

高等学校试用教材

力学

下 册

(船舶驾驶专业用)

大连海运学院 张天祥 吴厚烈主编

人 民 交 通 出 版 社

内 容 提 要

力学是船舶驾驶专业的一门重要技术基础课，全书共分上、下两册。上册为理论力学，共十七章。下册包括材料力学（四章）和流体力学（三章），共七章。

本书的特点是：在保证完整的力学基础理论的前提下，比较密切地结合船舶驾驶专业的特点和实际。本书有的章节提出一些思考题，它有助于读者深入理解力学的基本概念；各章中均附有习题及答案，可供教学参考和选用。

本书为高等院校船舶驾驶专业的教材（包括函授大学和业余大学），也可供船舶驾驶人员学习、参考。若将内容作适当删减（这并不影响基本理论体系），本书也可作为中等专业学校教材。

高等学校试用教材

力 学

下 册

（船舶驾驶专业用）

大连海运学院 张天祥 吴厚烈主编

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张：12.75 字数：315千

1982年11月 第1版

1982年11月 第1版 第1次印刷

印数：0001—5,300册 定价：1.35元

前 言

本书是船舶驾驶专业用的力学教材，全书包括理论力学、材料力学和流体力学三大部分。

众所周知，船舶驾驶专业有其自己的特点，从专业课的设置和学生将来所从事的工作来看，和一般工程专业有很大的不同。力学是该专业一门重要的技术基础课，我们认为，在保证基本理论完整的前提下，应该有一定的专业针对性。实践证明：这对提高学生学习力学的兴趣，对技术基础课与专业课更密切地配合，对理论联系实际原则的贯彻都是有益的。

本书在保证完整的基本理论体系的前提下，在问题的提出、内容的取舍、例题和习题的选择等方面，都适当结合船舶驾驶专业的特点。例如，在静力学中增加了空间汇交力系的图解法；在点的复合运动中着重介绍非载体的情况；在刚体定点运动理论中，只介绍里萨立角而不再引入欧拉角；在天体力学基础简介这一章中，适当地介绍了人造卫星的运行理论；材料力学部分，在讲清四种基本变形及强度条件的前提下，着重分析船体总强度的初步概念和剪切弯曲问题；流体力学部分，在讲清流体静力学和一元流动基本理论的前提下，结合船舶推进和操纵性能，定性地阐明阻力及机翼理论以及与之有关的一些流体力学概念。

本书的形成有一个过程。它是多年来，在我院力学教研组许多同志共同努力，积累资料，编写讲义、教材，和教学实践的基础上，这次又作了比较大的修改编写而成的。其中理论力学中的静力学、动力学及流体力学由张天祥、吴厚烈共同编写，理论力学运动学部分由张义文编写；材料力学（包括习题）由衷儒堂编写。张义文选编了理论力学习题，吴厚烈选编了流体力学习题。在此基础上，由张天祥、吴厚烈负责对全书进行修改、审校和文字加工，最后定稿。

在本书编写过程中，王国贵、刘太山、罗盛祥、王升润等同志分别对理论力学、材料力学、流体力学各部分提出过很多宝贵意见，在此表示感谢。由于编者水平的限制，书中肯定有不足之处，殷切希望广大读者批评指正。

编 者

目 录

第二篇 材料力学

绪言	1
第十八章 杆件的拉伸和压缩	5
§1 直杆拉伸和压缩时内力 截面法	5
§2 直杆受拉伸和压缩时的应力和应变	6
§3 低碳钢和铸铁受静载拉伸压缩时的机械性质	13
§4 受拉伸或压缩杆件的强度分析	16
§5 杆件受拉伸和压缩时的应变能及其在分析冲击载荷时的应用	19
第十九章 杆件的剪切和扭转	27
§1 剪切和扭转的基本概念及公式的推导	27
§2 受剪切构件的实用强度计算	30
§3 圆轴扭转时的强度和刚度分析	36
第二十章 梁的弯曲	48
§1 梁的简化 梁的基本形式	48
§2 剪力图和弯矩图	50
§3 船体的纵向弯曲	57
§4 纯弯曲时梁的正应力 正应力强度条件	62
§5 弯曲时的剪应力	73
第二十一章 压杆稳定计算	85
§1 求临界载荷的欧拉公式	85
§2 压杆的临界应力	87
§3 压杆的稳定计算	89

第三篇 流体力学

绪言	92
第二十二章 流体静力学	93
§1 流体的特性及作用在其上力的分析	93
§2 流体静力学基本方程式	96
§3 静止流体对容器器壁的总压力及压力中心	102
§4 浮力和稳性	108
第二十三章 流体动力学基础	115
§1 基本概念和术语	115

§ 2	连续性方程	118
§ 3	伯努利方程	118
§ 4	层流和湍流	127
§ 5	流体动力学的动量定理	138
§ 6	应用伯努利方程及动量定理分析螺旋桨的推力	139
第二十四章 流体力学中几个问题的简介		144
§ 1	平面流动的连续性方程 速度势的概念	144
§ 2	流体微团运动分解 有旋运动和无旋运动	145
§ 3	旋涡强度和速度环流的概念	148
§ 4	平面对称运动	152
§ 5	物体在流体中运动所受的阻力分析	157
§ 6	相似理论和量纲分析	166
§ 7	机翼理论	173
附录一	船上常用钢丝绳规格	181
附录二	型钢规格表	184
附录三	简单载荷作用下等截面梁的支座反力、剪力、弯矩、挠度和转角计算公式	194

第二篇 材料力学

绪 言

一、材料力学的任务

在工程实际中, 广泛应用各种机械或结构物, 它们是由各式各样的构件组成的。为了保证生产正常进行, 构件都应该有足够的承担载荷的能力——**承载能力**。构件的承载能力主要包括下列三方面要求:

1. 构件必须具有足够的强度。**强度就是构件在外力作用下抵抗破坏的能力**。因此保证足够的强度是任何构件都必须满足的基本要求, 船舶也是如此。船舶的强度如果不够, 在航行中受风浪作用可能折断。缆索、吊杆、锚、舵等船舶设备的破坏会影响船舶的操纵和装卸作业。

2. 构件必须具有足够的刚度。在载荷作用下, 构件的形状和尺寸将发生改变, 称为变形。**所谓刚度是指构件抵抗变形的能力**。显然构件的变形过大会影响机器及结构的正常工作, 如零件加工精度和机床的刚度有关, 而机器传动轴变形过大则会引起轴承的严重磨损, 这些都是众所周知的例子。

3. 构件必须具有足够的稳定性。**所谓稳定性系指构件在外力作用下保持其原有变形平衡形式的能力**。细长杆受压时会突然弯曲而折断就是构件丧失稳定的例子, 这种失稳现象可能会在吊杆受压时产生。此外船舶的甲板、构架、舱壁等构件也会发生多种形式的失稳现象。构件的承载能力和构件的材料及尺寸、形状有关。如果构件的尺寸不当, 或材料选用不好, 在外力作用下, 将不能满足上述三项要求而使机器不能正常工作。反之如构件尺寸过大, 或选用材料过好, 则虽然满足了上述要求, 但可能浪费了材料, 增加了机械的重量和成本。因此材料力学的基本任务, 就是合理地解决构件的强度、刚度、稳定性三方面要求与构件的材料、尺寸、形状之间的矛盾。

值得提出的是, 保证构件的正常工作状态不仅和设计工作者有关, 而且也和管理工作者有关。设计工作者的任务, 是根据特定的工作条件为构件选择材料和尺寸、形状; 管理工作者的任务则是维持机器及结构的良好工作状态。可见船舶的强度固然主要由设计者决定, 但也和操纵管理有密切关系。科学的操纵管理能改善船舶的工作状态, 而**操纵管理不当则会使船舶受到损害**。因此船舶驾驶员有必要学习材料力学的知识用以指导船舶及其设备的操纵管理工作。下面举例说明。

有一艘载重量为8000吨的杂货船, 第三舱两侧有舱容量为300吨的货油舱各一个。该轮改为运煤船时, 货油舱因舱口太小不能装煤。该轮驾驶员在配载时只装7400吨煤, 并在货油舱内装上似乎是累赘的沙600吨来压载, 让它随船在各港间来往“旅行”。这是什么原因呢? 以后将会知道, 从改善船体强度的角度看, 理想的配载方案是按船舶的舱容比在各舱分配货物。若让货油舱空舱并装8000吨煤, 或只装7400吨煤但不在货油舱压载, 都不符合上述配载原则。这样配载会引起船体的过度变形, 轻则可能产生舱盖关不严, 舱壁嵌镶物脱落

等现象、重则使船体板产生裂缝，这是非常危险的。世界上曾多次发生过船舶因配载不当为风浪折断而导致沉没的事故。

下面再介绍一个关于船体刚度问题的实例。某轮厂修时因调换第五舱部分外板致使船体刚度不足，装货后主机曲轴变形超过设计规定的限度不能开航；经过倒载，把第五舱部分货物移到第四舱才解决了问题。又如某船因搁浅产生的船体残余变形造成船尾上翘，使中间轴和尾轴的联轴节配合不良，联轴节螺栓受力不均匀，寿命大大降低。

构件的刚度和稳定性分析与强度分析有着密切的联系。本篇将以研究强度问题为主，并且侧重从营运管理的角度介绍船舶结构及船舶设备的强度知识。

二、材料力学的分析方法

理论力学是研究物体的机械运动，不考虑在外力作用下物体内部的变化，把物体视为刚体。而材料的破坏发生于物体的内部，因此在材料力学中，要进一步分析物体在外力作用下内部发生的变化，把物体视为变形体。因此材料力学的分析方法可概括如下：

1. 在材料力学中为了要研究外力作用下构件内部的变化，需要在构件内取出单元体。如图二-1所示，以三组互相平行的假想截面将构件划分为许多边长为 dx 、 dy 、 dz 的立方体，这些立方体称为单元体，并以这些单元体作为研究对象。

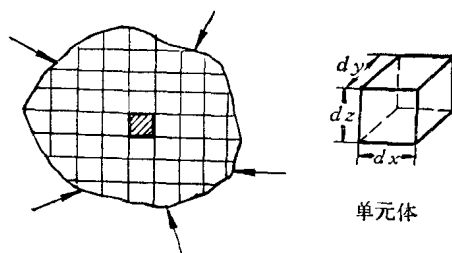


图 二-1

2. 材料力学研究的内容为物体的内力及其分布规律（后者用所谓的“应力”来表示）、物体的变形以及不同材料在外力作用下显现出来的性能（称为材料的机械性质）。

3. 强度分析的中心问题是分析在外力作用下构件的内力。由于直接分析比较困难，我们往往间接通过构件的变形来分析内力。因此在强度分析中除了应用到理论力学的知识外，还需要分析物体的变形，弄清内力和变形之间的关系。所以变形研究是强度分析中的一个关键。

强度分析的方法可归结为下述三个步骤：

1. 通过实验，观察构件表面的变形现象，据以作出适当的变形假设，以确定构件内部的变形规律。这一步骤称为几何方面的研究。

2. 用联系内力与变形的物理定律，把变形的几何规律转化为内力的分布规律。这一步骤称为物理方面的研究。

3. 已知内力的分布规律后，可利用力的平衡条件来计算内力及变形，这一步骤称为力学方面的研究。

当然，这样的理论分析是否正确，尚须经过实践的检验。本篇所阐述的强度分析理论，就是在长期的实践中不断修正而完善起来的。

应当指出实验在强度分析中的作用，它的主要目的是；

1. 研究材料的机械性能以及影响这些性能的因素。

2. 通过实验进行变形观察，以便建立理论计算公式，并通过实验对理论的正确与否作初步检验。

3. 通过实验直接解决复杂的强度分析问题。

三、材料力学研究的对象

构件的外形和受力方式不同，解决问题的复杂程度也不同，理论计算公式也不同。我们通常按构件的外形及受力方式，将问题分类研究。

构件按其外形可分为三类：

1. 长度比其横截面尺寸大得多的构件称为杆。杆横截面形心的连线称为轴线。轴线为直线的杆称为直杆，轴线为曲线的杆称为曲杆（见图二-2a、b）。

2. 长度和宽度比其厚度大得多的构件称为板或壳。板、壳中平分其厚度的面称为中面。中面为平面的是板，中面为曲面的是壳（见图二-2c、d）。

3. 最一般的是三个方向的尺寸都是同一数量级的三维构件。

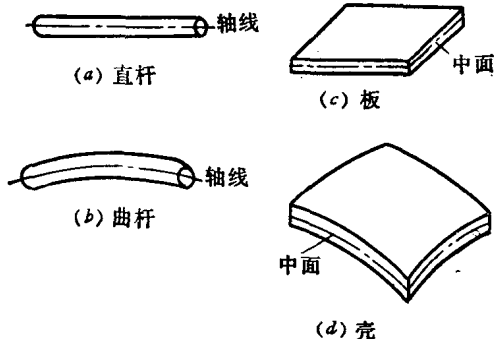


图 二-2

材料力学主要研究杆件的强度、刚度和稳定性问题，后两种构件的研究要复杂得多，已超出本篇的范围，读者如有兴趣，可查阅有关板壳的参考书。

四、杆的基本变形形式

随着外力作用的方式不同，杆件的变形形式也不同，但它总不外乎是下列几种基本变形（见图二-3）或基本变形的组合：

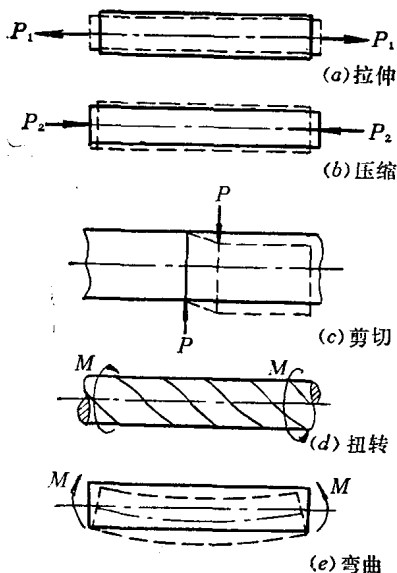


图 二-3

（见图二-3）或基本变形的组合：

1. 拉伸及压缩变形：其受力特点是，外力的作用线和杆的轴线重合，它引起杆轴线的伸长或缩短。

2. 剪切变形：其受力特点是，外力为大小相等、方向相反、作用线垂直于杆轴且距离很近的一对力，它引起杆件的两部分沿外力作用方向相对错动。

3. 扭转变形：其受力特点是，杆受到大小相等、方向相反、作用面垂直于杆轴的两个外力偶作用，它引起杆横截面绕其轴线的相对转动。

4. 弯曲变形：其受力特点是，杆受到位于包括其轴线的纵剖面内的外力偶作用，它引起杆轴线的弯曲。

五、变形固体的基本假设

由于物质结构与材料的机械性质的复杂多样性，在强度分析中，必须对变形固体作一些简化，以理想的力学模型来代替实际物体。为此作出两条基本假设：

1. 均匀连续假设：即假设物体的整个容积内充满性质相同的物质而没有空隙。实际上真

实体是由很多粒子组成的，粒子间存在着空隙，其组织结构也不是到处一样。但由于所研究的构件尺寸远较粒子尺寸要大，因此从统计平均值来看，这个假设是完全合理的。这就可以把数学中的连续、极限等概念用到强度分析中去。

2.各向同性假设：即假设材料在任意方向的机械性质都一样。实验指出，金属是由具有方向性的晶粒所组成，各向同性的假设是考虑许多晶体错综复杂排列后的统计平均结果。符合各向同性假设的材料称为各向同性材料，如铸钢、铸铁、玻璃等。工程中也有具有明显方向性的材料，如木材、轧制钢材、胶合板等它们称为各向异性材料。对于各向同性材料，不必考虑机械性能随方向的变化，使问题大大简化。

第十八章 杆件的拉伸和压缩

在工程实际中,承受拉伸或压缩的杆件是常见的。例如紧固螺栓,地脚螺钉,船用起重机的吊货索及千斤索等都是受拉伸的构件;船用吊杆则是受压缩的杆件。

这些杆件的结构形式各有差异,加载方式也不相同,但若把杆件形状和受力情况进行简化,就可画成如图18-1所示的受力简图。其共同特点是:作用于杆件上的外力合力的作用线与杆件的轴线重合,杆件的变形是沿轴线方向的伸长或缩短。图中用实线表示构件受力以前的形状,虚线表示变形以后的形状。

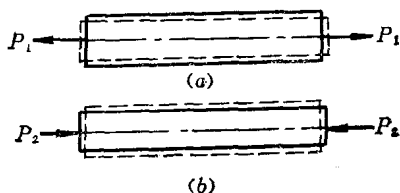


图 18-1

§1 直杆拉伸和压缩时内力 截面法

构件受外力作用时破坏发生于材料内部,因此要分析构件的强度必须研究构件的内力。杆件受力时,内部质点也同时增加了相互作用力,称为内力。现在研究直杆受拉伸和压缩时内力的计算方法。

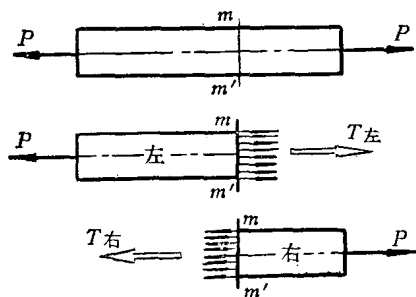


图 18-2

例如要分析图18-2所示拉杆 mm' 截面上的内力,可假想在截面 mm' 处把杆分为左右两部分。由于整个杆件在拉力作用下是平衡的,则其任一部分也是平衡的。如取左段来分析,它只受一个外力作用,因此在截面 mm' 处的诸质点也必须受力的作用,其合力 $T_{左}$ 应与此外力平衡。截面 mm' 上诸质点所受之力或其合力 $T_{左}$ 就是 mm' 截面上的内力。它是杆件右段对左段的作用力。与此同时,由作用反作用定律可知,杆件右段也受到左段的反作用力 $T_{右}$ 。可见内力是构件内部质点间成对产生的数值相等、方向相反的作用力和反作用力。

杆件受拉伸和压缩时,横截面上质点内力的合力(以下简称为截面的内力)通过截面的形心,力的方向垂直于横截面,称为轴向力。内力的数值可根据杆左段或右段的平衡条件求得。顺便指出,杆件不受力时,其质点间也有内力作用,因此,这里所指的内力实际上是构件在外力作用下的附加内力。

例如,取左段为研究对象时,可求得 mm' 截面的内力为:

$$\sum F_x = 0 \quad T_{左} = P$$

同理,若取右段为研究对象亦可求得 mm' 截面的内力为:

$$\sum F_x = 0 \quad T_{右} = P$$

由于任一截面两侧的内力是作用力与反作用力的关系,今后统一用一个符号表示,不必加以

区别,但是要注意它代表着同一截面上的一对相互作用力。

这种求内力的方法叫**截面法**,可认为是分析构件外力的脱离体法的推广。截面法是分析构件内力的普遍方法,以后要经常应用它。用截面法求内力的过程可归纳为两个步骤:

1. **暴露内力**: 构件某截面的内力是该截面两侧质点因为变形而引起的相互作用力;从构件的整体看,它们是一对相互平衡的未知力,无法计算。要研究它,就应沿该截面将构件假想地截开,保留其中任一部分作为研究对象,并在截面上以内力代替构件去掉部分对保留部分的作用。于是对保留部分讲,这个内力就转化为作用于其截面上的‘外部’作用力。通过暴露内力的过程可以清楚看出,作用在构件上的外力怎样传递给构件内部的各截面。

2. **计算内力**: 作用于构件的外力通常是已知的,所以内力可依据构件保留部分所处的运动状态来计算。当构件处于平衡状态时,可依据构件保留部分的平衡条件计算内力。如果构件加速运动时,还应考虑质点惯性力的影响。要注意,计算内力时只须考虑作用于构件保留部分上的那些外力。

例18-1 分析图18-3所示拉杆的内力。

〔解〕 为分析杆件各截面内力的变化情况,在杆AB和BC段距左端各为变量 x_1 和 x_2 处,取截面1-1和2-2。应用截面法,保留右段,得:

$$T(x_1) = 30\text{kN} \quad (0 \leq x_1 \leq 2\text{m})$$

$$T(x_2) = 10\text{kN} \quad (2\text{m} \leq x_2 \leq 3\text{m})$$

上两式中截面位置 x_1 和 x_2 的范围,说明内力表达式 $T(x_1)$ 和 $T(x_2)$ 适用的截面位置的范围。若以杆轴线为横坐标,以轴向力 T 值为纵坐标,作 $T(x_1)$ 和 $T(x_2)$ 的函数图形,可以清楚地看到轴向力随横截面位置的变化情况,这种内力图称为**轴向力图**。

若保留左段,则首先应求得杆左端水平向左的约束反力 $R_A = 30\text{kN}$,经过计算可得到相同的结果。

顺便指出,在截面B处内力值有一突变。由于在外力作用位置附近构件内力的分布很复杂,它并不完全符合B截面的实际情况。

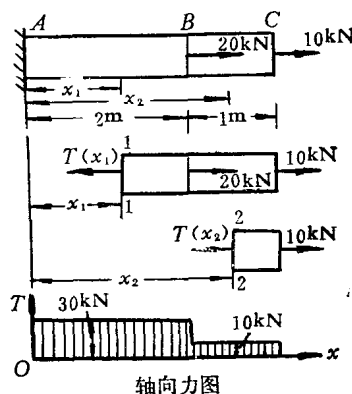


图 18-3

§2 直杆受拉伸和压缩时的应力和应变

我们知道,如果构件的材料相同而且内力相等时,在外力作用下,横截面面积小的容易破坏,这是因为在其横截面上内力的密集程度大,材料质点所受的作用力也大的缘故。可见内力分布的密集程度,对于强度分析有重要意义。

下面介绍度量内力密集程度的方法。通常截面上内力不是平均分布的,故截面上每一点内力的密集程度不尽相同。因此要表示图18-4mm'截面上A点处的内力密集程度,需要在截面上A点处附近取一包括A点在内的微面积 ΔF 。若在面积 ΔF 上的内力是 ΔP ,则此微内力和微面积的比值就表示截面在A点处的 ΔF 面积上内力密集程度的平均值 ρ 平均,即:

$$\bar{p}_{\text{平均}} = \frac{\Delta P}{\Delta F}$$

若 ΔF 为无穷小量, 则该比值即表示截面 mm' 上 A 点的内力密集程度 p , 即:

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF}$$

内力沿截面的密集程度称为应力。 p 是一个矢量, 一般说既不与截面垂直, 也不与截面相切。通常把应力 p 分解成垂直于截面的分量 σ 和切于截面的分量 τ 。 σ 称为正应力, τ 称为剪应力。应力的单位是牛/米², 记为 N/m^2 , 称为帕斯卡, 或简称为帕(Pa)。由于帕斯卡这一单位甚小, 工程上常用千帕、兆帕(即 kN/m^2 , MN/m^2)为单位。

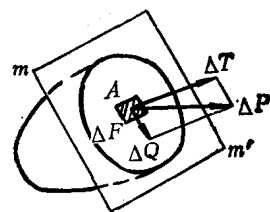


图 18-4

要分析应力, 必须了解内力沿截面的分布规律。内力产生于构件的内部, 通常通过分析构件的变形来研究它。构件在外力作用下产生的变形通常都是很小的, 随着科学技术的发展, 现在已经有许多测量变形的办法。这里介绍一种简易的模拟构件变形的办法。由于橡皮的刚度很小, 在相似的外力条件下, 它可以按比例地将构件的变形放大, 因此采用橡皮模型来模拟真实构件的变形, 可以从直观上获得许多有关构件强度的知识。虽然它和技术上测量变形的办法相比较, 不能精确测定变形的数值, 但是用测量变形的办法仅能确定构件局部区域内的变形, 而用橡皮模型模拟真实变形, 具有形象直观的优点, 它使人们对构件变形的全貌有一个定性的了解。今后在分析杆件的强度时, 将经常使用这种方法。

下面先分析橡皮棒受拉伸时的变形及内力分布。

如图18-5所示, 在橡皮棒表面画上方格线, 在橡皮棒两端加上外力 P , 并观察方格的变化。为了消除杆端外力作用方式的影响, 只分析距杆两端较远的 AB 部分。

可以看出: 橡皮棒受拉后每个方格沿杆的轴向方向都伸长了, 沿着横向都缩短了。所有方格伸长的积累使 AB 部分的长度增加了 Δl ,

$$\Delta l = l_1 - l$$

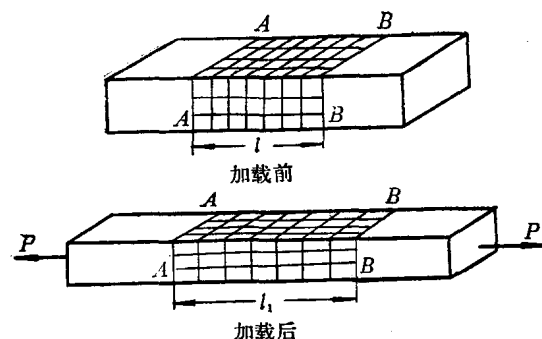


图 18-5

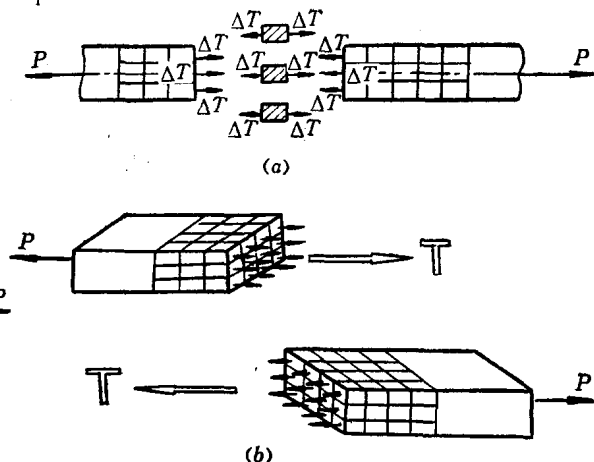


图 18-6

Δl 叫 AB 段的伸长变形。如果橡皮棒两端受压, 轴向的长度就缩短, 这时 Δl 为负值, 叫压缩变形。仔细观察可以发现, AB 段内每一个方格的变形都是一样的。为了研究变形和力的关系, 我们改变 P 力的大小, 发现伸长 Δl 和外力 P 成正比。卸去外力后, 变形将完全消失, 橡

橡皮完全恢复原有的外形尺寸。

橡皮棒的变形与杆件的变形是完全相似的。因此在分析橡皮棒的变形后，对受拉伸或压缩的杆件可以归纳出如下几点结论：

1. 杆件在外力作用下会发生变形。受拉杆件的轴向长度增加，横向长度缩短；压缩时则相反。

2. 当外力在一定的限度内时，变形具有弹性性质。所谓弹性变形是指外力撤除后会随着消失的变形。弹性变形的大小和外力的大小成正比，其间关系可表示为：

$$\Delta l = \lambda \cdot P$$

$$\text{或 } \Delta l = P/C$$

这就是人们熟知的虎克定律。式中比例系数 λ 称为杆件的柔度系数，它表示单位外力引起的变形，其单位是 mm/N 或 m/kN 。柔度系数 λ 的倒数 C 称为杆件的刚性系数，其单位是 N/mm 或 kN/m 。刚性系数的大小反映了杆件抵抗变形的能力强弱。

3. 作用于构件的外力会引起材料内部质点间的内力。由虎克定律可知，小方格的伸长说明其左右两端面受到与其相邻方格的拉力 ΔT 作用。同时与其相邻的方格的端面也受到方向相反的反作用力 ΔT 作用。两相邻方格端面间的作用力和反作用力形成了构件的内力，如图 18-6(a) 所示。

4. 根据橡皮棒表面变形可知，截面的周界沿轴线平行移动。因为杆横向尺寸较其长度小很多，可推断在拉伸和压缩过程中，杆件的横截面仍然保持着平面形状并沿着轴线方向平行移动，这个推断称为平面假设。由此可以认为，杆件在受拉伸或压缩时，材料内部的变形是均匀的。根据虎克定律可以进一步得出内力沿横截面均匀分布的结论，如图 18-6 (b) 所示。

由于内力沿横截面是均匀分布的，因此将内力除以杆件横截面面积，即得应力，即：

$$\sigma = \frac{T}{F} \quad (18-1)$$

上式中 T 表示内力， F 表示横截面面积， σ 表示垂直于截面的内力 T 在该截面的密集程度，称为正应力，有时也分别称为拉应力和压应力。

下面介绍直杆受拉伸或压缩时的变形计算。

进一步观察不同尺寸的橡皮棒在不同外力作用下的变形可知，变形 Δl 和 AB 的长度成正比，和杆件所受的外力 P （或内力 T ）成正比，和杆件横截面的面积 F 成反比，即

$$\Delta l \propto \frac{T \cdot l}{F}$$

上述关系式中的比例系数只和杆件的材料有关，可用反映材料特性的常数 E 的倒数来表示，即

$$\Delta l = \frac{Tl}{EF} \quad (18-2)$$

上式即杆件受拉伸（压缩）时的虎克定律。

E 称为材料的弹性模量。若 P 、 l 、 F 诸量数值相同，则 E 的数值愈大，杆件的变形愈小，所以 E 的数值表示各种材料抵抗变形的能力。根据式 (18-2) 中诸物理量的单位可知， E 的单位和应力的单位是相同的，也是 N/m^2 。根据材料试验的结果，各种材料的弹性模量 E 大约取表 18-1 中的数值。

由表可知金属材料 E 的数值是很大的, 它说明杆件的变形通常是很小的。例如, 钢的 E 值若取为 210 GN/m^2 , 则长为 2 m , 横截面面积为 400 mm^2 的钢杆, 受拉力 40 kN 作用, 由式 (18-2) 求得:

$$\Delta l = \frac{40000 \times 2}{210 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-4}} = 0.00095 \text{ m} = 0.95 \text{ mm}$$

其伸长不到一毫米, 只约占原长的二千分之一。

杆件的变形 Δl 和其长度 l 有关。因此变形 Δl 不能完善地说明材料内部的变形程度。衡量变形的程度应该用单位长度内的变形来表示, 它称之为线应变, 并以 ε 表示, 即

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (18-3)$$

它表示杆件变形时尺寸的相对变化。应变是两个长度的比值, 所以它是无因次的物理量。

将公式 (18-2) 改写为 $T/F = E \cdot \Delta l/l$, 以 σ 和 ε 代入, 得到虎克定律的另一表达式为:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (18-4)$$

下面介绍横向变形。若杆件变形前横向长度为 b , 变形后变化为 b_1 , 则横向应变为:

$$\varepsilon_1 = \frac{b_1 - b}{b}$$

实验指出, 在弹性范围内, 横向应变 ε_1 和纵向应变 ε 之间也存在比例关系, 比例系数 μ 称为横向变形系数。

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \right| \quad (18-5)$$

由于 ε_1 和 ε 的符号总是相反, 故有:

$$\varepsilon_1 = -\mu\varepsilon = -\mu \frac{\sigma}{E} \quad (18-6)$$

各种材料的横向变形系数的数值见表 18-1。

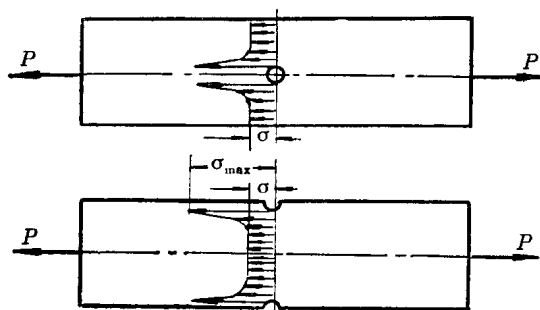


图 18-7

弹性模量 E 及横向变形系数 μ 的数值 表 18-1

材料名称	E (GN/m ²) ^①	μ
钢	186~216	0.25~0.33
灰铸铁	78~147	0.23~0.27
球墨铸铁	158	0.25~0.29
铜及铜合金	73.5~127	0.31~0.42
铝及强铝合金	71.5	0.33
橡胶	0.0078	0.47
木材: 顺纹	9.8~11.7	—
横纹	0.49	—

① GN = 10^9 N

应该指出, 杆件在拉伸或压缩时, 应力在横截面平均分布的结论及据此推导出来的公式。仅当杆件为等截面直杆, 而且在距外力作用点较远处的截面才是正确的。对于变截面的构件, 只要截面的变化缓慢, 这个结论基本上仍然符合实际情况。但是在工程中, 许多杆件开有孔洞或具有切口, 使杆件截面发生急剧的变化。理论和实践均可证明, 这些杆件在截面上开孔和切口附近的小范围内应力特大, 而在

截面的其余部分应力又很快趋于平均分布, 这种现象称为**应力集中**。图18-7表示开有孔和圆槽的拉杆在被削弱断面处的应力集中现象。

若考虑应力集中时应力最大值为 $\sigma_{\max}$, 没有应力集中时的名义应力为 σ , 二者的比值表示应力集中的程度, 称为**应力集中系数**, 用 α_K 表示, 即:

$$\alpha_K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \quad (18-7)$$

α_K 的数值可由理论分析得出, 但大都由实验测定, 制成图表供计算使用。在图 18-7 所示情况, 当孔或圆槽的尺寸和杆的横向尺寸相比较很小时, α_K 的值约等于 3。

例18-2 D型钢丝绳 $6 \times 19-23.5-130$ 受拉力 40kN ; $6 \times 37-32.5-190$ 受拉力 100kN , 问那根钢丝绳的拉应力大?

〔解〕 钢丝绳的规格可参阅本书附录一。型号意义: D表示股内钢丝成点接触, 6×19 表钢丝绳有 6 股, 每股 19 根钢丝, 共 114 根; 23.5 表示钢丝绳的外接圆直径为 23.5mm ; 130 表示钢丝材料的抗拉强度 σ_b 为 $130 \times 9.8\text{N/mm}^2$, σ_b 即是钢丝材料的断裂应力值 (见 §3)。

查附录一中的表一、表二可知, 这两根钢丝绳的钢丝直径都是 1.5mm 。所以第一、第二根钢丝绳的名义拉应力分别为:

$$\sigma_1 = \frac{T}{F} = \frac{40000}{\frac{\pi}{4} \times (1.5)^2 \times 114} = 198.5\text{N/mm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{100000}{\frac{\pi}{4} \times (1.5)^2 \times 222} = 255\text{N/mm}^2$$

可见第二根钢丝绳的拉应力大。

例18-3 试求船体在铆接处钢板的最大拉应力。钢板尺寸及受力如图18-8所示。

〔解〕 铆接处为对接, 取宽度为 $B = 120\text{mm}$ 的一条钢板, 其两端受拉力 60kN , 主板及盖板 (见图) 的厚度 t 均为 10mm , 铆钉孔直径 d 为 20mm 。假设铆钉给板的力是均匀分配的, 则两块盖板总的受力图及轴向力图如图 18-9a、b 所示, 主板的受力图及轴向力图如图 c、d 所示。

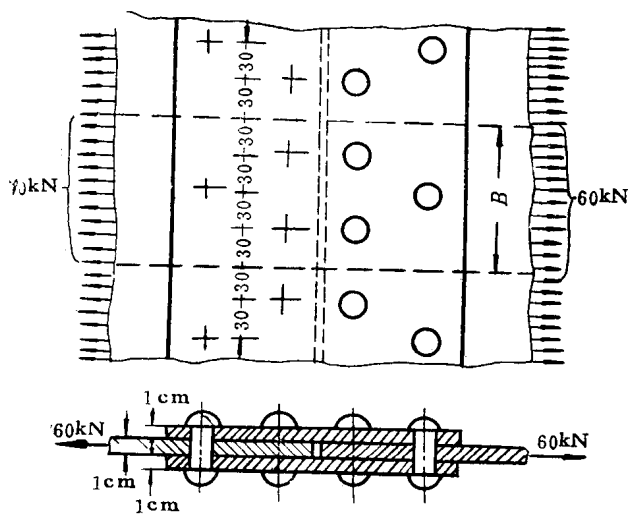


图 18-8

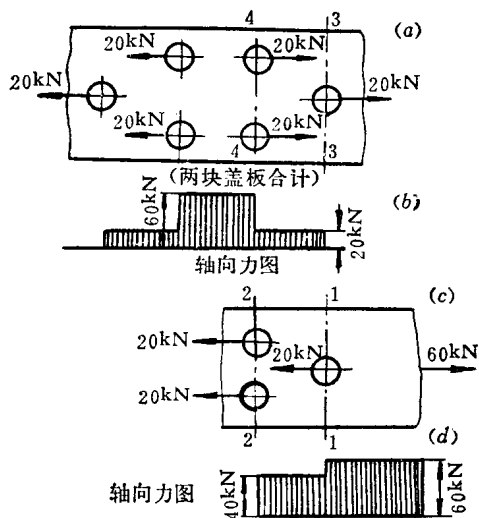


图 18-9

为求板的最大拉应力，需要分析危险截面。由图18-9可知，每块盖板在3-3截面上的轴向力为10kN，主板1-1截面上的轴向力为60kN。但两截面上的净面积相同，故1-1截面较为危险。同理，2-2截面较4-4截面危险。故危险断面一定位于主板上。

至于1-1截面和2-2截面哪一个较为危险？必须通过计算此两截面上的拉应力来判断。

因为：

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{F_1} = \frac{60 \times 10^3}{(120 - 20 \times 1) \times 10 \times 10^{-6}} = 60 \text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{F_2} = \frac{40 \times 10^3}{(120 - 20 \times 2) \times 10 \times 10^{-6}} = 50 \text{MPa}$$

故1-1截面为危险断面。

在分析杆件的强度时，不必对杆件所有的横截面一一进行分析，只需考虑少数危险截面就可以了。在一般情况下，危险截面的分析，要综合考虑内力、截面和材料三方面的因素。通常危险截面产生于杆件内力最大、截面最小、材料强度最弱的地方。

例18-4 用螺纹内径 $d = 16\text{mm}$ 的螺栓联接厚度各为350mm的构件如图18-10所示。螺纹的螺距 $S = 2\text{mm}$ ，在联接时，先把螺帽装上，使其与构件接触，然后再旋转 $1/8$ 圈。若忽略构件的变形，求螺栓横截面上的拉应力和螺栓给构件的压紧力（螺栓材料的弹性模量 $E = 210 \times 10^9 \text{N/m}^2$ ）。

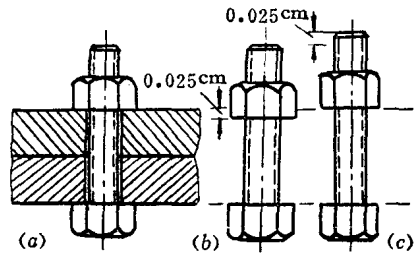


图 18-10

〔解〕 本例是当外力未知时，通过给定构件的变形求应力的问题。

螺栓拧紧 $1/8$ 圈，螺帽本应向内移动 $1/8 \times 2 = 0.25\text{mm}$ ，但假定构件不可压缩，因此在构件之间的那段螺栓将伸长 0.25mm 。由式(18-4)得螺栓横截面上的拉应力为：

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta l}{l} = 210 \times 10^9 \times \frac{0.25}{700} = 75 \text{MPa}$$

由式(18-1)得压紧力为：

$$P = \sigma F = \sigma \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 75 \times 10^6 \times \frac{\pi}{4} \times 16^2 \times 10^{-6} = 15.08 \text{kN}$$

在航行中为分析船体的强度，有时用应变仪测量船的首尾线方向主甲板的应变，结果长为5mm甲板的伸长量为 0.002mm ，问主甲板的拉应力为多少（ $E = 210 \text{GN/m}^2$ ）此为应力实测的例子。当作用在构件上的外力无法确定时，往往先测量变形，并利用内力与变形之间的关系确定构件的应力。

由式(18-4)得

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = 210 \times 10^9 \times \frac{0.002}{5} = 84 \text{MPa}$$

利用虎克定律(18-4)由应变值确定应力，只有确知甲板在纵方向单向受拉时才可以。否则，仅测量一个方向的应变，并不能确定截面上的应力。

例如，图18-11所示二向受拉的单元体，除 σ_1 能引起 x 方向的应变外， σ_2 也能引起 x 方向的应变；于是由式(18-6)得：

同理

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} \end{aligned} \right\} \quad (18-8)$$

解上式得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2) \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_2 + \mu \varepsilon_1) \end{aligned} \right\} \quad (18-9)$$

可见在二向受拉时, 须同时测量两个方向的应变 ε_1 和 ε_2 , 才能确定单元体的应力。在一般的平面应力状态下, 须同时测量三个方向的应变, 才能确定单元体的应力。有关这方面的详细内容可参阅其他材料力学, 本书不做讨论。

例18-5 长度 $l = 1\text{m}$, 横截面面积 $F = 500\text{mm}^2$ 的钢杆, 两端固持于刚性支座中, 问当温度变化 $\Delta t = 25^\circ\text{C}$ 时, 杆横截面内产生多大的内力和应力。已知钢的弹性模量 $E = 200 \times 10^9 \text{N/m}^2$, 线膨胀系数 $\alpha = 1.25 \times 10^{-5} [1/^\circ\text{C}]$ (如图18-12)。

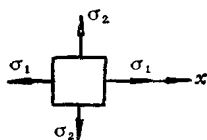


图 18-11

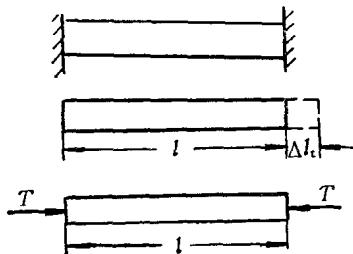


图 18-12

〔解〕 本例说明温度应力的概念。温度变化会引起杆件的变形, 这种变形称为温度变形。如果温度变形不受任何限制, 则杆件内部没有应力产生。如果温度变形受到限制, 则杆件内部将产生热应力。温度变化引起杆件的变形为:

$$\Delta l_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot l$$

设在温度变化之前将杆的两端固持, 则温度升高后的情况, 相当于将长度为 $l + \Delta l_t$ 的杆加压力 T 使其压缩到原来的长度 l , 其压缩变形为 Δl_t , 由式(18-2)有

$$\Delta l_t = \frac{Tl}{EF}$$

所以

$$\begin{aligned} T &= \frac{\Delta l_t}{l} EF = \alpha \Delta t EF \\ &= 1.25 \times 10^{-5} \times 25 \times 200 \times 10^9 \times 500 \times 10^{-6} \\ &= 31.25 \text{kN} \end{aligned}$$

结果表明钢杆温度升高 25°C 时, 相当于加有 31.25kN 的压力。这种由于温度变化引起的外力, 称为热负荷。

钢杆内产生的温度应力为:

$$\sigma = \frac{T}{F} = \alpha \Delta t E = 62.5 \text{MN/m}^2$$