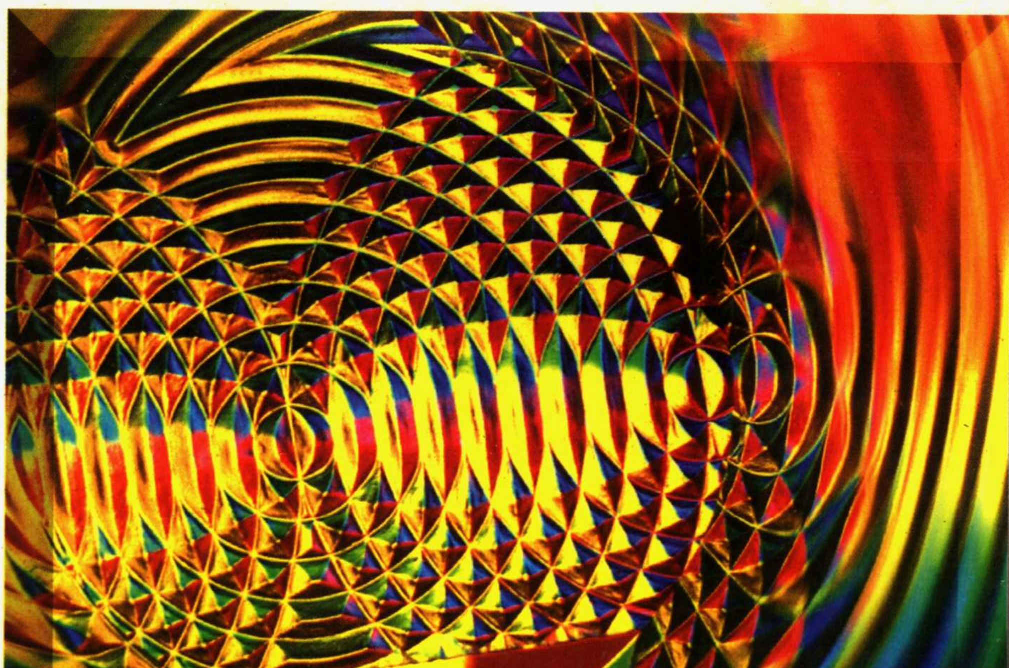
全国各类成人高等学校招生统一考试
大专起点升本科考前辅导班教材

高等数学复习指导

（文科类）

丛书主编　郭光耀
本书主编　王　奇



科学普及出版社

全国各类成人高等学校招生统一考试
大专起点升本科考前辅导班教材

高等数学复习指导

（文科类）

丛书主编　郭光耀
本书主编　王　奇

科 学 普 及 出 版 社
·北　京·

图书在版编目(CIP)数据

高等数学复习指导:文科类/王奇主编.-北京:科学普及出版社,1998.1
(全国各类成人高等学校招生统一考试大专起点升本科考前辅导班教材/郭光耀主编)
ISBN 7-110-04360-6

I.高… II.朱… III.高等数学-高等教育:成人教育-入学考试-教材 IV.013

中国版本图书馆 CIP 数据该字(97)第 25756 号

科学普及出版社出版
北京海淀区白石桥路 32 号 邮政编码:100081
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
北京国防印刷厂印刷

*

开本:787 毫米×1092 毫米 1/16 印张:19.625 字数:350 千字
1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月第 1 次印刷
印数:1-10000 定价:31.00 元

内 容 提 要

本书是根据国家教委 1997 年 8 月制订的《全国各类成人高等学校专科起点本科班招生(非师范类)复习考试大纲经济管理类》的精神编写的,是考生复习《高等数学》(文科类)的指导书。

全书共分三部分。第一部分为《高等数学》(文科类)各章练习题及答案,第二部分为模拟试题及答案,第三部分为 1994 年至 1997 年试卷及答案与 1997 年试卷评析及展望。

本书也可作为财经类成人高等学校学生学习高等数学的参考书。

丛书主编 郭光耀

丛书编委 （按姓氏笔画排序）

于一　仁静　方铭　王奇　王小平
王爱萍　牛辉　包海　朱光贵　纪浩
刘晓　刘亚玲　刘嘉　李寿山　何虎生
陈洪育　沈俊燕　国炜　岳金波　周伯君
赵达夫　闻跃　郭光耀　徐刚　唐恒志
傅建国　魏发晨

本书主编 王奇

本书编者 王奇　陈洪育

责任编辑 肖叶　胡萍

责任校对 张林娜

封面设计 曲文

正文设计 曲文

前　言

为配合全国各类成人高等学校(非师范类)专科起点本科班入学考试,我们编写了教材《高等数学》,以及《高等数学复习指导》(文科类)。

作为配套教材,本书既注意保持知识的系统性和完整性,又紧密联系复习考试大纲。全书分为三个部分:第一部分为教材中各章的练习题及答案(第一、二章练习题为1.1～1.115,第三、四章练习题为2.1～2.130,第五、六章练习题为3.1～3.92,第七章练习题为4.1～4.48);第二部分为模拟试题及答案;第三部分为1994年至1997年试卷及答案,并对1997年的试卷内容进行了分析。书中不仅有每道题的题解,而且还介绍了一部分难题的解题思路、方法及规律,以求从根本上提高考生的应试能力。

请辅导教师和考生注意:本书已按国家标准规定,将“tg”改为“tan”,“ctg”改为“cot”。

由于编者水平有限,时间仓促,书中不妥之处,望读者不吝指出,万分感谢。

编者

1998年1月

目　　录

第一部分　高等数学(文科类)各章练习题及答案

各章练习题

1.1　函数 $y=\dfrac{1}{\lg(2-x)}$的定义域是________ .

1.2　函数 $y=\cos 2x$ 的周期是________ .

1.3　函数 $y=x^2+2$ 在区间________内是单调减少的,在区间________内是单调增加的 .

1.4　函数 $y=x^3-1$ 的反函数是________ .

1.5　函数 $y=\sqrt{3-x}+\sin\sqrt{x}$的定义域是(　　　).

(a)　$[0,1]$　　　(b)　$[0,1)$,　$(1,3]$

(c)　$[0,+\infty)$　　　(d)　$[0,3]$

1.6　设 $f(x)$的定义域为$(-1,1)$,　则 $f(x+1)$的定义域是(　　　).

(a)　$(-2,0)$　　　(b)　$(-1,1)$

(c)　$(0,2)$　　　(d)　$[0,2]$

1.7　求下列函数的定义域 .

(1)　$y=\dfrac{1}{x^2-2x}$　　　(2)　$y=\sqrt{x^2-9}$

(3)　$y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$　　　(4)　$y=\lg\dfrac{x}{x-2}+\arcsin\dfrac{3x-1}{5}$

(5)　$y=\lg(x-1)+\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$　　　(6)　$y=\sqrt{x^2-4x+3}$

(7)　$y=f(x)=\begin{cases} x^2+1, & -1<x\leqslant 2 \\ x+3, & 2<x\leqslant 4 \end{cases}$

(8)　$y=f(x)=\begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & |x|\leqslant 1 \\ x^2-1, & 1<|x|<2 \end{cases}$

1.8　设

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x<-1 \\ x^2+1, & -1\leqslant x\leqslant 1 \\ x+1, & x>1 \end{cases}$$

那么 $f(-2)$,　$f(-1)$,　$f(2)$分别等于(　　　).

(a)　0,　5,　-1　　　(b)　0,　2,　0

(c)　0,　2,　3　　　(d)　0,　5,　3

1.9 已知函数

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}, & x<0\\ x, & 0<x<1\\ 2, & 1\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$$

求 $f(-2)$, $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$及其定义域．

1.10 (　　)组中的 $f(x)$与 $g(x)$是相同的函数．

(a) $f(x)=x$, $g(x)=\sqrt{x^2}$

(b) $f(x)=x+1$, $g(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$

(c) $f(x)=\ln x^2$, $g(x)=2\ln|x|$

1.11 设 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$, 求．

(1) $f(0)$　(2) $f(\frac{1}{2})$　(3) $f(-x)$

(4) $f(\frac{1}{x})$　(5) $f(x+1)$　(6) $f(x^2)$

1.12 用分段函数表示函数 $y=3-|x-1|$,并画出其图形．

1.13 下列函数中偶函数是(　　), 奇函数是(　　).

(a) $f(x)=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$　(b) $f(x)=x-x^2$

(c) $f(x)=2^x$　(d) $f(x)=3x^3-5\sin x$

1.14 判定下列函数的奇偶性．

(1) $y=\tan x$　(2) $y=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$　$(a>0)$

(3) $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$　(4) $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$

(5) $y=\sin x-\cos x$

1.15 若 $f(x)$为$(-\infty,+\infty)$上的任意函数,则 $F(x)=f(x)-f(-x)$是(　　).

(a) 偶函数　(b) 奇函数　(c) 非奇非偶函数　(d) $F(x)\equiv 0$

1.16 设 $y_1=f_1(x)$, $y_2=f_2(x)$都是偶函数,其定义域均为 $D(f)$.

试证明: $f_1(x)\cdot f_2(x)$是偶函数．

1.17 在下列周期函数中,周期不为 π 的是(　　).

(a) $y=3-\sin^2 x$　(b) $y=\cos 2x$

(c) $y=a+\tan x$　(d) $y=1+\cos\dfrac{\pi}{2}x$

1.18 求下列函数的周期．

(1) $y=\sin(3x+2)$　(2) $y=\tan\dfrac{x}{2}+1$

1.19 下列函数中不是单调函数的有(　　).

(a) $y=3x-2$　(b) $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

(c) $y=x^2+2$　(d) $y=1-\ln x$

1.20 在区间$(-1,0)$上,由(　　)给出的函数是单调增加的.

(a) $y=|x|+1$　　(b) $y=5x-2$

(c) $y=-4x+3$　　(d) $y=|x|-2x$

1.21 在下列函数中,(　　)无界.

(a) $\dfrac{1}{1+x^2}$　　(b) $\dfrac{2x}{1+x^2}$

(c) $\arctan x$　　(d) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

1.22 设函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x}$,证明: $f(x)$在区间$[0,+\infty)$上是单调增加的函数.

1.23 证明函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$在$(-\infty,+\infty)$内有界.

1.24 证明函数 $y=x^3$ 在区间$[1,\ 2]$上是有界的.

1.25 证明下列函数在给定区间内是无界的.

(1) $y=\dfrac{1}{x}$, $(0,1)$　　(2) $y=x\sin x$, $(0,+\infty)$

1.26 判定下列函数的单调增减性.

(1) $y=4-x^2$　　(2) $y=\tan x$, $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$

(3) $y=\lg x$, $(0,+\infty)$　　(4) $y=x^3$

(5) $y=2^x$

1.27 直接函数 $y=f(x)$与它的反函数 $x=f^{-1}(y)$的图形(　　).

(a) 关于 x 轴对称　　(b) 关于 y 轴对称

(c) 关于直线 $y=x$ 对称　　(d) 是同一条曲线

1.28 函数 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$的反函数是(　　).

(a) $\log_2\dfrac{x}{1-x}$　　(b) $\log_2\dfrac{1-x}{x}$

(c) $\log_2\dfrac{x}{x-1}$　　(d) $\log_2\dfrac{x}{1+x}$

1.29 函数 $y=10^{x-1}-2$ 的反函数是(　　).

(a) $y=\dfrac{1}{2}\lg\dfrac{x}{x-2}$　　(b) $y=\log_x 2$

(c) $y=\log_2\dfrac{1}{x}$　　(d) $y=1+\lg(x+2)$

1.30 求下列函数的反函数:

(1) $y=3x+1$　　(2) $y=2\sin\dfrac{x}{3}$, $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$

(3) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$　　(4) $y=\sqrt[3]{x+1}$

(5) $y=\sqrt{1-x^2}$ $[-1,0]$

1.31 设某种商品的需求量 Q 是价格 P 的函数.

$$Q=a-bP\qquad(a>0,\quad b>0)$$

(1) 试将价格 P 表示成需求量 Q 的函数;

(2) 试确定最大需求量和最大销售价格.

1.32 函数 $y=\sqrt[5]{\ln \sin^3 x}$的复合过程为(　　　).

(a) $y=\sqrt[5]{u}$, $u=\ln v$, $v=w^3$, $w=\sin x$

(b) $y=\sqrt[5]{u^3}$, $u=\ln \sin x$

(c) $y=\sqrt[5]{\ln u^3}$, $u=\sin x$

(d) $y=\sqrt[5]{u}$, $u=\ln v^3$, $v=\sin x$

1.33 函数 $y=\cos^2(3x+1)$的复合过程为(　　　).

(a) $y=\cos^2 u$, $u=3x+1$

(b) $y=u^2$, $u=\cos(3x+1)$

(c) $y=u^2$, $u=\cos v$, $v=3x+1$

(d) $y=(\cos u)^2$, $u=3x+1$

1.34 下列函数不是初等函数有(　　　).

(a) $y=\sin[\sin(\sin x)]$

(b) $y=\begin{cases} x+1, & x<1 \\ 1, & x=1 \\ -1, & x>1 \end{cases}$

(c) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$

(d) $y=e^{e^{-x^2}}$

1.35 设 $y=u+1, u=\lg v$, $v=\sin w$, $w=5x$, 试将 y 表示成 x 的函数.

1.36 设 $y=u^2$, $u=1+v$, $v=e^w$, $w=-x^2$, 试将 y 表示成 x 的函数.

1.37 指出下列函数是由哪些简单函数复合而成的.

(1) $y=(x-3)^4$　　(2) $y=\lg[\lg(\lg x)]$

(3) $y=2^{\tan\frac{1}{x}}$　　(4) $y=\arctan(\tan 3x)$

(5) $y=\left(\arcsin\dfrac{x}{2}\right)^2$　　(6) $y=e^{\arctan\sqrt{x^2+1}}$

1.38 设 $f(x)=x^2$, $\varphi(x)=2^x$, 求: $f[f(x)]$, $f[\varphi(x)]$, $f[\varphi(0)]$, $\varphi[f(x)]$, $\varphi[\varphi(x)]$.

1.39 在半径为 R 的球内嵌入一圆柱,试将圆柱的体积表示成高度 H 的函数,并确定其定义域.

1.40 设一工厂 A 与铁路的垂直距离为 a 公里,它的垂足 B 到位于铁路上的另一工厂 C 的距离为 b 公里,为了将工厂 A 的产品运到工厂 C,想在铁路上另修一转运站 M,以便将产品先从公路上运往 M,再由铁路运往 C. 如果已知汽车运费是 m 元/(吨·公里),火车运费是 n 元/(吨·公里)($m>n$),记 $|BM|=x$ 试将总运费 y 表示成 x 的函数,并确定此函数的定义域.

1.41 某工厂生产某产品,固定成本为 130 元,每增加一吨,成本增加 6 元,且每日最多生产 100 吨,试将每日产品的总成本 C 表示成产量 q 的函数,并确定此函数的定义域.

1.42 设生产某种产品 x 件时的总成本 C 是产量 x 的线性函数,已知 $x=100$ 时,$C=450$ 元;$x=220$ 时,$C=630$ 元,试求总成本 C 与产量 x 的函数关系,并求 $x=270$ 时的总成本.

1.43　已知一商店的某种商品每件售价 5 元时，每月可卖出 1000 件，如果每件售价每降低 0.01 元，则可多卖出 10 件，试将总收入表示为多卖出件数（以 10 件为单位）的函数．

1.44　用铁皮做一个容积为 V 的圆柱形罐头筒，试将它的表面积表示成底半径的函数，并确定此函数的定义域．

1.45　设某工厂生产某种产品每月最多生产 10000 件，且总成本 C 是产量 x 的线性函数，已知 $x=2000$ 时，$C=9000$ 元；$x=4400$ 时，$C=12600$ 元，试求总成本 C 与产量 x 的函数关系．

1.46　某工厂生产某种型号的车床，年产量为 a 台，设分若干批进行生产，每批生产准备费为 b 元，产品均匀投放市场（即平均库存量等于批量的一半），每年每台的库存费为 c 元，试求一年中库存费与生产准备费之和 y 与批量 x 的函数关系．

1.47　设某商店以每件 20 元的进价购进一批上衣，又设此种商品的需求函数为 $Q=60-2P$，其中 Q 为销售量，P 为销售价格，试求总利润与销售价格的函数关系．

1.48　火车站收取行李费的规定为：当行李不超过 50 公斤时，按基本运费计算，如从上海到某地每公斤收 0.15 元；当超过 50 公斤时，超重部分按每公斤 0.25 元收费．试求运费 y 与重量 x 之间的函数关系．

1.49　要建造一个容积为 V，底为正方形的水池，如果池底每单位面积的造价是四周每单位面积造价的 2 倍，试将总造价表示成底边长的函数，并确定此函数的定义域．

1.50　下列数列中，极限不存在的是（　　）．

(a)　$0,\ 1,\ 0,\ \frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{3},\ 0,\ \frac{1}{4},\ 0,\cdots$

(b)　$2,\ \frac{1}{2},\ \frac{4}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{6}{5},\ \frac{1}{6},\ \frac{8}{7},\cdots$

(c)　$1,\ \frac{4}{5},\ 1,\ \frac{16}{17},\ 1,\ \frac{36}{37},\ 1,\cdots$

(d)　$2,\ \frac{1}{4},\ \frac{12}{9},\ \frac{12}{16},\ \frac{30}{25},\ \frac{30}{36},\ \frac{56}{49},\ \frac{56}{64},\cdots$

1.51　下列（　）中所给的数列是无界的．

(a)　$u_n=\sin\frac{n\pi}{2}$　　(b)　$v_n=\frac{3n}{n+1}$

(c)　$w_n=(\sin\frac{\pi}{n})^{-1}$　　(d)　$d_n=\frac{\cos n}{1+n}$

1.52　写出以下数列的通项，并判断其敛散性（收敛于什么或发散）．

(1)　$\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27},\frac{1}{81},\cdots$　　(2)　$-1,\ 2,\ -3,\ 4,\ -5,\ 6,\cdots$

(3)　$0,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{8}}{3},\ \frac{\sqrt{15}}{4},\ \frac{\sqrt{24}}{5},\cdots$　　(4)　$\cos\pi,\ \frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{2},\ \frac{1}{3}\cos\frac{\pi}{3},\ \frac{1}{4}\cos\frac{\pi}{4},\cdots$

1.53　写出下列各数列的通项（一般项），通过直接观察，指出收敛数列的极限值．

(1)　$1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{7},\ \frac{1}{9},\cdots$　　(2)　$1,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ -\frac{1}{4},\ \frac{1}{5},\ -\frac{1}{6},\cdots$

(3)　$\frac{\sqrt{2}}{1},\frac{\sqrt{5}}{2},\ \frac{\sqrt{10}}{3},\ \frac{\sqrt{17}}{4},\cdots$　　(4)　$2,\ 6,\ 12,\ 20,\ 30,\ 42,\ 56,\ 72,\cdots$

(5)　$0,\ \frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{4},\ 0,\ \frac{1}{8},\ 0,\ \frac{1}{16},\cdots$

1.54 写出数列$\{\sin\frac{n\pi}{2}\}$的前 5 项,并说明此数列的极限是否存在．

1.55 如果有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$ 成立,能否断定必有$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 成立? 试就函数 $f(x)=10^{-x}$加以讨论．

1.56 如果有 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$ 成立,能否断定必有$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ 成立? 试就函数 $f(x)=\frac{|x|}{x}$在 $x_0=0$ 处加以讨论．

1.57 $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x)=$________．

1.58 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+x-1}{x^2+2}=$________．

1.59 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan 5x}{\sin 3x}=$________．

1.60 $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{3-x}{3}\right)^{\frac{2}{x}}=$________．

1.61 $\lim\limits_{x\to9}\frac{x-9}{\sqrt{x}-3}=$________．

1.62 当 $x\to0$ 时,无穷小量$\sqrt{4+x}-2$与无穷小量$\sqrt{9+x}-3$比较是______无穷小量．

1.63 若 $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2+2x+k}{x-3}=8$, 则 k =________．

1.64 设 $f(x)=\begin{cases}x+2, & x<0\\ a, & x\geqslant0\end{cases}$, 如果 $f(x)$在 $x=0$ 处连续,则 $a=$________．

1.65 下列极限存在的有(　　)．

(a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x(x+1)}{x^2}$　　(b) $\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{2^x-1}$

(c) $\lim\limits_{x\to0}e^{\frac{1}{x}}$　　(d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$

1.66 下列极限中,(　　)是不正确的．

(a) $\lim\limits_{x\to3^-}(x+1)=4$　　(b) $\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{x+1}=1$

(c) $\lim\limits_{x\to2}10^{\frac{1}{x-2}}=\infty$　　(d) $\lim\limits_{x\to0^+}e^{\frac{1}{x}}=+\infty$

1.67 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,则函数 $f(x)$在点 x_0 处(　　)．

(a) 必须有定义　　(b) 不能有定义

(c) 可以没有定义　　(d) 可以有定义,但 $f(x_0)$必须等于 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$

1.68 下列极限中,(　　)$=\infty$

(a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-2x+2}{x^3-1}$　　(b) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2-2x+2}{x^3-x^2}$

(c) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2-2x+1}{x^3-1}$　　(d) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-2x+1}{x^3-x}$)

1.69 设 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{1-x}, & 当\ x<0\\ x+1, & 当\ 0<x<1,\\ 2, & 当\ 1\leqslant x\leqslant2\end{cases}$ 那么 $\lim\limits_{x\to1}f(x)$(　)．

(a) $=+\infty$ (b) $=-\infty$

(c) $=2$ (d) 不存在

1.70 两个无穷大量之和一定是无穷大量吗？为什么？

1.71 无限多个无穷小量的和一定是无穷小量吗？试举例说明．

1.72 两个无穷小量的商是无穷小量吗？

1.73 下列变量在给定变化过程中，(　　)是无穷大量．

(a) $\ln(x-1)$ $(x\to1^+)$ (b) $\arctan x$ $(x\to+\infty)$

(c) $\dfrac{x}{\sqrt{x^3+1}}$ $(x\to+\infty)$ (d) $10^{\frac{1}{x-1}}$ $(x\to1^-)$

1.74 函数 $y=\cos\dfrac{1}{x}$ 在过程(　　)中，为无穷小量．

(a) $x\to\infty$ (b) $x\to0$

(c) $x\to\dfrac{\pi}{2}$ (d) $x\to\dfrac{2}{\pi}$

1.75 下列变量在给定的变化过程中为无穷小量的是(　　)．

(a) $\dfrac{x^2-1}{x-1}$ $(x\to1)$ (b) $\dfrac{\sin x}{x}$ $(x\to0)$

(c) $\sin\dfrac{1}{x}$ $(x\to0)$ (d) $\dfrac{x^2}{x+1}\left(3-\sin\dfrac{1}{x}\right)$ $(x\to0)$

1.76 若 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\infty$，$\lim\limits_{x\to a}g(x)=\infty$，则下式中必定成立的是(　　)．

(a) $\lim\limits_{x\to a}[f(x)+g(x)]=\infty$ (b) $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]=0$

(c) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)+g(x)}=0$ (d) $\lim\limits_{x\to a}kf(x)=\infty$ $(k\neq0)$

1.77 下列命题中正确的是(　　)．

(a) 无穷小量的倒数是无穷大量

(b) 无穷大量的倒数是无穷小量

(c) 无界变量就是无穷大量

(d) 绝对值越来越接近 0 的变量是无穷小量

1.78 若 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=0$，$\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$，则下列结论中不正确的是(　　)．

(a) $\lim\limits_{x\to a}[f(x)+g(x)]=0$ (b) $\lim\limits_{x\to a}f(x)\cdot g(x)=0$

(c) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$ (d) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 不确定

1.79 当 $x\to0$ 时，无穷小量 $\alpha=x^2$ 与 $\beta=1-\sqrt{1-2x^2}$ 的关系是(　　)．

(a) α 是比 β 较高阶的无穷小量 (b) α 是比 β 较低阶的无穷小量

(c) α 与 β 是同阶无穷小量 (d) α 与 β 是等价无穷小量

1.80 函数 $f(x)=10^{-x}$ 在什么变化过程中是无穷大量？

1.81 函数 $f(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}$ 在什么变化过程中是无穷小量？又在什么变化过程中是无穷大量？

1.82 判定当 $x\to0$ 时，$f(x)=x\cdot\sin\dfrac{1}{x}$ 是无穷小量．

1.83 判定当 $x\to1$ 时，$f(x)=\dfrac{x-1}{2+x^2}$ 是无穷小量．

1.84 当 $x \to 0$ 时，试将下列无穷小量与无穷小量 x 进行比较：

(1) x^2+x^3 (2) $2x+x^4$

1.85 设 $f(x)=\begin{cases} x+2, & x \leqslant 2 \\ \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x>2 \end{cases}$ 讨论：当 $x \to 2$ 时，$f(x)$的极限是否存在．

1.86 设函数 $f(x)=x^2$，则 $\lim\limits_{x \to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=(\quad)$．

(a) 1 (b) 2 (c) $2a$ (d) $2x$

1.87 $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{x^2+x}{x^2-x+1}=(\quad)$．

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) ∞

1.88 当 $x \to \infty$ 时，若 $\dfrac{1}{px^2+qx+r} \sim \dfrac{1}{x+1}$ 则 p,q,r 之值一定为(　　)．

(a) $p=0$，$q=1$，$r=1$ (b) $p=0$，$q=1$，r 为任意常数

(c) $p=0$，q，r 为任意常数 (d) p，q，r 均为任意常数

1.89 求下列函数的极限．

(1) $\lim\limits_{x \to 1}(3x^2+2x-1)$ (2) $\lim\limits_{x \to 3}\dfrac{x^2-9}{x^3+x+1}$

(3) $\lim\limits_{n \to \infty}\dfrac{2^n+1}{2^n}$ (4) $\lim\limits_{x \to 0}\left(1-\dfrac{2}{x-2}\right)$

(5) $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{x^4-3x^2+1}{x^3+x}$ (6) $\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

(7) $\lim\limits_{x \to 2}\dfrac{4-x^2}{x-2}$ (8) $\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{x^n-1}{x-1}$ （n 为自然数）

(9) $\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{x^2+2x-3}{2x^3+4x-6}$ (10) $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{x+3}{x^2+x}(2+\cos x)$

(11) $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{2x^3-4x^2+1}{x^3+5x-3}$ (12) $\lim\limits_{x \to -\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

(13) $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{2x^2-1}{3x^4+x^2-2}$ (14) $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{\sin x}{x}$

1.90 设 $f(x)=\begin{cases} 3x, & x<1 \\ 2, & x=1 \\ 3x^2, & x>1 \end{cases}$ 求 $\lim\limits_{x \to 1}f(x)$，$\lim\limits_{x \to 2}f(x)$．

1.91 设已知 $\lim\limits_{x \to a}f(x)=4$，$\lim\limits_{x \to a}g(x)=1$，$\lim\limits_{x \to a}h(x)=0$ 求：

(1) $\lim\limits_{x \to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}$ (2) $\lim\limits_{x \to a}\dfrac{h(x)}{f(x)-g(x)}$

(3) $\lim\limits_{x \to a}[f(x)\cdot g(x)]$ (4) $\lim\limits_{x \to a}[f(x)\cdot h(x)]$

(5) $\lim\limits_{x \to a}\dfrac{g(x)}{h(x)}$

1.92 设 $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$．求 a,b 的值．

1.93 设 $f(x)=\dfrac{ax^3+(b-1)x^2+2}{x^2+1}$，当 $x \to +\infty$ 时，a,b 为何值 $f(x)$ 是无穷小量？

a,b 为何值 $f(x)$ 是无穷大量？

1.94 下列等式成立的是（　　）．

(a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x}=e$　　(b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}=e$

(c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^{x}=e$　　(d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+1}=e$

1.95 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sin(x^2-1)}{x-1}=$（　　）．

(a) 0　(b) $\frac{1}{2}$　(c) -2　(d) 2

1.96 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^{x}=$（　　）．

(a) e　(b) e^{-1}　(c) e^{a}　(d) $-a$

1.97 求下列函数的极限．

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$　　(2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan 2x-\sin x}{x}$

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$　　(4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 3x}{x^2}$

(5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(4x^2)}{x^2}$　　(6) $\lim\limits_{x\to +\infty}x\sin\frac{2}{x}$

(7) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(3x+2x^2)}{\tan(x-x^3)}$　　(8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{5+2x}{2x-1}\right)^{x+1}$

(9) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n}$　　(10) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{x}$

(11) $\lim\limits_{x\to 0}x\cot x$

1.98 已知 $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^{x}=e^{\frac{1}{2}}$，求 k 的值．

1.99 当 $x\to 0$ 时，试将下列无穷小量与无穷小量 x 进行比较．

(1) $\sqrt{x}+\sin x$　　(2) $\sin\left(\frac{x}{2}\right)^2$

(3) $\sin x-\tan x$　　(4) $\tan 2x-\sin(x+x^2)$

1.100 证明：当 $x\to 0$ 时，$\sqrt{1+x^2}-1=o(x)$．

1.101 证明：当 $x\to 0$ 时，$\sqrt{1+x}-1\sim\frac{x}{2}$．

1.102 如何判定分段函数 $f(x)$ 在分界点 x_0 处连续？

1.103 如果函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在点 x_0 处都连续，那么 $F(x)=f(x)+g(x)$ 在点 x_0 处一定连续吗？

1.104 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义，是 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的（　　）．

(a) 必要条件　　(b) 充分条件

(c) 必要充分条件　　(d) 无关条件

1.105 要使 $f(x)=\begin{cases}x^2-3x+2, & x\neq 2\\ k, & x=2\end{cases}$ 连续，$k=$（　）．

(a) 0　(b) 1　(c) 2　(d) 任意值

1.106 如果函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\sin x, & x<0\\ p, & x=0\\ x\sin\dfrac{1}{x}+q, & x>0\end{cases}$

在 $x=0$ 处连续，则 p,q 的值为(　　).

(a) $p=0,\quad q=0$　　(b) $p=0,\quad q=1$

(c) $p=1,\quad q=0$　　(d) $p=1,\quad q=1$

1.107 若函数 $f(x)$在区间(　　)上连续，则在该区间上函数一定存在最大值和最小值．

(a) $(-\infty,+\infty)$　　(b) $[a,b]$

(c) (a,b)　　(d) $[a,b)$

1.108 函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ x+1, & x>1\end{cases}$ 在 $x=\dfrac{1}{2},\quad x=1,\quad x=2$ 处是否连续？并作出函数的图形．

1.109 下列函数在 $x=0$ 处是否连续？为什么．

(1) $f(x)=\begin{cases}1-\cos x, & x<0\\ x+1, & x\geqslant 0\end{cases}$　　(2) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1-\sqrt{1-x}}, & x\leqslant 0\\ x+2, & x>0\end{cases}$

(3) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{|x|}, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$　　(4) $f(x)=\begin{cases}1+2x, & x\leqslant 0\\ e^{2x}, & x>0\end{cases}$

1.110 求下列函数的极限．

(1) $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{x+1}+e^x)$　　(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sin x}$

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{x}$　　(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{x}$

(5) $\lim\limits_{x\to +\infty}x[\ln(x+2)-\ln x]$

1.111 证明函数

$f(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ 在点 $x_0=0$ 处连续．

1.112 证明函数 $y=x^2$ 在$(-\infty,+\infty)$内连续．

1.113 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$在 $x=0$ 处无定义，试补充定义 $f(0)$的值，使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续．

1.114 求出下列函数的间断点，并判别间断点的类型，如果是可去间断点，则补充定义使它在该点连续．

(1) $y=\dfrac{x+1}{x^2-3x+2}$　　(2) $y=\begin{cases}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}, & x\neq 1\\ 0, & x=1\end{cases}$