

高等学校交流讲义

理論力学

LILUN LIXUE

上册

清华大学理論力学教研組編

人民教育出版社

高等学校交流讲义



理 論 力 学

LILUN LIXUE

上 册

清华大学理论力学教研组编

人民教育出版社

本书是清华大学理論力学教研組編写的，作为交流讲义出版。

全书分上下两册：上册为靜力学及运动学部分，前者内容包括：靜力学緒論，汇交力系，力矩及力偶理論，平面力系，摩擦，平面桁架，图解靜力学基础，空間力系及重心。后者内容包括：运动学緒論，点的运动学，剛体的基本运动，点的复合运动，剛体的平面运动（包括平行軸轉动合成），剛体繞定点运动（包括相交軸轉动合成）及自由剛体一般运动。下册为动力学部分，内容包括：动力学緒論，质点运动微分方程式，质点的相对运动，动量定理（包括变质量质点运动），动量矩定理（包括陀螺近似理論），动能定理（包括机械能守恒定律），碰撞理論，质点在有心力場中的运动，达倫伯原理及动靜法，可能位移原理，第二类拉格朗日方程，一个自由度及两个自由度质系微振动。此外每篇末附有习题及习题解法提要，供师生教学参考选用。

本书可作高等工业学校机械、电机、动力、土建、水利等类专业“理論力学”課程教学的用书，也可供工程技术人員参考。

簡装本說明

目前 850×1168 毫米規格紙張較少，本书暫以 787×1092 毫米規格紙張印刷，定价相应减少 20%。希諒。

理 論 力 学

上 册

清华大学理論力学教研組編

人民教育出版社出版 高等学校教学用书編譯部
北京宣武門內承恩寺 7 号

（北京市书刊出版业營業許可証出字第 2 号）

新华印刷厂印装

新华书店科技发行所发行

各地新华书店經售

統一书号 15010·983 开本 787×1092 $1/32$ 印張 10 $13/16$

字數 255,000 印數 00001—23,000 定价 (6) 0.85

1961 年 7 月第 1 版 1961 年 7 月北京第 1 次印刷

序

在大跃进形势的鼓舞下，我們于1958年开始編写理論力学讲义，以后随着教育革命的不断发展，并吸取教学过程中所取得的經驗，对讲义曾作过几次修改。但是我們觉得要編写出比較結合我国情况的教材是一項艰巨的任务，而这部讲义在許多地方还很不成熟，有些提法还仅仅是一种尝试，因此一直沒有整理出版。今年三四月間，我們吸取了兄弟院校的宝貴意見，进行了某些修改和补充后付印。由于教学实践不够，本书必然还存在着許多缺点和不成熟的地方，特别是由于時間匆促，来不及写出全书的緒論，我們只有期待在今后的教学实践中来改进。恳切地希望广大的讀者和各兄弟院校的教師提出改进的意見。

本书是根据机械、动力、电机、土建、水利等类专业的教学要求而編写的，书中附有各章的习题及解法提要以供教师及同学参考。如果采用本书，可以根据不同的情况，对内容及例题加以选择或补充。

清华大学理論力学教研組

1961年5月

緒 言

理論力學是研究機械運動的普遍規律的學科。機械運動是指物體在空間相互的位置隨時間的變化，它是物質運動的最簡單的形態。當然，物質運動的形態是多种多样、十分複雜的。恩格斯曾指出運動包括了宇宙中所發生的一切變化和過程。例如物理中熱、電、光等等都是物質運動的較為複雜的形態。這些較複雜的運動形態和機械運動是不相同的，但是它們之間却又有密切的聯繫，要研究運動的性質，當然應該從運動的最簡單的形態開始，只有首先了解了最簡單的運動形態，才能對更複雜的運動形態有所闡明。就這個意義來講，理論力學是物理學的基本部分。但是，由於工程技術的發展對力學的需要，理論力學已形成一門獨立的學科，在工程技術的許多領域中都普遍存在着有關機械運動的問題，廣泛地應用了理論力學中的基本規律和研究方法。例如工程結構中就涉及到物體受力處於平衡的問題，機械設計和機器運轉時就遇到機器的運動規律和受力的問題，各類交通運輸工具（飛機、輪船及車輛等）的運動規律和受力分析是它們運行時必需研究的重要問題。至於在近代新技術領域中，例如研究火箭飛行的外彈道，人造衛星及宇宙航行中飛船運行的問題等等，理論力學的知識是不可缺少的。因之，我們可以說，理論力學是工程技術的基本學科之一。

本書中將理論力學分成三個部分：靜力學、運動學及動力學。下面我們將分三篇分別加以研究。至於每一部分所研究的對象及意義，將分別在各篇緒論中闡述。

上册目录

序	vii
緒言	viii

第一篇 靜力学

第一章 靜力学緒論	1
§ 1.1 靜力学的任务与基本概念	1
§ 1.2 約束及約束反力	5
§ 1.3 靜力学的基本公理	9
§ 1.4 物体的受力分析。分离体图	14
第二章 汇交力系	17
§ 2.1 引言	17
§ 2.2 汇交力系合成的几何法与平衡条件	18
§ 2.3 力在坐标軸上的投影	24
§ 2.4 用解析法求汇交力系的合力。汇交力系的平衡方程式	26
第三章 力矩和力偶理論	32
§ 3.1 力对点之矩。杠杆的平衡	32
§ 3.2 力偶及力偶矩	34
§ 3.3 力与力偶。力的平移	38
§ 3.4 力偶系的合成及平衡条件	39
第四章 平面力系	43
§ 4.1 引言	43
§ 4.2 平面力系向一点簡化。力系的主向量和主矩	44
§ 4.3 平面力系簡化的最后結果	46
§ 4.4 平面力系的平衡条件和平衡方程式	49
§ 4.5 应用平面力系平衡方程式解题的实例	50
§ 4.6 平面力系平衡方程式的其他形式	54
§ 4.7 平面平行力系的平衡方程式	56
§ 4.8 靜定和靜不定問題	58
§ 4.9 刚体系統的平衡	59
第五章 摩擦	68
§ 5.1 滑动摩擦及其意义	68
§ 5.2 滑动摩擦力及摩擦定律	69

§ 5.3 有摩擦力的物体平衡問題	73
§ 5.4 动滑动摩擦	79
§ 5.5 滚动摩擦	80
第六章 图解静力学基础	86
§ 6.1 索多边形	86
§ 6.2 用图解法简化平面力系	88
§ 6.3 用图解法研究平面力系平衡的問題	93
第七章 平面简单桁架	99
§ 7.1 实际的平面桁架及其简化	99
§ 7.2 桁架的坚固条件和静定条件	103
§ 7.3 桁架杆件內力的計算	104
第八章 空間力系	112
§ 8.1 引言	112
§ 8.2 力对軸之矩	113
§ 8.3 力向一点平移。用向量表示力对点之矩	115
§ 8.4 以有向积表示力对点之矩	117
§ 8.5 力对点之矩与力对軸之矩之間的关系	118
§ 8.6 空間力系向一点简化。力系的主向量和主矩	119
§ 8.7 空間力系简化的最后結果	122
§ 8.8 空間力系的平衡条件和平衡方程式	125
§ 8.9 空間力系平衡方程式的应用	127
第九章 重心	131
§ 9.1 引言	131
§ 9.2 平行力系的中心。重心的概念	132
§ 9.3 重心的坐标公式	135
§ 9.4 几种简单形状物体的重心	138
§ 9.5 复合形状物体的重心	142
静力学习题	

第二篇 运动学

第一章 运动学緒論。点的运动学	191
§ 1.1 运动学的研究对象及与工程技术的关系	191
§ 1.2 运动、空間与時間。运动的相对性	193
§ 1.3 点的运动学的任务与研究方法	195
§ 1.4 点的速度及其在定坐标軸上的投影	200
§ 1.5 点的加速度及其在定坐标軸上的投影	204
§ 1.6 点的直线簡諧运动	210
§ 1.7 空間曲线的曲率及自然軸	215

§ 1.8 加速度沿自然轴的分解。切向加速度与法向加速度	217
第二章 刚体的基本运动	222
§ 2.1 刚体运动学的任务。刚体位置的确定	222
§ 2.2 刚体的移动	225
§ 2.3 刚体绕定轴转动。角速度与角加速度	223
§ 2.4 转动刚体上各点速度与加速度的分佈	229
§ 2.5 轮系的传动	231
第三章 点的复合运动	236
§ 3.1 点的绝对运动。相对运动与牵连运动	236
§ 3.2 速度合成定理	238
§ 3.3 牵连运动为移动时的加速度合成定理	243
§ 3.4 当牵连运动为定轴转动时的加速度合成定理(科里奥利定理)	246
第四章 刚体的平面运动	253
§ 4.1 平面运动的运动方程式	253
§ 4.2 平面运动分解为移动和转动	255
§ 4.3 平面图形上各点速度的分析	258
§ 4.4 瞬时速度中心	263
§ 4.5 平面图形上各点加速度的分析	267
§ 4.6 平面图形的瞬时速度中心轨迹	275
§ 4.7 刚体绕平行轴转动的合成	278
第五章 刚体绕定点运动及自由刚体的一般运动	288
§ 5.1 绕定点运动刚体位置的确定。运动方程式	288
§ 5.2 刚体绕定点运动的位移定理。瞬时转动轴	290
§ 5.3 绕定点运动刚体的角速度与角加速度	293
§ 5.4 绕定点运动刚体中各点的速度与加速度	296
§ 5.5 自由刚体的一般运动	299
运动学习题	

第一篇 靜力学

第一章 靜力学緒論

§ 1.1 靜力学的任务与基本概念

靜力学是关于力的普遍性質及其合成規律和平衡的一般理論。在这里要研究两个基本問題：1) 將作用在物体上的很多个力(称为力系)进行合成或簡化, 用最簡單的力系来代替較复杂力系。2) 建立物体在各种力系作用下的平衡条件。

这两个問題都具有广泛的实际意义。在工程技术中有很多物体是在力系作用下处于靜止或平衡的。例如房屋結構, 机床床身, 桥梁等等。如果从事建筑物或机床的設计, 就需要計算建筑物的构件或机床各部件所受的力, 再考虑选择什么材料和尺寸才能承受这些力。在計算时就必须应用物体在平衡时, 这些力所必需满足的条件。

在研究物体的平衡条件时, 或在进行实际問題的計算时, 有必要先将一些較复杂的力系进行簡化, 例如水坝受到連續分布的水压力及重力作用, 在研究坝的平衡时就有必要知道水压力及重力的总效果如何, 这就牵涉到求合力或簡化力系的問題。將作用在物体上的力系进行簡化, 就使得我們能够确定力系对物体作用的总的效果。例如正在飞行的飞机受到升力, 空气阻力, 螺旋桨的牽引力等等, 这些力是錯綜复杂的, 每一个力对飞机的运动都有影响, 要想确定飞机的运动規律就必需知道这些力的总效果, 这就归结为力系簡化問題。

所以研究力系的簡化有双重意义。一方面, 通过力系簡化的

結果可以說明力系對物體作用的總效果，從而為研究動力學打下基礎。另一方面，力系簡化結果也是建立平衡條件的前提。

在研究上述兩個基本問題之前，讓我們先建立以下幾個基本概念：

平衡 通常物體的平衡是指這物體相對於周圍物體處於靜止狀態。例如房屋相對於地面，貨物相對於列車車廂等等都是。平衡只有取周圍物體作參考才有意義。因之，平衡是相對的。在大多數場合下，如果沒有特別指明以什麼物體作為參考，則平衡是指相對於地球表面而言。

有時，不一定要物體完全處於靜止才認為平衡。例如起重機的动作比較慢，它在運動時和在靜止時的受力情況幾乎一樣，在計算起重機各部件受有多大的力時即使它在運動也仍然可以認為是平衡的。

從更廣泛的意義上說，凡是物體相對於慣性系統處於靜止或作等速直綫運動都稱為平衡。這一點將會在動力學中討論，現在不詳述。

力的概念 力的概念的最初形成是與人們在生產勞動中運用肌肉的作用有密切關係，例如：通過推、拉、舉、擲等活動，能引起物體機械運動的變化，並由此得到一定的效果。以後由於創造了各種機械，逐步在生產中利用畜力，水力，風力，甚至蒸汽壓力等等，人們不斷積累經驗，對力的認識就逐步完善與精確化。現在我們將力的概念概括如下：力是物體與物體間的機械作用，這種機械作用引起物體機械運動的變化，或者使物體發生變形。

力的作用方式是多種多樣的，例如，兩物體相互接觸可以發生相互推、拉、壓、擠等作用，也可以不接觸而相互吸引或排斥，這些都是力的作用。因此，在研究物體受力時，必須對物體之間的相互作用進行具體分析。這裡必須強調指出：力既是物體相互的作用，

故力不能脱离实际物体而存在。

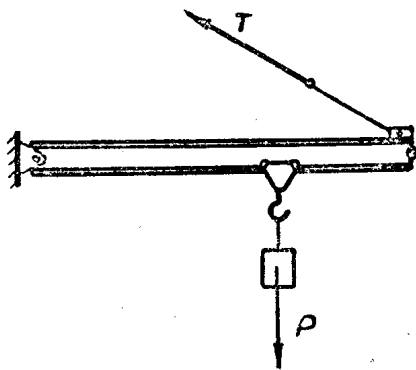
实践证明，力对物体的作用决定于力的大小，方向和作用点。这三个要素中任一要素改变时，力的作用效果就因之而变。

力的大小表明物体间机械作用的强烈程度，它的工程单位是公斤或吨，可用弹簧秤或弹簧测力计来测定。

力的作用具有方向性，例如用绳索从不同方向施加拉力于同一物体时，则物体运动方向亦不相同，因此力是具有方向的量。

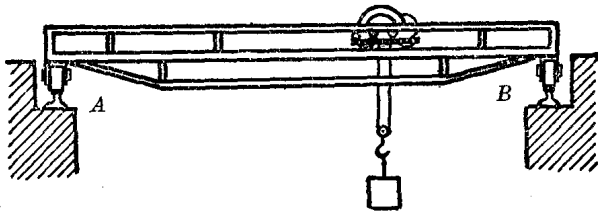
同样大小及同样方向的力，如果作用在物体的不同地方，也可产生不同的效果，例如用杠杆起动物体时，力作用点至支点的距离（力臂）改变时，产生的效果也就不同。力的作用点表示物体相互作用的地方，它实际上是一块面积。当作用的地方是一块较大的面积时，就形成了分佈力，例如作用在水坝上的水压力或作用在屋顶上的风压力等等。在很多实际问题中，由于力的作用面积很小，可以近似地看成作用在一个点上，这种力称为集中力，该点称为力的作用点。

力的大小、方向及作用点三要素表明力是一向量。它可以以一有方向的线段来表示。线段的长度按一定比例尺表示力的大小；线段的末端所附箭头表示力的作用方向，线段的起点或终点表示力的作用点。例如图 1.1 所示悬挂在起重机下重物的重力以向量 P 表示。而吊索的拉力以 T 表示。力的向量通常用粗体字母表示之。例如：重量 P ，拉力 T 等等。



(图 1.1) 力的向量表示

剛體 任何实际的物体(固体)在力的作用下或多或少要发生变形,变形的性质是物体的一个重要性质,变形的大小依赖于作用力的大小、材料的性质、物体的形状和尺寸等等因素。工程中有一些材料,例如:橡皮、弹簧等容易有较大变形,而另一些材料,例如:钢材、木材、混凝土等等,通常变形很小。物体在外力作用下发生了变形,如果变形很小,忽略变形并不影响所研究的结果,我们就近似认为物体是不变形的。例如图 1.2 所示桥式起重机结构,由于结构本身的重量及载荷,梁会发生弯曲变形,但是实际上这种变形非常微小,在设计时规定铅垂方向最大变形一般不超过梁的长度的 $1/500$,在水平方向的变形就更小。因此,由于这种变形而引起 A 及 B 两处铁轨压力相应的改变也很小。由此可见,当变形对所研究的问题的影响是极其微小的,实际上可将梁看成是不变形的刚体。



(图 1.2) 桥式起重机示意图

刚体是指在任何外力作用下都不发生变形的物体。它是实际物体的抽象化模型,表征了固体在力的作用下基本上保持原有形状和尺寸的性质。抽象化是在所研究的问题中,撇去事物的次要因素,揭露事物本质的性质,这不仅是为现实所容许的而且是必须的。例如在计算前述起重机钢梁的支座受力问题中,如果不忽略梁的弯曲变形就会使问题不必要地复杂化,以致难于算出结果。

但是,不能把刚体的概念绝对化;事实上,随着研究问题性质

的不同,那些原来是次要的因素,在新的情况下就可能具有重要意义,成为主要因素。例如,在研究厂房結構平衡的問題中,將結構看成是剛体。但若研究同一厂房振动的問題,虽然变形仍然很小,但是,結構的彈性变形却成为振动的主要因素,故此时就不能再把結構看成剛体,而需看作彈性体。

理論力学中主要研究剛体的平衡与运动。但必須指出,剛体力学的某些原理与方法对于变形体說仍然适用,只不过由于变形体比剛体具有更复杂的力学現象,在变形体力学中还要考虑更多的因素。因此,剛体力学是研究变形体力学的基础。

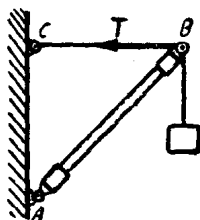
§ 1.2 約束及約束反力

無論是运动的物体还是平衡的物体总是与周圍物体互相联系着的。要更好地了解力的作用,就需要把所研究的物体从它周圍的物体中孤立出来。这样,分析物体間的相互联系就很重要。物体之間的联系是多种多样的,其中一种重要方式是对物体位移的限制。例如,放在地上的机器受到地面和地脚螺釘的限制而不能移动,机器中的軸承对于軸也起了限制位移的作用,使得軸只能旋轉而不能发生其它的位移,等等。总之,当周圍物体对于某一物体用一定方式限制了位移时,这些周圍物体(它們可以是地面,地脚螺釘,軸承,繩索等等)就构成了对该物体的約束。約束加在物体上的作用力称为約束反力。約束反力的性質随約束形式的不同而不同。分析物体的受力状态实际上主要就是分析各种不同形式約束的約束反力。

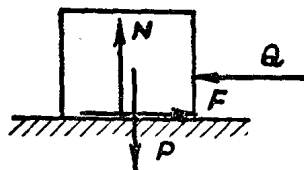
这里,必須指出,約束的概念是理論力学中重要的概念,常遇到的机件或构件間相互的联系大都通过約束的形式。但是,在靜力学中将只着重注意約束的力的作用性質,至于約束限制物体运动的性質,将在运动学及动力学中討論。

下面我們來介紹在工程中常見的幾種形式的約束，並指出約束反力的某些特點。

(1) 柔性繩索的約束：當物體受柔性繩、鏈等物約束時，約束反力的方向只能是沿繩或鏈的方向的拉力，否則繩或鏈就不能平衡，例如图 1.3 所示簡單的起重機上的拉鏈 BO 的拉力 T 。

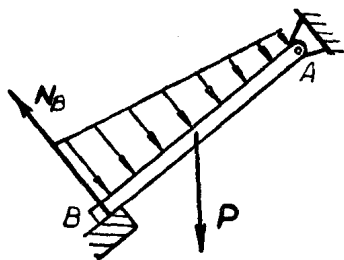


(图 1.3) 繩索的約束反力



(图 1.4) 接觸面的約束反力

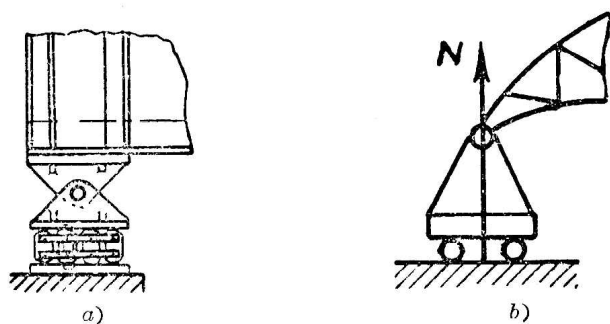
(2) 光滑接觸與輓軸支座：當物體放在水平地面上，受到地面的約束而處於平衡時，在一般情形下，地面對物體的約束反力是：沿水平方向的阻止滑動的摩擦力 F 和沿鉛垂方向的垂直壓力 N ，如图 1.4 所示。但若接觸面非常光滑，摩擦力非常小時，可近似認為約束反力方向只是鉛垂的。如果接觸面不是平面而是曲面，則光滑接觸時，約束反力的方向是沿接觸面的公法綫方向。



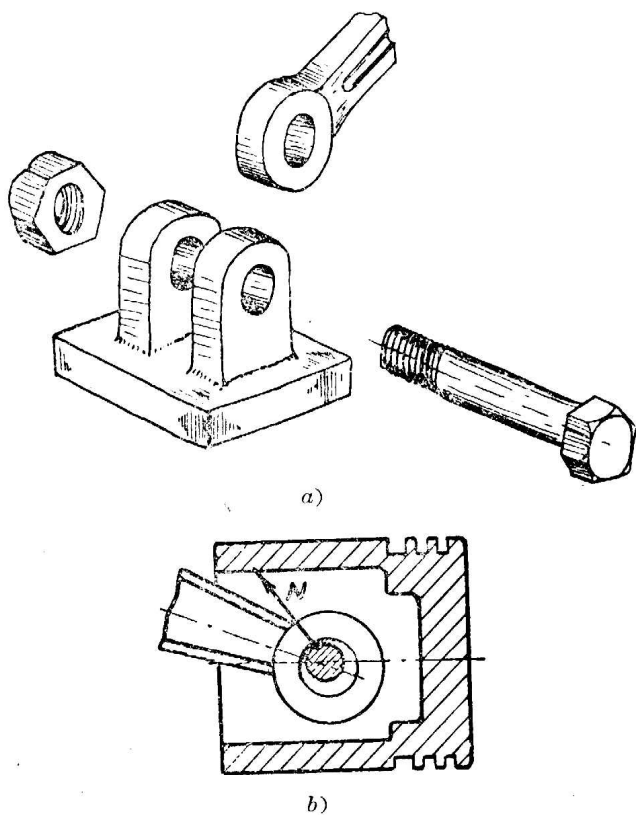
(图 1.5) 閘門擋板的約束反力

如图 1.5 所示閘門水道擋板 AB 的支座 B 的約束反力是 N_B 。此外，在結構支座上常見的一種輓軸支座，它的主要構造是在支承表面與被支承物體間安裝了一些圓柱形的輓子，如图 1.6a 所示。由於這種支座的輓軸可沿平面滾動，因此當溫度變化時，由於膨脹或收縮作用，

支座間距離允許有微小的自由變化。如略去摩擦的影響，可認為約束反力沿支座平面的法綫方向。其簡化圖如图 1.6b 所示。

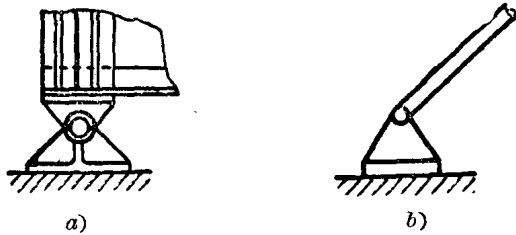


(图 1.6) 輓軸及其表示法



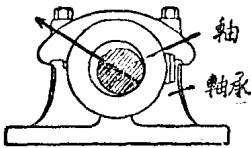
(图 1.7) 圓柱形絞鑄

(3) 圓柱形鉸鏈及軸承：鉸鏈是常見的一種約束，它的主要構造是將固定部分與活動部分各鉗直徑相等的圓孔，彼此用圓柱形銷釘串連，使物體只能繞銷釘的軸綫轉動，如圖 1.7a。例如門窗上的活葉也可視為鉸鏈，又如圖 1.7b 所示內燃機中活塞與聯杆連接的銷釘。對於活塞說，銷釘與聯杆的套筒部分構成鉸鏈約束。由於銷釘與套筒均系圓柱面，故可在任一母綫接觸。若認為接觸是光滑的，則約束反力沿接觸面的法綫方向，必通過鉸鏈（銷釘）的中心。由此可知，鉸鏈約束的特点是：約束反力方向是不確定的，但反力作用綫垂直於鉸鏈軸綫，並通過銷釘之中心。在結構中採用的鉸鏈支座，如圖 1.8a 所示。鉸鏈支座的簡化圖如圖 1.8b。

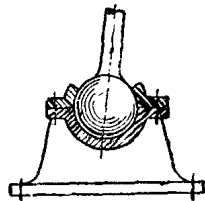


(圖 1.8) 圓柱形鉸鏈及其表示法

圖 1.9 所示的軸承是軸的支承部分。軸承允許軸轉動。如略去摩擦，則軸承的反力也應通過軸之中心，但方向却不能確定。它的性質實際上與鉸鏈相同。



(圖 1.9) 軸承示意圖



(圖 1.10) 球形鉸鏈

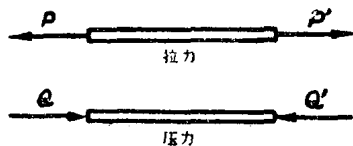
(4) 球形鉸鏈：圓柱形鉸鏈是屬於平面約束類型，它是在垂直於軸的平面內將物體的一點固定。而球形鉸鏈則屬於空間約束類型，

它是在空间中將物体的一点固定，物体可繞此点作任意运动。图 1.10 示一球铰链。由于支座是球形，故若略去摩擦，則约束反力应通过球之中心，但其方向不能确定。

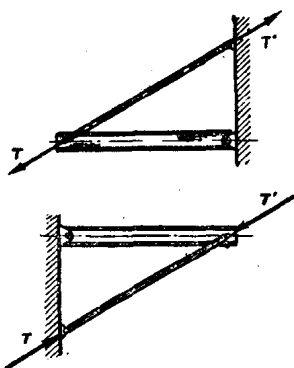
§ 1.3 静力学的基本公理

要研究力系的簡化和力系的平衡条件，还需要先对力的某些基本性質有更为深入的了解。下面讲述的几个公理就是反映了这些力的基本性質，它們是經過大量事实与經驗总结概括出来的。这些性質簡單而明显，很容易为人們所了解，又为研究力系的簡化与平衡問題提供了必要的基础。

公理 1: 二力平衡公理。作用在剛体上的两个力，使剛体处于平衡的必要与充分条件是：这两力大小相等，方向相反，并沿同一直綫作用。如图 1.11。



(图 1.11) 受拉受压杆件



(图 1.12) 受拉受压二力构件

显然，满足上述条件的二力是平衡力系最简单的情形。实际上，受二力作用而处于平衡的物体很多。例如，结构中的拉杆、撑杆等等，如图 1.12 所示。这种构件的特点是只受拉力或压力，常称为二力构件。

公理 2: 加减平衡力系公理。在已知力系上加上或取去任意