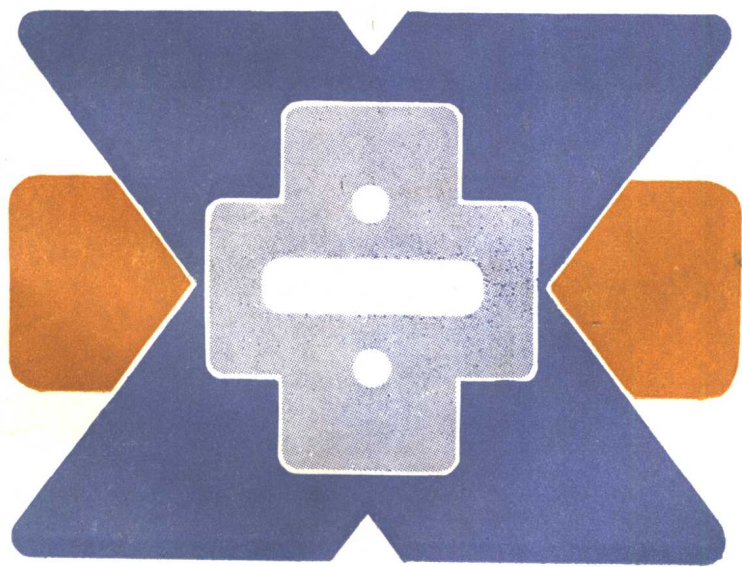


# 小学数学

## 高难度习题解析

顾高期 编著



中国地质出版社

# 小学数学高难度习题解析

顾高期 编著

中国展望出版社

一九八五年·北京

小学数学高难度习题解析

顾高期 编著

\*

中国地质出版社出版

(北京西城区太平桥大街4号)

黑龙江省社会科学院铅印室印刷

北京新华书店发行

---

开本787×1092毫米1/32 4.25印张

95千字 1985年12月 北京第1版

第1次印刷 1-70,000册

---

统一书号: 7271·135 定价: 0.68元

## 前 言

本书从苏联中、小学四、五年级教材中选译了一部分高难度习题。这些习题富有思考性和趣味性，有助于提高学生  
学习数学的兴趣和开发学生的智力。对每一道题书中都做了  
较详细的分析和解答，借以指导学生掌握思考问题的方法和  
相应的解题技能。

书中的每一道题，可先独立尝试，然后将自己解答的结果与书中的答案进行对照比较，或在独立解答有困难时，再参看书中的解析过程和答案。这样更有利于提高读者的思维能力。本书可供小学中、高年级学生课外阅读。也可供小学教师、小学教学研究人员和学生家长参考。

由于时间仓促，书中难免有疏漏和不妥之处，请广大读者批评指正。

编译者

1. 写出一个最大的十位数，这个数里所有的数字都是不同的。

解 只要把0、1、2、……9这十个数字按从大到小的顺序排列起来，就组成一个最大的十位数，这个数是9876543210。

2. 写出一个最小的十位数，这个数里的所有数字都是不同的。

解 可以把0、1、2、…、9这十个数字按从小到大的顺序排列起来，但最高位上不能是0，所以要把0和1对调，就组成一个最小的十位数。这个数是1023456789。

3. “给 $7 \times 9 + 12 \div 3 - 2$ ”添上括号，使所得的式子的值等于：①23；②75。

解 应从所需的得数出发，根据数量关系和数的特征进行具体分析，逐步推导。

(1) 要使得数是23，可以这样想：因为 $23 = 25 - 2$ ，而 $25 = 75 \div 3$ ， $75 = 63 + 12$ ， $63 = 7 \times 9$ ，所以应先求出7乘以9的积与12的和，再求用这个和除以3的商，最后求差。根据这样的要求，给式子加上括号，即

$$(7 \times 9 + 12) \div 3 - 2 = 23$$

(2) 要使得数是75，可以这样想：因为 $75 = 63 + 12$ ，

而 $63=7\times 9$ ,  $12=12\div 1$ ,  $1=3-2$ , 所以只要把“ $3-2$ ”加上括号就行了, 即

$$7\times 9+12\div (3-2)=75$$

4. 把  $1 * 2 * 3 * 4 * 5$  里的星号改为运算符号并加上括号, 使所得式子的值等于100。

**解** 因为  $4\times 5=20$ , 20再与5相乘就得100, 所以只要使前面3个数的运算结果得5就可以。即

$$\begin{aligned} & (1\times 2+3)\times 4\times 5 \\ & = (2+3)\times 4\times 5 \\ & = 5\times 4\times 5 \\ & = 20\times 5 \\ & = 100 \end{aligned}$$

5. 只用4个2和运算符号列出不同的算式, 使它们的值分别等于0、1、2、3、4、5、6、8、9、10。

**解**

$$\begin{aligned} 2+2-2-2 &= 0 \\ 2+2\div 2-2 &= 1 \\ 2\div 2+2\div 2 &= 2 \\ 2+2-2\div 2 &= 3 \\ 2\times 2\div 2+2 &= 4 \\ 2\times 2+2\div 2 &= 5 \\ 2\times 3\div 2-2 &= 6 \\ 2\times 2\div 2\times 2 &= 8 \\ 22\div 2-2 &= 9 \end{aligned}$$

$$2 \times 2 \times 2 + 2 = 10$$

这道题还可以有其他的解法，这里不一一列举了。

6. 在88888888的某些数字中间添上加号，使所得式子的值等于1000。

**解** 首先根据和是1000的要求，确定加数中必须有一个三位数，也只能有一个三位数，即888，还应有一个两位数，即88。同时根据8的特点，必须有5个8相加，和的个位上才能得0，所以除了“888+88”之外，剩下的3个8必须分别相加，才能满足要求，那么，所求的式子为

$$888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$$

7. 在123456789的某些数字中间分别添上加号或减号，使所得式子的值等于100。

**解** 首先要正确理解题意。按题目的要求，将1~9这九个数字不改变顺序组成若干一位数、两位数、三位数…，并在这些数的中间添上加号或减号，组成一个算式，使它的值等于100。

我们先看1~9这九个数分别相加的和：

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

现在要使运算的结果得100，须抽掉算式中的某些加号，把九个相邻的数字连起来，组成两位数或三位数，同时应掌握去掉加号后得数的变化规律。如将“7+8”变成78后，和就增加了 $78 - (7+8) = 63$ ；将“1+2+3”变成123后，

和就增加了  $123 - (1 + 2 + 3) = 117$ 。

其次,看组成两位数或三位数后,得数与100相差多少,然后将算式中的某些加号变成减号,进行适当的调整。并应掌握加号变成减号后运算结果的变化规律。如将“+4”变成“-4”,得数就减少了  $4 + 4 = 8$ ; 将“+9”变成“-9”,得数就减少了  $9 + 9 = 18$ 。如果在组成的一个两位数的前面添上减号,得数就要减少这个两位数与原来的两个数的和。如将“7+8”变成“-78”,得数就减少了

$$“78 + (7 + 8) = 78 + 15 = 93”。$$

根据以上规律进行尝试。如去掉1、2、3中间的加号,变成123后,得数是  $123 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 + 117 = 162$  而  $162 - 100 = 62$ ,  $62 \div 2 = 31$ , 要使运算结果得100, 要看原来的算式中哪几个数的和等于31, 就把它们前面的加号变成减号。因为  $4 + 5 + 6 + 7 + 9 = 31$ , 所以只要把4、5、6、7、9这几个数前面的加号变成减号, 就得  $123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100$

又如去掉7与8中间的加号,变成78后,得数是  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 78 + 9 = 45 + 63 = 108$ , 而  $108 - 100 = 8$ ,  $8 \div 2 = 4$  所以只要把原来算式中的“+4”变成“-4”后,就得

$$1 + 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 78 + 9 = 100$$

最后还要进一步分析,怎样缩小解题的范围,以免不必要的计算。在1~9这九个数中,能组成的最小的三位数是123,它与100最接近。其次可组成234,但剩下的几个数字,如果组成两位数,只有56、67、78、89这四个,无论怎样搭



配，都不能使运算结果得100。如果组成两个三位数：234与567，它们的差超过300，也不合要求。其他大于234的三位数或四位数，就更都不用考虑了。排除这些情况后，只需考虑组成适当的两位数，而三位数中只能取123。这样，解题的范围就大大地缩小了。

此外，在解题时还应掌握一个规律：要使得数是100（偶数），算式左边必须有偶数个的奇数相加减，或都是偶数相加减。因为只有：奇数 $\pm$ 奇数=偶数；偶数 $\pm$ 偶数=偶数；奇数 $\pm$ 偶数=奇数；偶数 $\pm$ 奇数=奇数。掌握了这些规律，也可减少一些不必要的计算。

通过这样的分析，在小学数学范围内，可列出以下这些算式：

$$1 + 23 - 4 + 5 + 6 + 78 - 9 = 100$$

$$1 + 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 78 + 9 = 100$$

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

$$12 + 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 89 = 100$$

$$12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 89 = 100$$

$$1 + 23 - 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 100$$

$$1 + 2 + 34 - 5 + 67 - 8 + 9 = 100$$

$$123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100$$

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100$$

$$123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$$

8. 可以用多少种方法将50表示成两个偶数的和的形式？对只是加数顺序不同的表示方法，可看作是同一种方法。

**解** 因为在小学数学范围内，偶数只限于能被2整除的自然数。所以可按2、4、6…的顺序依次确定第一个加数，然后相应地确定第二个加数（用50减去第一个加数）。又因交换加数的位置后，被看作是同一种方法，所以第一个加数最多取24就可以了。在2和24之间有12个偶数（包括2和24），所以一共有12种表示方法。即

$$50 = 2 + 48$$

$$50 = 4 + 46$$

……………

$$50 = 24 + 26$$

9. 可以用多少种方法将10表示成四个奇数的和的形式？

**解** 这里的奇数只限于不能被2整除的自然数，即1、3、5、…。要将10表示成四个奇数的和的形式，只要适当选取1、3、5、7这四个数（可以用相同的数）组合起来。可以有下面不同的组合：

$$10 = 1 + 1 + 1 + 7$$

$$10 = 1 + 1 + 3 + 5$$

$$10 = 1 + 3 + 3 + 3$$

题中没有说明加数的顺序不同是否看作同一种方法。如果交换加数的位置后将其看作不同的方法，那么，可以由上

面的每一种方法得出其他若干种方法。如由  $10 = 1 + 1 + 1 + 7$ ，交换各加数的位置后可得出下面几种形式：

$$10 = 7 + 1 + 1 + 1$$

$$10 = 1 + 7 + 1 + 1$$

$$10 = 1 + 1 + 7 + 1$$

10. 下列式子中的某些数字用字母代替了（相同的字母代替相同的数字）。求原来的式子。

(1)

$$\begin{array}{r} BDCE \\ + BDAE \\ \hline AECBE \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} a52b \\ - b25a \\ \hline 8xm x \end{array}$$

解 (1) 先看个位上  $E + E = E$ ，可以肯定  $E = 0$ 。再看千位上， $B + B = AE$ ，因为  $E = 0$ ，所以  $2B = 10$ ， $B = 5$ ， $A = 1$ 。十位上  $C + A = B$ ， $C = B - A = 5 - 1$ ，即  $C = 4$ 。百位上  $D + D = 4$ ， $2D = 4$ ， $D = 2$ 。

整个式子是。

$$\begin{array}{r} 5240 \\ + 5210 \\ \hline 10450 \end{array}$$

(2) 千位上  $a - b = 8$ ，因为  $b$  在最高位上，不能是 0，所以  $b + 8$  的和一定大于 8，小于 10，即  $b + 8 = 9$ ，从而可以肯定  $b = 1$ ， $a = 9$ 。

个位上  $b$  减  $a$  不够减，从十位借 1，即  $(10 + b) - a = 11$

$-9 = 2$ ，所以  $x = 2$ 。

十位上被减数是 2，借去 1，还剩 1，1 减 5 不够减，从百位借 1， $11 - 5 = 6$ ，所以  $m = 6$ 。

整个式子是

$$\begin{array}{r} 9521 \\ - 1259 \\ \hline 8262 \end{array}$$

11. 下列式子中的某些数字用星号代替了。试恢复原式。

(1)

$$\begin{array}{r} * * \\ + * * \\ \hline 197 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} * * * * \\ - * * * \\ \hline 1 \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{r} 6 * \\ \times * * \\ \hline * * \\ * * \\ \hline * * 6 \end{array}$$

(4)

$$\begin{array}{r} * 7 \\ * 7 \overline{) 14**} \\ \underline{* * 5} \\ * * \\ * 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

(5)

$$\begin{array}{r} * * 8 * * \\ * * \overline{) * * * * * * * *} \\ \underline{* * * * *} \\ * * \\ * * \\ \hline * * * \\ * * * \\ \hline 1 \end{array}$$

解 (1) 两个两位数相加的和是 197，两个加数必须分别是 99 和 98。即原式是

$$\begin{array}{r} 99 \\ + 98 \\ \hline 197 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 98 \\ + 99 \\ \hline 197 \end{array}$$

(2) 一个四位数减去一个三位数的差等于1, 这个被减数一定是最小的四位数, 即1000, 减数一定是最大的三位数, 即999。所以整个式子是

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 999 \\ \hline 1 \end{array}$$

(3) 被乘数的十位上是6, 两个部分积都是两位数, 所以乘数的十位上和个位上都只能是1, 即乘数是11。又因积的个位上是6, 所以被乘数的个位上也一定是6。整个式子是

$$\begin{array}{r} 66 \\ \times 11 \\ \hline 66 \\ 66 \\ \hline 726 \end{array}$$

(4) 除数的个位上是7, 除数与商的十位上的数相乘, 所得的积的末尾是“5”, 商的十位上就一定是5, 又因这个积必须小于“140”, 所以除数的十位上只能是2, 即除数是27,  $27 \times 5 = 135$ 。再看除数与商的个位上的数相乘, 所得的积的末尾是1, 商的个位上就一定是3,  $27 \times 3 = 81$ 。除数与商相乘得被除数, 即  $27 \times 53 = 1431$ 。所以整个式子是:

$$\begin{array}{r} 53 \\ 27 \overline{) 1431} \\ \underline{135} \phantom{1} \\ 81 \\ \underline{81} \\ 0 \end{array}$$

(5) 除数是两位数，除数与商的百位上的 8 相乘，积是两位数，除数就必须大于 10 而等于或小于 12。除数与商的最高位上的数相乘，积是三位数，除数就必须是 12，商的最高位上必须是 9， $12 \times 9 = 108$ 。商的千位和十位上都肯定是 0。除数与商的个位上的数相乘，积也是三位数，所以商的个位上也一定是 9，即商是 90809。除数与商相乘，再加上余数，就得被除数，即  $90809 \times 12 + 1 = 1089709$ 。整个式子是

$$\begin{array}{r}
 \phantom{12} \overline{90809} \\
 12 \overline{) 1089709} \\
 \underline{108} \phantom{09} \\
 \phantom{108} 97 \\
 \phantom{108} \underline{96} \\
 \phantom{108} \phantom{96} 109 \\
 \phantom{108} \phantom{96} \underline{108} \\
 \phantom{108} \phantom{96} \phantom{108} 1
 \end{array}$$

12. 从 1 到 81 的所有自然数的乘积的末位数字是什么？

解 只要从 1 到 81 的所有自然数中，有任意两个数相乘的积的末尾是 0，整个积的末尾就是 0；因为 0 与任何数相乘都得 0。不难发现  $4 \times 5 = 20$ ，所以整个积的末位数字是 0。

13. 从 10 到 25 的所有自然数的乘积的末尾有几个 0？

解 只要看从 10 到 25 的所有自然数中含有几个质因数 5 以及相同个数的质因数 2，整个积的末尾就有几个 0。

在10到25的所有自然数中，含有质因数5的数是

$$10 = 5 \times 2$$

$$15 = 5 \times 3$$

$$20 = 5 \times 2 \times 2$$

$$25 = 5 \times 5$$

一共有5个5。同时不难发现，在10到25的所有自然数中，含有质因数2的个数超过5个，所以整个积的末尾有5个0。

14. 一个出纳员有5戈比\*和10戈比两种硬币，他要找给别人50戈比，有几种找法？

解 因为50是整+数，所以必须取偶数个的5戈比硬币，再配上适当个数的10戈比的硬币。或全部取10戈比的硬币。这样一共有以下六种方法：

5戈比硬币个数

0  
2  
4  
6  
8  
10

10戈比硬币个数

5  
4  
3  
2  
1  
0

15. 有7个人参加象棋比赛，每个人都要同其他所有的人各下一盘，他们一共要下多少盘？

---

\* 戈比是苏联一种硬币的名称。——译者注

**解** 可以这样想：用1、2、3、4、5、6、7这七个数字分别代表七名棋手，把其中的每2个数字组合在一起，可以有下面一些不同的组合。

1 2	1 3	1 4	1 5	1 6	1 7 ... 6
2 3	2 4	2 5	2 6	2 7 .....	5
3 4	3 5	3 6	3 7 .....		4
4 5	4 6	4 7 .....			3
5 6	5 7 .....				2
6 7 .....					1

$$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$$

就是一共要下21盘。

还可以这样想：7个人中的每一个人都要同其余的6个人各下一盘棋，如果按每人下6盘计算，一共就要下 $6 \times 7 = 42$ （盘），但因每2个人之间都只需下一盘，所以总的盘数应该减半，即  $42 \div 2 = 21$ （盘）

16. 在20个城市中，每两个城市之间都有直达的航空线，一共有多少条航空线？

**解** 可以按15题的方法计算：

$$19 + 18 + 17 \cdots + 2 + 1 = 190 \text{ (条)}$$

或  $19 \times 20 \div 2 = 380 \div 2 = 190 \text{ (条)}$

即一共有190条直达航线。



17. 求出所有由 1、2、3 这三个数字组成的三位数的和，每个三位数中的数字都是不相同的。

解 由 1、2、3 三个数字组成的不同的三位数一共有 6 个。它们是

123、132、213、231、312、321

它们的和是  $123 + 132 + 213 + 231 + 312 + 321 = 1332$ 。

为了简便还可以这样计算：因为这些加数每一位上的数相加的和都是“12”（2个“1”，2个“2”，2个“3”），所以这些数的和是

$$\begin{array}{r} 1200 \\ 120 \\ + \quad 12 \\ \hline 1332 \end{array}$$

18. 来了100个旅游者。他们中间有10个人既不懂德语，也不懂法语，但其中有75人懂德语，有83人懂法语。有多少人既懂德语又懂法语？

解 100人中有10人既不懂德语，也不懂法语，那么至少懂一种语言的人数就有  $100 - 10 = 90$ （人）。

在懂德语的75人中包括只懂德和既懂德语又懂法语的人；在懂法语的83人中也包括只懂法语和既懂法语又懂德语的人。可以用下图表示：