in the eighties, revisions and supplements were made for mimeographing to be used as the text of elective course for post graduates. In that time the author was in Kunming, so the checking work was undertaken by Doctoral students, Mr. Cao Zhengliang and Mr. Zhu Dun (now, Dr. Cao is Assoc.Prof. of Southeast University, Dr. Zhu is Assoc.Prof.of Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering) when both of them had not learned this course, but did their best to finish this work in the case of very many mathematical notations. The mimeographed material is used for publishing after revising and simplifying (cancelling some other calculation methods which made up 1/5-1/4 of the total original draft), and some supplements are also made, such as the mechanical mechanisms for the three kinds of shell and the original materials of checking stability. Besides, Assoc. Prof. Dr. Lu Qin of our division was asked to make the computer program of direct difference method for the internal forces in shallow shells. It should also be pointed out that in 1986, Senior Eng. Mr. Zhang Fuzhi of our division had made the work of preliminary simplification, old man Mr. Li Yinong gave the help in tracing all illustrations, Ms. Tai Kouxia in finishing the preparation for publishing, Southeast University Press in publishing this book, the Editor Mr. Zhang Xinjian in checking carefully and the 3rd Press of Wujin County in typesetting and printing meticulously. The author wishes to express his heartfelt gratitude to all the related persons mentioned above.

This book points out the similarities and differences of the formulas suggested by different authors, some derivation and explanation are made following the personal views of the author. The mistakes in this book are expected to be criticized.

Ding Dajun

May 1991 at Southeast University

目　录

第一章　绪　论

§1-1　概　述

壳体结构种类很多。早在罗马时代，就用石料建造圆屋顶，但是厚度是很大的，因而安全系数一般也是过大的。

对液体贮器，很多采用薄壳结构。钢筋混凝土薄壳屋盖则是在20年代中期开始建造的，这时主要建造圆顶结构和长筒壳屋盖，后来才发展建造短筒壳。30年代也已开始建造角锥壳。

苏联1937年颁布了国际上第一个《整体式薄壁顶盖与楼盖设计和计算规程》。在该规程中，除圆顶和长、短筒壳等壳体外，还给出由平板组成的折壳和幕结构的设计方法。

40年代后期开始研究和建造移动曲面薄壳(包括微弯平板)，即壳体曲面由一根曲线沿另二根曲线上移动，或由一根直线沿另二根直线上移动构成，如双曲扁壳和双曲抛物面扭壳，前者为正高斯曲率壳体，后者则具有负高斯曲率。

从50年代后期开始，除用钢筋混凝土建造薄壳屋盖外，已开始采用钢丝网水泥建造，这使壳板厚度可做成很薄。

这阶段壳体配筋都按弹性理论进行。

1961年，苏联颁布了第二个《钢筋混凝土薄壁空间顶盖与楼盖设计规程》。在这一规程中，除原规程中介绍的几种壳体外，根据20多年来的发展，还增加了波形筒拱①，正高斯曲率的双曲扁壳，负高斯曲率的双曲抛物面壳体(扭壳及马鞍形薄壳)，悬挂顶

①也有做成在环向为波形的伞形圆顶的。

盖，阶梯帆形板及劈锥壳(其曲面由一直线，一端在直线上、一端在曲线上平行移动构成）等方面的内容。关于壳体承载力的计算，除一般仍按弹性理论进行外，对某些壳体，如承受对称竖向荷载作用的长圆筒壳，允许按极限平衡法进行。

早在50年代，对壳体已开始采用装配式或装配整体式方法施工。对大跨度薄壳屋盖的受拉区域和边缘构件，也往往施加预应力以提高结构的抗裂度和刚度。

为了交流理论和实践及实验研究的成果，从1952年国际上已召开了多次薄壳屋盖的学术讨论会。

原建筑工程部建筑科学研究院于1965年制订了我国第一个《钢筋混凝土薄壳顶盖及楼盖结构设计计算规程(BJG16-65)》(试行)，对常用的圆顶、筒壳、双曲扁壳及扭壳给出设计指示和按有弯矩理论具体的计算并给出有关的计算系数表，此外还给出膜型扁壳的设计方法。该规程对我国在空间薄壁结构的发展方面，起了积极的作用。

我国于1954年即已用喷射混凝土建造了北京天文馆圆顶。1958～1959年建造了北京火车站35×35m双曲扁壳屋盖和广东顺德56×56m六面形扁壳屋盖。1959～1960年建造了重庆山城电影院三波、30m长筒壳屋盖，在这时期还设计了临潼室内游泳池的62m装配式筒壳屋盖方案，此后还建造了徐州40m波形筒拱乒乓球馆屋盖及大连港海滨仓库23×23m扭壳屋盖。近些年来还建造了很多装配式折壳屋盖，也建造了一些折拱屋盖，取得了很好的经济效果。现建成的圆顶直径已达60m，组合扭壳达27×33.6m，椭圆马鞍壳达66×96m。

§1-2 讲授内容

本书的目的在于介绍壳体力学计算，也简单地介绍我国规程

中一些主要的设计指示和构造规定，但以前者为主。讨论的对象也即以规范中所列几种壳体为准，以筒壳和双曲扁壳为重点。对这两种壳体还介绍了不限于规程中给出的一些其他计算方法，同时也论及壳体基本微分方程式的各种简化；此外还阐述了一些近似简化计算方法，包括编者所提出的。

在本书中，按微分几何方法对壳体进行最一般的力学分析，然后结合这一结果落实到具体的壳体(筒壳、扁壳和圆顶)，因此列出“薄壳通论”一章。对每一具体壳体还给出其基本微分方程的证导，以便使未学习过微分几何的读者同样能够阅读。

第二章　薄壳通论

§2-1　向量及微分几何的若干知识

向量是一种量，它不仅有大小(长度)，而且有方向。

任何向量a可表示成下列的形式[1][2]：

$$a = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} \tag{2-1a}$$

式中$\mathbf{i}$，$\mathbf{j}$，$\mathbf{k}$的长度都等于单位1(这种向量，称为单位向量)而各具有ox，oy及oz的方向，称为基本向量。

a_x，a_y及a_z分别为向量a在坐标轴ox，oy及oz上的投影，称为向量沿坐标轴的分量。

若n表示空间任一方向，则向量a在该方向上的投影即为：

$$a_n = |a| \cos(n, a) \tag{2-1b}$$

当向量相加时，显然其相应分量亦相加。

两个向量a、b的数量积$a \cdot b$为大小等于这两个向量的长度和其间夹角余弦的乘积，即：

$$a \cdot b = |a|\,|b| \cos(a, b) \tag{2-2}$$

因为正负角的余弦同值，所以数学律仍然有效，即

$$a \cdot b = b \cdot a \tag{2-3}$$

若向量a和b正交时，则显然

$$a \cdot b = 0 \tag{2-4a}$$

因此对基本向量，则有：

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0 \tag{2-4b}$$

若向量a和b的方向相同，则

$$a \cdot b = |a|\ |b| \tag{2-5a}$$

若其方向相反，则

$$a \cdot b = -|a|\ |b| \tag{2-5b}$$

因此对基本向量，则有

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1 \tag{2-5c}$$

数量积可通过向量的分量来表示：

$$\begin{aligned} a \cdot b &= |a|\,|b| \cos(a,\ b) = |a|\,|b| [\cos(a,\ x) \\ &\cdot \cos(b,\ x) + \cos(a,\ y)\cos(b,\ y) + \cos(a,z) \\ &\cdot \cos(b,z)] \\ &= |a| \cos(a,x)\, |b| \cos(b,x) + |a| \cos(a,y) \\ &\cdot |b| \cos(b,y) + |a| \cos(a,z) |b| \cos(b,z) \\ &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \end{aligned} \tag{2-6}$$

即两个向量的数量积等于该两向量的相应分量乘积之和。上式的左边与坐标的选择无关，因此其右边将亦不依赖于坐标的选择，虽然这在右边看起来是不明显的。

因此

$$\begin{aligned} (a+b) \cdot c &= (a_x + b_x)c_x + (a_y + b_y)c_y + (a_z + b_z)c_z \\ &= (a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z) + (b_x c_x + b_y c_y + b_z c_z) \\ &= a \cdot c + b \cdot c \end{aligned} \tag{2-7a}$$

即对数量积，分配定律仍然存在。

推广之即得

$$(a_1 + b_1)(a_2 + b_2) = a_1 \cdot a_2 + a_1 \cdot b_2 + b_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 \tag{2-7b}$$

这表示交叉相乘展开括号的法则。

两个向量a和b的向量积$a \times b$定义为另垂直a和b所在平面的向量c，其大小等于由a及b所作成的平行四边形面积，即

$$c = a \times b = |a|\ |b| \sin(a,\ b) \tag{2-8}$$

c的方向可按右手定则确定，即沿c看，由a(第一个向量)向b(第二个向量)旋转较小角θ($<\pi$)，θ为顺时针向(图2-1)。

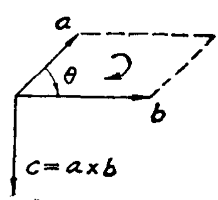

图 2-1

当b乘a时的向量积$b\times a$，显然其大小和c相同，而方向则相反，因这时应按由b向a旋转较小角来确定$b\times a$的方向，因此有

$$b\times a=-a\times b \tag{2-9}$$

可见在这种情况下，交换定律不能成立，而当向量的因子交换时改变符号。

以上关系从向量积的定义中已可清楚地看出，因负角的正弦应异号。

对基本向量应有：

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{i}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}\times\mathbf{k}=0\\ \mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i};\ \mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j};\ \mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}\end{array}\right\} \tag{2-10}$$

一曲面可由一点的轨迹来规定，其对某点o的向量半径(位置向量)r为二独立参数α及β的函数，因此曲面上一点的笛卡尔坐标$(x,\ y,\ z)$为α及β的已知函数，可写成下列形式：

$$x=f_1(\alpha,\ \beta),\ y=f_2(\alpha,\ \beta),\ z=f_3(\alpha,\ \beta) \tag{2-11}$$

方程式(2-11)实际为面的参数方程，如在这些方程式中消去α及β，则得面的方程式的下列熟知的形式：

$$F(x,y,z)=0$$

参数间的任何关系，如$g=(\alpha,\beta)=0$即表示面上的一曲线，这时r仅为一个独立参数的函数，而轨迹即为一曲线，在特殊情况下，一个面上的许多曲线，沿曲线一个参数为常数，这些曲线称为参数曲线。一个面可用两簇参数曲线规定。参数α、β这样组成面上各点的曲线坐标系，面上任意一点的位置可由该点的α及β值来确定。

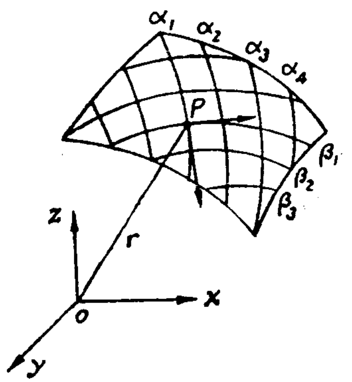

图 2-2

以上问题可用图2-2来说明。

取球面作为这种表示方法的一个例子。通常球面坐标(R,φ,θ)示如图2-3，球面上任意一点P的笛卡尔坐标为：

$$x = R\sin\varphi\cos\theta$$
$$y = R\sin\varphi\sin\theta,$$
$$z = R\cos\varphi$$

在这种情况下，φ及θ取为参数，由其可规定曲面，这即和参数α及β相当。

向量的微分：设向量r为某一参数τ的单位函数，由其可规定一曲线(L)。当$\tau=\tau$时，$r=r$，当$\tau=\tau+\Delta\tau$时，r应变为$r+\Delta r$，(图2-4)，则向量r对τ的微分的定义为：

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\tau} = \lim_{\Delta\tau=0}\frac{r(\tau+\Delta\tau)-r(\tau)}{\Delta\tau} \tag{2-12}$$

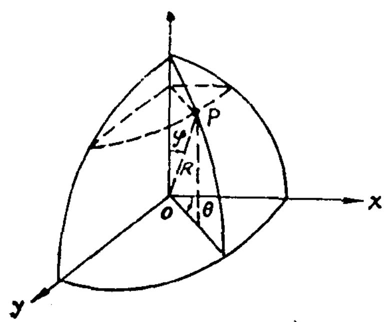

图 2-3

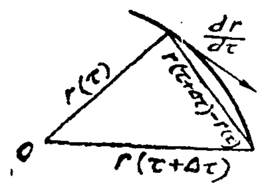

图 2-4

显微这项微商为一向量，其方向沿曲线(L)在点P的切线的方向。

如果我们取曲线的长度作自变量，则r对s的微商表示切线的的单位向量$t=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s}$，该向量的长度为1，而方向则沿切线的方向。因为在极限的情况下，当$\tau=s$时，从(2-12)式可见，这时弦