

高等院校计算机专业教育改革推荐教材

信号、系统与 数字信号处理

张小虹 等编著

高等院校计算机专业教育改革推荐教材

信号、系统与数字信号处理

张小虹 编著

机械工业出版社

本书以信号处理的基本理论为主线,并将具有强大计算功能的 MATLAB 软件引入书中,通过经典理论与现代技术的结合,系统地将“信号、系统与数字信号处理”融为一体,用新的视角介绍其基本理论和分析方法,本书可作为电子信息类、自控专业、计算机科学与技术等专业本专科生的教材或教学参考书。也可供相关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号、系统与数字信号处理 / 张小虹编著 .

—北京:机械工业出版社,2004.1

高等院校计算机专业教育改革推荐教材

ISBN 7-111-13216-5

I. 信… II. 张… III. ①信号系统—高等学校—教材②数字信号—信号处理—高等学校—教材 IV. ①TN911.6②TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 093091 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:胡毓坚

责任编辑:孙业 版式设计:霍永明 责任校对:张莉娟

责任印制:闫焱

北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2004 年 1 月第 1 版·第 1 次印刷

787mm×1092mm¹/₁₆·23.25 印张·577 千字

0 001—5 000 册

定价:32.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

高等院校计算机专业教育改革推荐教材

编委会成员名单

主 编 刘大有

副主编 王元元

编 委 (按姓氏笔画排序)

刘晓明 李师贤 张桂芸 徐汀荣

耿亦兵 顾军华 黄国兴 薛永生

编者的话

计算机科学技术日新月异的飞速发展和计算机科学技术专业教育的相对滞后，已是不争的事实。

有两个发人深省的现象：一是，由于非计算机专业的学生既具有一门非计算机专业的专业知识，又具有越来越高的计算机应用技术水平，从而使计算机专业的学生感受到一种强烈的冲击和压力；二是，创建软件学院的工作已有近两年的历史，但软件学院的计算机专业教育的定位仍在探讨之中。

我们认为计算机科学与技术专业（以下简称计算机专业）教育的改革势在必行，正确认识和划分计算机专业教育的层次，对该专业的教育改革无疑是一个非常重要的问题。我国的计算机专业教育主要分三个层次。一般说来，这三个层次通常分布在以下三类高等院校：

第一层次主要以具有计算机一级学科博士学位授予权的教育部属重点高等院校为代表（包括具有两个博士点的大学）。这一类大学本科着重培养理论基础比较坚实、技术掌握熟练、有一定研究和开发能力的计算机专业学科型人才，其中部分学生（约本科生的10%）可攻读博士学位。

第二层次主要以具有一个计算机二级学科专业博士点的教育部属高等院校为代表。这一类高等院校本科着重培养有一定的理论基础、技术掌握比较熟练、有一定的研究或开发能力的计算机专业人才，其中一部分培养成学科型人才，另一部分培养成应用型人才，一小部分学生（约本科生的5%）可攻读博士学位。

第三层次主要以具有计算机二级学科专业硕士点的省属高等院校为代表。这一类高等院校本科面向企业应用，侧重培养对计算机技术或部分计算机技术掌握比较熟练，有一定的开发、应用能力的计算机专业应用型人才，其中很小一部分学生（约本科生的2.5%）可攻读博士学位。

国家教育部、计委批准的或省教育厅批准的示范性软件学院，就其培养目标和办学特色而言，分别与第二层次中应用型人才培养部分以及第三层次比较相近，但在如下方面有所不同：将软件工程课程作为专业教学重点；更加强调英语教学，更加重视实践能力培养，并对两者有更高的要求。

我们本着对高等院校的计算机专业状况的认识，主要面向与上述第二、第三两个层次对应的院校及与之相近的软件学院，总结多年的计算机专业的教改经验，在一定程度上溶入了ACM & IEEE CC2001和CCC2002（中国计算机科学与技术学科教程）的教改思路，组织我国一直投身于计算机教学和科研的教师，编写了这套“高等院校计算机专业教育改革推荐教材”（以下简称“推荐教材”）。自然，“推荐教材”中所贯穿的改革思路和做法，也是针对上述第二、第三两个层次对应院校的计算机专业学生。这些思路和做法可概括成以下三句话：

- 适度调整电子技术基础、计算机理论基础和系统软件的教学内容。
- 全面强化计算机工具软件、应用软件的教学要求。
- 以应用为目标大力展开软件工程的教学与实践。

电子技术基础、计算机理论基础、系统软件教学关系到学生的基本素质、发展潜力和日后的应变能力。“推荐教材”在调整它们的教学内容时的做法是：适度压缩电子线路、数字电路和信号系统的教学内容，变三门课程为两门，并插入数字信号处理的基础内容；合并“计算机组成原理”、“微型计算机接口技术”和“汇编语言”为“计算机硬件技术基础”一门课程；注意适当放宽“离散数学”课程的知识面，使之与 CCC2002 的要求基本接轨，但适度降低其深度要求；更新系统软件课程的教学内容，以开放代码的 Linux 作为操作系统原理的讲授载体，更加关注系统软件的实践性和实用性。

为了提高计算机专业人才的计算机应用能力，全面强化计算机工具软件、实用软件的教学要求是十分重要的，这也是上述改革思路的核心。为此，“系列教材”的做法是：强化程序设计技术，强化人机接口技术，强化网络应用技术。

为强化程序设计技术，“推荐教材”支持在单片机环境、微机平台、网络平台的编程训练；支持运用程序设计语言、程序设计工具以及分布式对象技术的编程训练。大大加强面向对象程序设计课程的组合（设计了三门课程：面向对象的程序设计语言 C++，面向对象的程序设计语言 JAVA 和分布式对象技术），方便教师和读者的选择。

为强化人机接口技术，“推荐教材”设计了“人机交互教程”，“计算机图形学”和“多媒体应用技术”等可供选择的、有层次特色的课程组合。

为强化网络应用技术，“推荐教材”设计了“计算机网络技术”，“计算机网络程序设计”，“计算机网络实验教程”和“因特网技术及其应用”等可供选择的、新颖丰富的课程组合。

将软件工程课程作为专业教学重点，以应用为目标大力展开软件工程的教学与实践，是“推荐教材”改革思路的又一亮点。为改变以往软件工程课程纸上谈兵的老毛病，“推荐教材”从工程应用出发，理论联系实际，突出建模语言及其实现工具的运用，设计了“软件工程的方法与实践”，“统一建模语言 UML 导论”和“ROSE 对象建模方法与技术”等可供选择的、创新独特的软件工程课程组合。对于各类软件学院，“推荐教材”的这一特色无疑是很有吸引力的。

强调实践也是计算机学科永恒的主题，对计算机应用专业的学生来说更是如此。重应用和重实践是“推荐教材”的一个整体特点。这一特点，一方面有利于解决本文开始所指出的计算机专业学生较之非计算机专业学生，在应用开发工作中上手慢的问题；另一方面，使计算机专业的学生能在更大范围内、更高层面上掌握计算机应用技术。这一特点正是许多高等院校计算机专业教育改革追求的一个目标，也是国家教育部倡导软件学院的初衷之一。

“推荐教材”由基础知识、程序设计、应用技术、软件工程和实践环节等五个模块组成。各模块有其对应的培养目标与功能，从而构架出一个创新的、完整的计算机应用专业的课程体系。模块化的设计，使各学校可根据学生及学校的特点做自由的选择和组合，既能达到本专业的总体要求，又能体现具有特色的个性发展。整套教材的改革脉络清晰，结构特色鲜明，值得各高等院校在改革教学内容、编制教学计划、挑选教材书目时借鉴和参考。当然，

很多书目也适合很多相关学科的计算机课程用作教材。

“推荐教材”的组成模块和书目详见封底。显然它不能说是完备的（实践环节模块更是如此），其改革的思路、改革的举措也可能有值得探讨的地方。我们衷心希望得到计算机教育界同仁和广大读者的批评指正。

高等院校计算机专业教育改革推荐教材
编委会

前 言

“信号与系统”原是通信类专业学生的必修课，现在国内外全部电子信息类专业，甚至一些工程类专业也已开设了这门课程。“数字信号处理”是随着计算机技术发展起来的一门新技术，并渗透到了许多重要学科和技术领域。学习一些“数字信号处理”基础知识，对电子信息类专业学生是大有裨益的。

近年来信号处理的应用领域日益扩大，但所涉及的最基本原理与概念相差并不多。“信号与系统”与“数字信号处理”都是以信号特性和处理等工程问题为背景，经数学抽象及理论概括而形成的专业基础课程。它们的基本任务是研究确定性信号，通过线性时不变系统进行传输、处理的基本理论和基本分析方法。由于信号与系统概念的广泛性，以及数字信号处理手段重要性的不断增强，“信号与系统”与“数字信号处理”已成为许多理工科专业的专业基础课。在 21 世纪的教学改革中，加强素质教育，淡化专业界限，拓宽基础，促进不同专业领域知识的交叉渗透，已成为教育界的共识。面向电子信息类专业以及工程类学生开设“信号、系统与数字信号处理”课程便是这种改革的大趋势之一。本书将这两门课程结合起来的尝试，正是顺应这一改革要求的。

本书以基本理论为主线，同时引入具有强大计算功能的 MATLAB 软件，通过经典理论与现代技术的结合，系统地将“信号、系统与数字信号处理”融为一体。但考虑到传统教学的习惯，为了更加突出基础知识、基本概念，我们只是通过例题求解的方式，引入 MATLAB 这种现代计算机工具，以帮助读者应用 MATLAB。有条件的读者可以通过做练习为学会和掌握这个强大的工具打下基础，增强和加快对本课知识点的理解与掌握。利用计算机计算验证复杂结论，节省手工运算的时间，把主要精力用在对课程内容和基本概念的理解与巩固上，体现了时代特色，符合素质教育的要求，这也是编者的初衷。

本书概念清楚、系统性强、特色鲜明。尤其是现代教学思想与工具的引入，使本书不仅非常适合作为高校电子信息类专业的教材，也可作为自控专业、计算机科学与技术等专业的教材。对相关专业的工程技术人员来说本书也是一本实用的参考书。

编者在编写过程中考虑到了读者对象的不同专业，采取了宽口径的处理原则，需深入了解相关知识的读者和工程技术人员可以参阅其他专业书籍。

本书在内容的组织上，为本科与大专的教学提供了可以灵活组合的便利条件。全书既可作为一门课程讲授，建议课时数为 80 学时，也可以将第 1 至 5 章作为“信号与系统”课程教材，第 4 至 9 章作为“数字信号处理”课程教材。当按独立的两门课来实施时，根据内容取舍、授课层次，每门课的课时数建议为 40 至 60 学时。

本书每章都配有丰富的习题，便于概念的深入理解，也有利于对学习状况的自我检测。与本书配套，将同时出版《信号、系统与数字信号处理学习指导与实践》，为读者掌握本课程提供更多的参考信息。

本书在编写过程中，得到了山东省科学院计算中心张蔚伟、解放军理工大学岳振军教

授、陆士元、王丽娟副教授、孙镇、许胜华、李宁、余远德、总参第六十三研究所张为民等同行们的大力支持和帮助。编者在此表示深深的谢意。

由于编者水平有限，书中不足与错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

编者的话

前言

第 1 章 连续时间信号与系统

的时域分析 1

- 1.1 信号与信号处理系统简介 1
- 1.2 信号的描述及分类 2
- 1.3 典型信号 3
- 1.4 连续信号的运算 9
- 1.5 连续信号的分解 13
- 1.6 系统及其响应 17
- 1.7 系统的分类 19
- 1.8 LTI 的数学模型与传输算子 23
- 1.9 LTI 因果系统的时域分析 29
- 1.10 卷积及其性质 35
- 1.11 习题 39

第 2 章 连续时间系统的频域分析——

傅里叶变换 47

- 2.1 周期信号的傅里叶级数分析 47
- 2.2 非周期信号的频谱——傅里叶变换 53
- 2.3 傅里叶变换的性质及定理 59
- 2.4 系统的频域分析方法 69
- 2.5 无失真传输系统与滤波 72
- 2.6 习题 77

第 3 章 连续时间系统的复频域分析——

拉普拉斯变换 84

- 3.1 拉普拉斯变换 84
- 3.2 拉普拉斯变换的基本性质 89
- 3.3 拉普拉斯反变换 95
- 3.4 线性系统的拉普拉斯变换分析法 99
- 3.5 系统函数与零极点分析法 105
- 3.6 LTI 系统的稳定性 113
- 3.7 连续时间系统的模拟及流图表示 118
- * 3.8 模拟滤波器设计 125
 - 3.8.1 巴特沃思 (Butterworth)

滤波器 128

3.8.2 切比雪夫 (Chebyshev)

滤波器 133

3.9 习题 139

第 4 章 离散时间系统的时域分析 146

- 4.1 时域取样与插值 146
- 4.2 离散序列与基本运算 151
- 4.3 离散时间系统的差分方程及转移算子 156
- 4.4 零输入响应 158
- 4.5 零状态响应与系统特性 162
- 4.6 卷积 165
- 4.7 习题 167

第 5 章 z 变换与离散系统的频域

分析 174

- 5.1 z 变换 174
- 5.2 z 变换收敛区及典型序列 z 变换 175
- 5.3 z 变换的性质与定理 179
- 5.4 逆 z 变换 185
- 5.5 利用 z 变换求解差分方程 188
- 5.6 z 变换与拉普拉斯变换、傅里叶变换的关系 190
- 5.7 序列的傅里叶变换及其性质 192
- 5.8 离散系统的频域分析 199
- 5.9 习题 205

第 6 章 离散傅里叶变换及其快速

算法 212

- 6.1 周期序列的傅里叶级数——DFS 212
- 6.2 离散傅里叶变换——DFT 217
- 6.3 DFT 性质 220
- 6.4 频域采样与恢复 227
- 6.5 用 DFT 计算线性卷积 230
- 6.6 用 DFT 作频谱分析 234
- 6.7 DFT 的快速算法——FFT 238
 - 6.7.1 基 2 时间抽取 FFT 算法 240
 - 6.7.2 频率抽取基 2 FFT 算法 248

6.7.3 IDFT 的快速计算	
方法 IFFT	251
6.7.4 N 是组合数的 FFT 算法	253
6.8 线性调频 z 变换算法	258
6.9 习题	263
第 7 章 数字滤波器的结构与状态变量	
分析法	269
7.1 引言	269
7.2 用信号流图表示系统结构	270
7.3 IIR 系统的基本结构	272
7.4 FIR 系统的基本结构	277
7.5 状态变量分析法	284
7.6 习题	294
第 8 章 无限冲激响应 (IIR) 数字	
滤波器的设计	298
8.1 数字滤波器的基本概念	298
8.2 脉冲响应不变法	299
8.3 用双线性变换法	310
8.4 原型变换法	320
8.4.1 频率变换法	321
8.4.2 模拟原型直接变换法的一般	
设计方法	326
8.5 习题	333
第 9 章 有限冲激响应 (FIR) 数字	
滤波器设计	335
9.1 线性相位 FIR 数字滤波器的条件和	
特点	335
9.2 FIR 数字滤波器的窗函数设计	342
9.3 频率取样法设计线性相位	
FIR DF	351
9.4 IIR 滤波器与 FIR 滤波器比较	357
9.5 习题	358
参考文献	361

第 1 章 连续时间信号与系统的时域分析

1.1 信号与信号处理系统简介

现代社会人们每天都会与各种各样载有信息的信号接触。例如，听广播、看电视是接收带有信息的信息；发短信、打电话，是为了把带有信息的信息借助一定形式的信号传出去。信号是各类信息的运载工具，是某种变化的物理量。如电话铃声；交通红绿灯、灯塔发出的光；收音机、电视机、手机收到的电磁波等，可相应称之为声信号、光信号、电信号。不同的声、光、电信号都包含一定的意义，这些意义统称为信息，消息中有意义或具实质性的内容可用信息量量度。

现代人们用来传递信息的信号，主要是电信号。电信号具有许多优势，如传播速度快、传播方式多、转换方便等。转换是指实际工程中遇到的许多待处理的非电信号，可以利用转换器变换为电信号进行处理、传输。所以书中讨论的均为电信号。

信号处理是利用一定的部（器）件或设备，对信号进行分析、变换、综合、识别等加工，以达到提取有用信息和便于利用的目的。对信号处理的部（器）件或设备称为系统。用模拟部件处理模拟信号，称为模拟处理；若用数字部件处理数字信号，即为数字处理。模拟处理的部件也称连续时间系统或模拟处理系统；而数字处理的部件就称离散时间系统或数字处理系统。如图 1-1 所示是两类不同的电话处理系统。

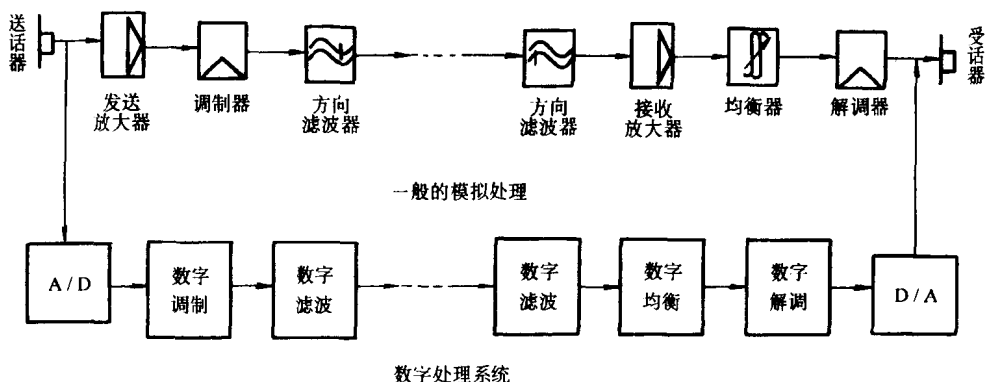


图 1-1 两类电话处理系统

20 世纪 80 年代以来，随着计算机技术与大规模集成电路的发展与广泛的应用，促进了数字信号处理研究的发展。数字信号处理（DSP）的应用现在不但遍及各科研领域，如航空航天、通信、自动控制、地震预报、遥感遥测、生物工程等，也日益普及到家庭和个人，如手机、VCD、DVD、数码相机、高清晰度电视等。甚至许多人认为 21 世纪将是数字化的时

代。不过我们也注意到自然界中待处理的信号相当多是连续的模拟信号，如声音、图像、压力、流速、振动等等。在实际工作中，即使用离散时间系统对模拟信号作处理，如图 1-1 所示，也必须经过 A/D 与 D/A 转换，转换部分及其前后的处理往往都有模拟系统。因此在许多应用场合，需要模拟系统与数字系统的“混合系统”。另外，实际工作中对一些工作频率很高，直接用数字集成器件困难的，还需要连续时间系统处理。综上所述，要处理模拟信号，就要了解模拟信号，以及处理这类信号的模拟系统，并有必要对连续时间信号与系统进行分析研究。

由于存在连续时间与离散时间两类不同的信号描述，就有两类不同的传输、处理系统。本书中采用先连续、后离散的编排顺序，书中的前 3 章主要涉及连续信号及系统分析部分；后 6 章是离散时间信号与系统分析部分。

信号随时间变化的快、慢、延时是信号的时间特性，信号所包含的主要频率、相位是信号的频率特性。不同的信号具有不同的时间特性与频率特性。从随时间变化的角度对信号与系统进行分析，称为时域分析；从随频率（复频率）变化的角度对信号与系统进行分析，称为频（变）域分析。它们是对同一事物的两类不同的分析方法。为便于读者理解，对模拟与数字两类信号与系统，本书都采用先时域分析，再频（变）域分析的顺序。

1.2 信号的描述及分类

本书所讨论的信号是随时间变化的电压或电流。因为信号随时间变化，在数学上可以用一个连续时间函数或离散序列表示，所以有时亦称连续信号为函数 $f(t)$ ，离散信号为序列 $f(n)$ 。在本书中信号和函数或序列通用。信号的函数关系可以用数学表达式、波形图、数据表等表示，其中数学表达式、波形图是最常用的表示形式。

对信号可以从不同角度进行分类，下面是几种常见的信号分类。

1. 确定性信号与随机信号

如果信号被表示为一确定性的时间函数，即为确定性信号，也称规则信号，如正弦信号、单脉冲信号、直流信号等。若信号不能用确定的时间函数表示，只知其统计特性，则为随机信号。从常识上讲，确定性信号不包括有用的或新的信息。但作为理论上的抽象，我们应先研究确定性信号，在此基础上根据随机信号的统计规律再进一步研究随机信号的特性。

2. 周期信号与非周期信号

周期信号是依一定的时间间隔、周而复始、无始无终的信号，一般表示为

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \dots \quad (1-1)$$

其中， T 为最小重复时间间隔，也称周期。

不满足式 (1-1) 关系的信号为非周期信号。

3. 连续时间信号与离散时间信号

按时间函数的独立变量（自变量）取值的连续与否，可将信号分为连续时间信号与离散时间信号。

连续时间信号在所讨论的时间内，对任意时间值（除不连续点外）都可以给出确定的函数值。连续时间信号的幅度值可以是连续的，也可以是离散的（只取某些规定值），如图 1-2 所示。时间和幅值都连续的信号也称模拟信号。如不特别说明，本书中连续信号与模拟信

号通用。

离散信号的独立变量（自变量） n 是离散的，只在某些不连续的、规定的瞬时给出确定的函数值，其他时间没有定义。其幅值可以是连续的，也可以是离散的，如图 1-3 所示。离散信号的幅值亦为离散的，即只取某些规定的有限值时，也称为数字信号。如不特别说明，本书中离散信号与数字信号通用。

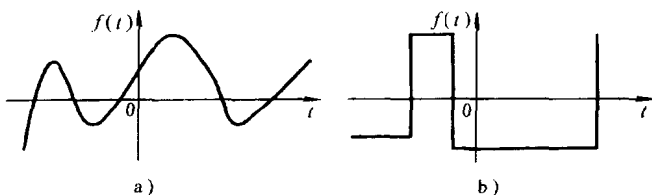


图 1-2 连续时间信号

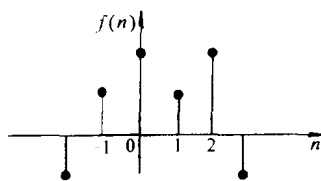


图 1-3 离散时间信号

4. 能量信号与功率信号

为了了解信号能量或功率特性，常常需要知道信号 $f(t)$ (电压或电流) 在单位电阻上消耗的能量或功率。

在 $(-T/2 \sim T/2)$ 区间信号的平均功率 P 定义为

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt \quad (1-2)$$

在 $(-\infty, \infty)$ 区间信号的能量 E 定义为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt < \infty \quad (1-3)$$

如果信号 $f(t)$ 的能量有界，即 $0 < E < \infty$ ；而平均功率 $P = 0$ ，它就是能量信号，例如单脉冲信号。如果信号 $f(t)$ 的平均功率有界 $0 < P < \infty$ ，而能量 $E \rightarrow \infty$ ，那么它就是功率信号，例如周期正弦信号。如果有信号能量 $E \rightarrow \infty$ ，且 $P \rightarrow \infty$ ，就是非能量非功率信号，例如 e^{-at} 信号。也就是说，按能量信号与功率信号分类并没有包括所有信号。

5. 因果信号与非因果信号

按信号所存在的时间范围，可以把信号分为因果信号与非因果信号。若 $t < 0$ 时， $f(t) = 0$ ，则信号 $f(t)$ 是因果信号，反之为非因果信号。

1.3 典型信号

1. 常用连续信号

(1) 实指数信号

$$f(t) = ke^{at} \quad (1-4)$$

式 (1-4) 中的常数 k 表示 $t=0$ 时的初始值；参数 a 取不同的值，信号随时间的变化不同。式中 $a > 0$ ， $f(t)$ 随时间增长； $a < 0$ ， $f(t)$ 随时间衰减； $a = 0$ ， $f(t)$ 不随时间变化，如图 1-4 所示。

$|a|$ 的大小反映信号随时间增减的速率。指数函数的另一个常用参数是时间常数 τ ，时

间常数 τ 定义为 $\tau = 1/|a|$ ， τ 越小，指数函数增长或衰减的速率越快。

实际工作中，更常见的是如图 1-5 所示的单边指数信号，表示式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ E e^{-\frac{t}{\tau}} & t > 0 \end{cases} \quad (1-5)$$

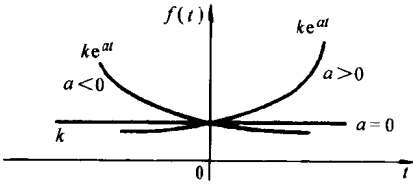


图 1-4 实指数信号

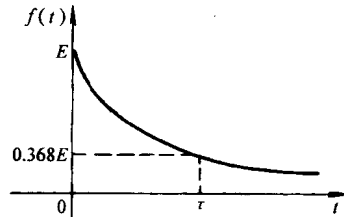


图 1-5 单边指数信号

需特别说明的是：若 $f(t)$ 的初始值 $f(0) = E$ ，则

$$f(t)|_{t=\tau} = f(\tau) = \frac{E}{e} = 0.368E$$

即经过时间 τ 后，信号衰减为初始值的 36.8%。

(2) 正弦信号

正、余弦信号因为二者只在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$ ，所以通常统称正弦信号。一般表示为

$$f(t) = k \sin(\Omega t + \theta) \quad (1-6)$$

式中， k 是振幅； Ω 是角频率[⊖]； θ 为初相角。波形如图 1-6 所示。

正弦信号的周期 T 与角频率、频率的关系为

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{1}{f}$$

实际应用中经常会遇到衰减的正弦信号，即信号的振荡幅度按指数衰减规律变化，波形如图 1-7 所示，一般表示为

$$f(t) = \begin{cases} k e^{-at} \sin \Omega t & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-7)$$

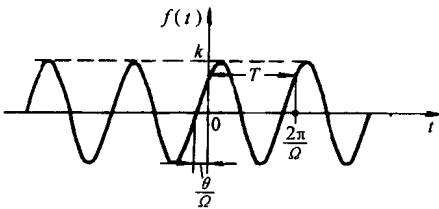


图 1-6 一般的正弦信号

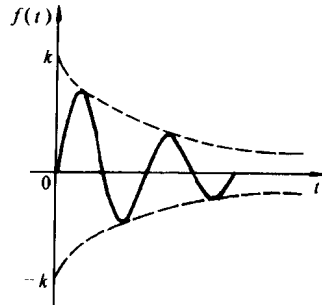


图 1-7 单边正弦信号

⊖ 本书用 Ω 表示模拟域频率变量，是为了与后面的数字域频率变量区别。

(3) 复指数信号

$$f(t) = ke^{st} \quad (1-8)$$

式中 $s = \sigma + j\Omega$, σ 为 s 的实部系数, Ω 为 s 的虚部系数。借用欧拉公式将其展开

$$ke^{st} = ke^{(\sigma + j\Omega)t} = ke^{\sigma t} e^{j\Omega t} = ke^{\sigma t} \cos\Omega t + jke^{\sigma t} \sin\Omega t \quad (1-9)$$

复指数信号可分解为实部与虚部。实部为振幅随时间变化的余弦函数, 虚部为振幅随时间变化的正弦函数。 σ 表示正、余弦信号振幅随时间变化的情况; Ω 是正、余弦信号的角频率。特别是当 $\sigma > 0$ 时, 正、余弦信号是增幅振荡; 当 $\sigma < 0$, 正弦、余弦信号是减幅振荡; 当 $\sigma = 0$ 时, 正、余弦信号是等幅振荡; 当 $\Omega = 0$ 时, $f(t)$ 为一般指数信号; 当 $\sigma = 0, \Omega = 0$ 时, $f(t)$ 为直流信号。

可见, 复指数信号概括了多种情况, 可以用来表示一些常用信号, 因此是一种重要的基本信号。

我们还经常用欧拉公式将正、余弦信号表示为复指数形式:

$$\sin\Omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\Omega t} - e^{-j\Omega t}) \quad (1-10)$$

$$\cos\Omega t = \frac{1}{2}(e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}) \quad (1-11)$$

(4) Sa(t) 信号

Sa(t) 信号定义为

$$f(t) = \text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1-12)$$

Sa(t) 信号的波形如图 1-8 所示, Sa(t) 也称抽样信号。

不难证明, Sa(t) 信号是偶函数, $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \frac{\sin t}{t} = 1$; 当 $t \rightarrow \pm \infty$ 时, 振幅衰减且

$\lim_{t \rightarrow \pm \infty} f(t) = \frac{\sin t}{t} = 0$ 。Sa(t) 信号还有以下性质:

$$1) \quad \int_0^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2} \quad (1-13)$$

$$2) \quad f(t) \Big|_{t=n\pi} = \frac{\sin t}{t} \Big|_{t=n\pi} = 0 \quad (1-14)$$

式中, n 为整数。

更常见的抽样信号为

$$\text{Sa}(at) = \frac{\sin at}{at} \quad (1-15)$$

Sa(at) 信号波形如图 1-9 所示。

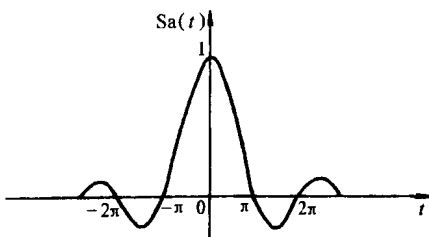


图 1-8 Sa(t) 信号

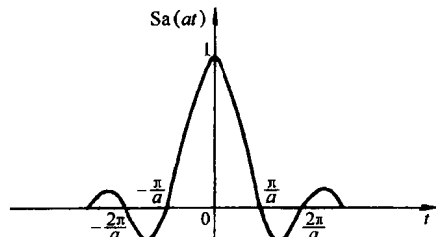


图 1-9 Sa(at) 信号

2. 阶跃与冲激信号

(1) 单位阶跃信号 $u(t)$

单位阶跃信号定义：
$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (1-16)$$

单位阶跃信号的波形如图 1-10 所示。

利用单位阶跃信号 $u(t)$ ，我们可以很方便地用数学函数描述信号的接入（开关）特性或因果（单边）特性。

$$f(t)u(t) = \begin{cases} f(t) & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-17)$$

例 1-1 用阶跃信号表示如图 1-11 所示单边正弦信号。

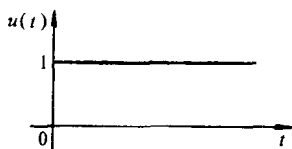


图 1-10 $u(t)$ 信号

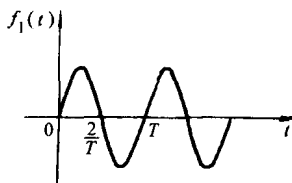


图 1-11 单边正弦信号

解
$$f_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sin \Omega t & t > 0 \end{cases} = \sin \Omega t \cdot u(t)$$

(2) 单位冲激函数 $\delta(t)$

可以用理想元件组成的电路，引入冲激的概念。如图 1-12 所示电路，当 $t=0$ 时，开关 S 由 $a \rightarrow b$ ，电容上电压的波形如图 1-13 所示，即 $v_C(t) = Eu(t)$ 。

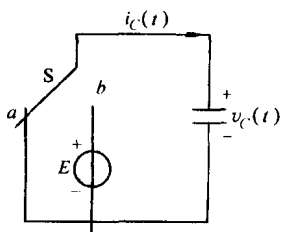


图 1-12

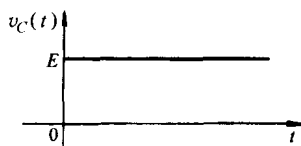


图 1-13 $v(t)$

由电容上电压与电流关系，我们可以得到电容电流表示为

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$$

在 $t > 0$ 或 $t < 0$ 时，不难得到流过电容器的电流 $i_C(t)$ 为零。而由 $t=0$ 时，电容器电压 $v_C(t)$ 突变为 E ，我们知道这时的电流一定不为零。可以认为在 $t=0$ 瞬间，有一无穷大的电流流过电容器，将电荷瞬间转移到电容器上，完成对电容器的充电，使得电容电压在这一时刻发生了跳变。这种电流持续时间为零，电流幅度为无穷大，但电流的时间积分有限的物理现象可以用冲激函数 $\delta(t)$ 描述。

有不同定义冲激信号 $\delta(t)$ 的方式。最普遍的是利用偶函数取极限的方法定义，思路可用图 1-14 说明。这是一个宽度为 τ ，幅度为 $\frac{1}{\tau}$ 的对称矩形脉冲。当保持矩形脉冲面积 $\tau \cdot \frac{1}{\tau} = 1$ 不变，而令宽度 $\tau \rightarrow 0$ 时，其幅度 $\frac{1}{\tau}$ 趋于无穷大，这个极限情况即为单位冲激函数，记为 $\delta(t)$ 。

由对矩形脉冲取极限表示的单位冲激函数为