

磁力和重力异常的统计解释

Φ.М. 戈尔茨曼
〔苏〕 T.Б. 卡利尼娜 著

地 质 出 版 社

磁力和重力异常 的统计解释

Φ.М.戈尔茨曼
〔苏〕 T.Б.卡利尼娜 著

焦荣昌 傅妮莉 译
程方道 校

地 质 出 版 社

内 容 提 要

“磁力和重力异常的统计解释”一书是利用统计解释理论解重、磁反问题。书中提出重、磁定量解释时的实验模型，并编拟了最佳算法。其内容为：重、磁测量反问题的统计提法和解法；典型模型体的参数评价；非均匀性；复杂异常体整体参数的确定；解反问题有效性的统计评价；观测方法和定量解释方法的综合；解重、磁反问题时观测系统的选取；重、磁异常解释中地球物理断面的构制。

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ МАГНИТНЫХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ АНОМАЛИЙ

Ф. М. ГОЛЬЦМАН, Т. Б. КАЛИНИНА
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЛЕНИНГРАДСКОЕ
ОТДЕЛЕНИЕ 1983

磁力和重力异常的统计解释

[苏] Ф. М. 戈尔茨曼 著
Т. Б. 卡利尼娜

焦荣昌 傅妮莉 译
程方道 校

责任编辑：曹玉

地质出版社出版发行
(北京西四)

地质出版社印刷厂印刷

(北京海淀区学院路29号)

新华书店总店科技发行所经销

开本：850×1168¹/₃₂ 印张：8.4375 字数：220,000

1988年7月北京第一版·1988年7月北京第一次印刷

印数：1—1100册 国内定价：2.70元

ISBN 7-116-00230-8/P·206

序 言

信息统计理论和解反问题的方法，是现代应用数学物理的主要发展方向之一。本书介绍了这种理论和解法在构造地球物理和金属矿地球物理的重磁异常解释领域内的具体应用。对重磁反问题定量解释的程式化提法给予了很大的注意。到目前为止，这种问题还很少受到重视，因为在选择解释的数学程序时多半是凭直觉。在信息统计理论中，仅在反问题的提法中利用直觉因素。资料处理程序的编制只取决于观测资料的程式化模型以及一些程式化的附加的先验条件。

当抽象出反问题时，不可避免地出现不确定性；力求对它作出估计，是保证推断解释的概率统计特性的重要一环。这种不确定性表现各异。本书主要研究一种个别的而实际上是很重要的情况，即以偶然误差的形式叠加在观测值上的情况。还分析了多种不可叠加的不确定性的情况。然而在书中，当干扰参数值的不确定性很小时，把它们近似地看作为可叠加的。

讨论了一系列提出反问题及编制相应的解释计算程序的典型方案。在所解决的问题中，包括确定单个测量对象的物性参数和几何参数，确定造成叠加地球物理场的组合对象的物性参数和几何参数，以及确定分布比较复杂的异常源及其深部的整体参数。

对反问题求解的质量拟定通用标准。研究它们与所要确定的测量对象的参数值、实验模型的不确定性、观测系统的参数、补充的先验信息的性质以及与所用的算法类型的关系，是信息统计理论解反问题的重要结果。若实测资料的数学模型已给出，则对任何程式化算法的质量评价以及在实验前对这些算法进行对比都是可能的。了解了模型，就足以评价最优解释算法的质量，并不要求对算法本身有清楚的了解。进而，不仅可能对该算法的预期

效果作分析预测,而且能对算法作分析比较,以及搞清处于一种什么样的极限条件下反问题的解仍有意义。目前,对解反问题的有效性的详细分析论证只有在信息统计解释理论的基础上才能实现。

建立一般理论,制定一套能把原始观测资料以及经由各种程式化变换处理而获得的任何中间性资料进行最佳综合的方法,是用统计方式进行资料解释的最重要的结果之一。本书以相当大的篇幅来讨论这个问题,并首次系统地阐述综合解释的理论。采用统计方法研究综合的理论和方法,是由于确定最优解释程序的基本要素是观测矢量的概率密度函数。以概率乘法定理为基础发展起来的相似函数,是进行综合观测的基本要素,它能保证对参与综合的那些资料进行最优的加权计算。

本书还有一节阐述如何确定解决典型反问题的合理的观测系统,以发现、选择和分辨并评估它们的参数值。此节自然是根据对反问题解的质量的分析结果而编写的。目前,地面重力测量、磁力测量及航空磁力测量都是按确定的测网进行的。因此,关于解具体反问题应选择何种简化测网的问题,通常只有在计算机上处理资料阶段才会发生。合理地选择测网可以大大减少繁重的工作量,节约大量的时间。不过,海上观测时情况就不同了。在海上,观测系统要随着完成测量的实际情况来确定,这时工作的合理性、成本和在原则上的可能性常常取决于是否选择了合理的顺序,特别是为专门解决某一具体反问题更是如此。

上述问题中有许多已在实际应用并编拟了电子计算机上的算法和程序。本书列举了模型资料 and 实际观测资料的试算结果,以便读者深入理解位场信息统计解释的实质和评价其意义。

目前,出版总结性专著的条件已经成熟了,在这些专著中要反映出为统计解释算法和分析这些算法在重磁测量中的应用效果而制定的系统处理方法。本书就是这种总结的尝试。尽管有许多问题有待进一步弄清楚并加以总结,但本书的内容是完全反映了重磁异常的信息统计解释方法的一定阶段,它无疑具有实际意义。

II

目 录

序 言

引 言	1
-----	---

第一章 磁力测量和重力测量反问题的统计提法和解法

§ 1.1 基本定义	6
§ 1.2 位场定量解释时的实验资料模型	9
§ 1.3 对补充的先验资料的计算	13
§ 1.4 编拟最佳评估步骤的一般原则	16
§ 1.5 充分接收函数	18
§ 1.6 牛顿-列卡姆确定多维极大值的迭代算法	21
§ 1.7 关于解定量反问题的等价性	23
结 论	24

第二章 典型模型体的参数评估

§ 2.1 试验资料模型的具体化	25
§ 2.2 编拟最佳解释算法时对于扰参数影响的处理	32
§ 2.3 评估场源体的参数、背景场和随机分量的算法	39
§ 2.4 解重、磁反问题的一些辅助手段	45
§ 2.5 磁性地质体参数评估算法的试验结果	48
§ 2.6 迭代过程的试验研究	58
§ 2.7 算法应用的实例	63
结 论	65

第三章 非均匀物性复杂异常体整体参数的确定

§ 3.1 整体参数和复杂源的分布矩	69
§ 3.2 求源能辅助分布矩的实测资料的模型	72
§ 3.3 源能分布的辅助矩的评估	75
§ 3.4 评估地质体的整体参数	76
§ 3.5 单元源的场的具体化	77

§ 3.6 评估整体参数的实际算法·····	79
§ 3.7 利用矩求地质体的任意参数·····	81
§ 3.8 整体参数评估算法的试验结果·····	87
结 论·····	101
第四章 解反问题有效性的统计评估·····	104
§ 4.1 基本定义·····	104
§ 4.2 利用随机变量函数的线性化方法确定效果·····	106
§ 4.3 效果的极限度量·····	110
§ 4.4 确定磁性层参数的极限效果的研究·····	112
§ 4.5 确定复杂形体整体参数的效果评估·····	127
§ 4.6 几种磁异常场解释方法效果的分析比较·····	132
§ 4.7 错误选取模型使解释方法效果下降·····	138
§ 4.8 存在干扰参数时解反问题的效果·····	142
§ 4.9 有干扰参数时解反问题的门限条件·····	143
§ 4.10 确定效果的实例和有干扰参数时解 释的门限条件·····	146
结 论·····	150
第五章 观测方法和定量解释方法的综合·····	153
§ 5.1 综合的一般特性·····	153
§ 5.2 定量解释时观测的综合·····	154
§ 5.3 方法的综合·····	160
§ 5.4 以概率形式表示的非随机参数先验 资料的综合及统计·····	163
§ 5.5 在观测综合时解释效果的评估·····	165
§ 5.6 在方法综合时解释效果的评估·····	167
§ 5.7 作为提高解反演问题有效性手段的 观测综合和方法综合·····	169
§ 5.8 观测和解释方法综合预期效果的探讨·····	170
结 论·····	181
第六章 解重力和磁力反问题时观测系统的选取·····	183

§ 6.1 补充说明·····	183
§ 6.2 主要的定义·····	186
§ 6.3 查找目标物时信息储集系统的选取·····	194
§ 6.4 选择场源体时信息储集系统的确定·····	200
§ 6.5 定量解释时信息储集系统的选取·····	206
§ 6.6 选取观测系统的例子·····	208
结 论·····	222
第七章 重力和磁力异常解释中地球物理断面的构制·····	225
§ 7.1 问题的提出·····	225
§ 7.2 根据综合观测确定单个单元磁源 参数的响应函数·····	228
§ 7.3 根据综合观测资料计算磁场和重力场 源的参数时对先验信息的利用·····	231
§ 7.4 用单元源组合逼近复杂形状的二度斜磁化体···	232
§ 7.5 根据综合观测构制单元源断面时的效果度量···	234
§ 7.6 构制单元源断面时响应函数起伏变 化的分析研究·····	239
§ 7.7 确定单元源断面时构制响应函数 起伏变化的例子·····	246
结 论·····	254
结束语·····	255
参考文献·····	257

引 言

先让我们回顾一下位场解释方法和统计解释方法的发展情况,以便了解本书研究的内容在整个研究领域内所占的地位。

在俄国,把磁法和重力用于地质勘探始于上世纪末对库尔斯克磁异常的研究。本世纪初研制出一套野外施测方法、观测资料的整理方法,以及一些最为简单的地质体的埋藏深度的确定方法^[3、50]。在20~40年代开展了对位理论及其在地球物理问题中的应用^[32、51、92、100]以及解反问题的唯一性和稳定性问题^[27、59、80]的基础研究工作;对一些典型的地质体的场做了计算和讨论^[5、13]。这些工作对战后磁法和重力的发展起到了奠基作用。从50年代起,大大扩展了对有关问题的研究领域,其中包括对复杂地质体异常场的计算^[13、28、51、63、92、93],由正问题的解析转换^[51、64]和选择法^[11、33、47、57],对单个地质体的参数作出估计,确定调和矩的积分法^[1、4、47、51],高次导数的应用^[51、63]以及位场的空间分布研究^[1、53、63、70、90]。

位场的积分方法和离散线性变换方法,为重磁异常解释作出了重要贡献。频率滤波理论和由此而出现的具有高抗干扰能力的综合核函数方法^[14、22、34],以及解反问题的调和分析方法^[59、99]都有重要意义。在这期间,研制了用于位场变换^[1、34、51、63、70、74]和复杂形体的场的计算^[47]的各式各样的数值计算方法和量板,编制了用选择法确定地质体参数所使用的曲线量板册^[47、57],提供了一套图解法,研制了位场频率分析和离散线性变换的计算解题装置^[1、40]及磁力和重力解正问题的各式各样的模拟装置^[29、40、85]。

虽然上述许多方法和手段在勘探地球物理中可以解决许多重

要问题，但对于复杂介质模型研究人员遇到了严重困难。因此，下一个重要的阶段便是在地球物理研究的实际工作中采用电子计算机，这开始于60年代。也就是从这个时候起，位场解释的数学理论从各个方面蓬勃发展起来。电子计算机的使用可以对更为复杂的地质体进行计算，但同时也引起一系列的问题，诸如问题的数学提法和问题的程式化，不适定问题的数值解，阐明解的等价性，评价解释结果的有效性等。

目前，在理论的研究和实际应用方面有三个代表的发展方向——即经典的，泛函分析的以及统计的^[72]。

经典的发展方向就是把观测到的位场看作一确定性函数，对它的解释方法通常都认为是由一个一个孤立的地质体叠加影响的结果^[1、47、51、82]。所以复杂的场可以分解为一系列局部异常，相邻场源的影响是不予考虑的^[47、72]。目前经典的方法获得很大发展，并用于对复杂异常的解释。同时还利用一些选择未知参数的标志，直到实际观测场与理论上计算出的场之间的偏差达到最小为止^[8、68、95、96]。为了计算理论上的场值，还特意研制了解磁力和重力正问题的有效方法^[16、75、87]。

泛函分析的方向是在经典发展方向的基础上发展起来的。它假定观测场是有用讯号和噪声干扰叠加的结果，把这两者都看作是确定性函数^[72]。干扰的性质特征用线性泛函空间中的范数来表示。泛函分析方向包括以下一些重大问题：不适定问题的近似解；场源所占空间内场的延拓；以奇点的形式表示场源，它们引起的场具有调和的和解析的性质^[72、80]。A. H. 吉洪诺夫^[55、80]，他的追随者^[15、68、73、74、76]以及诺沃西比尔斯克^[45、54]和乌拉尔的^[31]数学工作人员，还有许多其他研究者^[18、31、35、77、88]，在地球物理的不适定问题近似解方面有过重大贡献。

正则化理论和变分法解题对待求地质体和干扰的先验信息可以作出考虑^[30]并对相当多的问题得出数值解；其中包括向场源方向的解析延拓^[60、68、70]，接触界面的重力反演问题^[76]，地质构造细节的恢复重建^[81]，异常体整体参数的估计^[38、77]，水平层状

的和垂直层状介质的研究^[55]等等。对已发展了的奇点的概念应给予注意。根据这一概念有可能提出和解决许多重要的问题，如获得正问题的严格的解析解，反问题的等效性和单值性的评定，弱唯一性问题的研究以及其它^[12、16、49、73、75、78]。在文献^[25、89]中发表了奇点概念的实际应用的结果，同时还确定了奇点类型与地质体产状要素间的关系。

地球物理中统计解释方面的工作开始发展于50年代。那时各种用于整理批量实验数据的一些已知的统计方法就已获得推广使用，如绘制直方图、相关分析和回归分析等等^[7、10、11、26、46、52、62、65]。50年代末及60年代初，在文献^[41、86]中首先提出利用信息论的结果，利用最大概率的最佳统计准则、贝叶斯准则以及到目前还一直在干扰背景上分选无线电有用信号时采用的其它方法^[9、56、101]。在以后的年代里，这一思路有了重大发展，研究了地球物理场的统计特性^[6、17、52、94]，提出了对未知参数的估计算法^[41、98]，在干扰背景上发现异常^[99]，识别地质体^[46、66]，选择合理的观测方案，地球物理方法的最佳综合^[23、48、79]，以及确定解释质量的方法^[18、35]。

列宁格勒的科研工作者^[2、6、18、37、58、67]为地球物理观测及物理观测资料的统计解释理论的发展做出了重大贡献。是他们提出了统计方式的思路基础，提出了反问题的基本提法和算法，还研究了估计参数（定量解释）以及识别地质体（定性解释）的质量问题。这些著作，还有一些其它的研究人员的著作^[26、52、58、90]为地球物理的近代统计解释理论奠定了基础。

大家知道，现在有许多由直观提出的统计的和确定性的地球物理资料的整理方法，如相关分析和方差分析，最小二乘法等等。目前已经阐明，这些方法多数是在一般的最大概率的信息统计准则、贝叶斯准则、中等风险准则等基础上附加其他条件的个别方案。在本书中正是应用这些准则。

统计理论是以观测场和理论场（模型场）之间存在着不可避免的偏差为基础的。由于这种偏差，在某一具体现实上并不知道

有多大,因此把它看成是多值的。为了编拟解释的方法,必须部分地或全部地确定这个多值的尺度,以表征出各个现实出现的可能性的 大小。在统计理论中利用了概率尺度,此时偏差指实验资料,就可认为是随机的了^[18]。假定随机性是局部平稳的,则概率尺度可根据实验资料来确定或者分析地乃至启发式地加以确定。对地质体判断的随机性是由观测资料的随机性引起的,这种判断也可看作有某一概率的多值区间。这种尺度有其判断概率本身分布规律的含义,也是表示解释质量的完善特征^[18]。统计理论和统计解释方法是应用数学物理最重要的方向之一。目前泛函分析和统计方向有相互渗透的情况^[19、21、76],看来这将导致建立地球物理资料解释的通用理论。

60年代初,采用最优化法的统计理论对整理磁场资料做过初次尝试^[41],用经验方法确定磁场的统计性质,研究了同一地质体的两个参数的经验概率密度并考虑了它们的估计误差。然而,那时由于没有快速计算的电子计算机,这些方法不可能获得较大的发展,随着电子计算机的出现和应用数学的发展,这个发展方向获得了生机。提出了估计地质体物性和形态参数及其组合的统计理论及程式化方法^[37、42、97],以及估计复杂地质体整体参数的方法^[38、39]。在此基础上,还研制了在考虑到预先给定的附加条件下同时估计各种参数的典型迭代程序^[18、37],也还研制了其它算法程序,如初始近似的随机选择,在响应函数值取最大时门限条件的检查,收敛性有改善的程度^[2、36]等等。编制了一系列的算法和程序,这些在各生产部门都已获得推广应用^[69]。

与此同时,估计磁化体的参数,不管是用最优化法^[18、35]还是用其它任何程式化方法^[24、43],对确定其效果的方法和理论都有所发展;对各种实际上有意义的场合可以预期的效果在理论上也作了研究。在文献^[20、23、29]中提出了对原始资料进行综合以及对原始资料经任一程式化方法处理后的结果进行综合的统计理论,还确定了定量解释时这种综合的有效性。在文献^[44、45]中给出了统计理论问题的求解。这些问题有:在发现、选择地质体和

估计地质体的参数时合理布置观测系统的问题；确定勘查工作的步骤问题；综合资料编制磁源的剖面等问题。

还要指出，上述理论和方法的结果不需做大的改动就可用于重力场的定量解释。为了避免材料描述上的重复，书中主要讨论比较复杂的磁场矢量。必要时对转用于重力场解释的一些特点作专门讨论。

第一章 磁力测量和重力测量反问题的统计提法和解法

§ 1.1 基本定义

在编拟解反问题的统计算法时，要考虑补充的先验条件，必须对地质体与物理场之间的关系的先验看法进行最完全的程式化，并限制未知参数可能值的范围。解的结果或者是关于地质体状态的定性描述（例如关于地质体的形状），或者是关于地质体参数的定量估算（在地质体的形状为已知时）。不过，很多实际情形是既要求确定地质体的形状，还要求估算出它的参数。本书中着重的是定量的估算出被磁化的地质体或是引起重力异常的地质体的参数，并对解的有效性作出评价。

没有物理模型代替实际的地质体，没有预先规定物理模型与观测空间模型场之间的关系，资料解释的数学处理方法也就不能编出来。作为物理模型常用的是规则几何形体（圆柱体，层状体，台阶，接触界面等等）以及这些形体的组合，这样，对这些形体可以做正演计算，即可以获得模型场的解析表达式，它是某些未知参数的函数。模型场与地质体参数的关系可用微分方程或者用泊松方程或拉普拉斯方程积分表示，这样，在解反问题的过程中必须多次地对这些方程寻求其数值解，以便取得观测空间中模型场的数值。

目前，对模拟体的参数化已提出了许多方案^[1]。除了通常采用的直接描述地质体物理性质和几何形状的那些参数外，可以研究各种整体特征值^[17]或者用单元源的等效组合^[18]来代替地质体等等。还应当指出，可以用模型场的直接级数或者它的任何变换，例如，根据任何正交函数或非正交函数对场展开的系数所表

示的场来代替被研究的地质体。这样，模型体的选择，还有它与观测空间内的模型场的关系就可以用多种方法来实现，这些方法的具体选定主要决定于研究者的意向。

物理模型的概念应理解为在任何实验场中不反映附加的干扰场的存在，引起干扰场的原因：一是由于存在未解释的异常源的影响，二是物理模型与实际地质体的差异，三是实验上的误差。正如我们将要指明的那样，应当把干扰场看作是一个随机函数。除了被推断对象的模型场的概念之外，与此相联系的还应当引进试验资料数学模型的概念。数学模型除了模型场外还要考虑不可避免的干扰场。这样一来，所谓试验资料的数学模型就应理解为观测场与地质体之间的关系组合，这种组合以一种既包含已知参数，又含有未知参数的数学关系式的形式表示^[18]。

下面我们就来看一下几种叠加模型，其形式为

$$U_{kl} = F_{kl}(\rho_1, \dots, \rho_r) + n_{kl} \quad (1.1)$$

这是一种很有实际意义的情况，这里 $l=1, 2, \dots, L$ ——观测剖面编号； $k=1, 2, \dots, K$ ——在 l 剖面上观测点编号； L, K 为相应的剖面数和一条剖面上的观测点数； U_{kl} ——是经过初步整理，即经过应考虑的那些偏差校正之后在 x_k, y_l, z_{kl} 点上的观测场值，对右手直角坐标系 z 轴垂直向下； $F_{kl}(\rho_1, \dots, \rho_r)$ ——是点 x_k, y_l, z_{kl} 上被研究的地质体的模型场； $\rho_1, \dots, \rho_r$ ——未知地质体参数的真值； n_{kl} ——不可避免的干扰场，即观测场与模型场之间的偏差。

在编拟统计解释方法时虽然能够利用其它的模型，但在本书中是采用场的叠加模型。由于以下的原因，在很多情况下叠加场的模型与真实情况对应得很好。模型场与观测场之间的偏差 n_{kl} 通常是以叠加的形式表示，因为引起它们的场源是独立的。如果叠加性遭到破坏，则因为要以必要的精度反问题就只能在足够小的偏差 n_{kl} 的情况下才行（参见第四章），所以，要允许对随机偏差作线性化，其结果就是叠加的线性模型。

让我们仔细研究一下偏差 n_{kl} ($k=1, \dots, K, l=1, \dots, L$) 的来

源并将它表示为三个分量和的形式:

$$n_{ki} = n'_{ki} + n''_{ki} + n^*_{ki} \quad (1.2)$$

分量 n'_{ki} 的意思是在任何实验中都不可避免的具有观测误差。这项误差又包含有场的读数偏离和观测点位置确定上的偏差。首先读数误差取决于仪器的类型, 测量的方法, 而定点误差则取决于测地联系的精度, 由于飞机航线记录技术上的困难, 测地联系在航磁中并不经常都是很清晰的。其次这项误差导致模型场 $F_{ki}(\rho_1, \dots, \rho_r)$ 的畸变并破坏模式(1.1)的叠加性。要指出的是场 F_{ki} 的畸变应小一些好, 那样, 对表示式(1.1)作线性化处理后可获得叠加模型。否则, 只能把它看作为不可叠加的模型, 而目前对这样的模型的理论问题尚未研究。我们规定, 把由于对实验结果进行初步整理而产生的累积起来的误差都划归为 n'_{ki} 误差之内。观测误差 n''_{ki} 就其本身性质来说是随机的, 并累加到模型场 U_{ki} 中。因此, 不管 n'_{ki} 的值如何, 场值 U_{ki} 也是随机的了。

误差 n^*_{ki} 是未解释的场源引起的。

n^*_{ki} 我们理解为模型误差, 它是用物理模型代替实际物体时难免会发生的。模型的选择主要决定于解释员的意向, 当然也要根据可能获得的有关区域内的地质资料和场源的物性资料来确定。与近似求解正问题有关的那些误差应属于 n^*_{ki} 误差之内。

合成误差 $n'_{ki} + n''_{ki}$ 是平缓变化的, 但在观测空间内实际场都是复杂变化的。缓慢变化的干扰场通常可以用含有少量的未知系数的确定性多项式来逼近或表示为一种强相关的随机函数的现实^[18]。急剧变化的干扰场可把它看作是某种含未知的统计参数的数目不多的弱相关随机函数的现实。这样, 除误差 n'_{ki} 外, 变化复杂的合成误差 $n'_{ki} + n''_{ki}$ 也成了 U_{ki} 场值具有随机性的一种原因了。由于对含有未知参数的实验资料进行整理而获得的 U_{ki} 场值数据是随机函数, 因而对这些参数的评定也是随机的, 它们本身的密度分布就可作为对它们评定的完善特征。

§ 1.2 位场定量解释时的实验资料模型

现在要研究实验资料模型，往后在编拟解反问题：

$$\mathbf{U}_l = \mathbf{F}_l(\rho) + \Phi_l(c_0, c_1, c_2, \dots) + \mathbf{n}_l \quad (1.3)$$

的算法时就将用到它。式中 $\mathbf{U}_l$ ——含有分量 U_{kl} 的观测场矢量； $\mathbf{F}_l(\rho)$ ——含有分量为 $F_{kl}(\rho)$ 的待研究的物体模型的位场，它要根据所要解的问题而具体表示； ρ ——含有分量 $\rho_1, \dots, \rho_r$ 的地质体未知参数矢量， $\Phi_l(c_0, c_1, c_2, \dots)$ ——含有分量 $\Phi_{kl}(c_0, c_1, c_2, \dots)$ 的矢量，它表征 $n'_{kl} + n''_{kl}$ 的确定性的而且以包含有未知系数 $c_0, c_1, c_2, \dots$ 的多项式来表示的那部分； $\mathbf{n}_l$ ——含有分量 n_{kl} 的随机矢量，它包含测量误差 n'_{kl} 和合成误差 $n'_{kl} + n''_{kl}$ 的随机部分。

这样未知数就有：待研究的地质体参数 $\rho_1, \dots, \rho_r$ 以及偏差场的确定性部分的系数 $c_0, c_1, c_2, \dots$ 。

我们引进一个未知参数的综合矢量 θ ，它在一般情况下有分量 $\rho_1, \dots, \rho_r, c_0, c_1, c_2, \dots$ 。 θ 的矢量分量以 $\theta_{r'}$ ($r' = 1, 2, \dots, R$)来表示。今后对任一组未知参数就将由矢量 $\theta(\theta_1, \dots, \theta_R)$ 所确定。

已知⁽¹¹⁾，随机矢量 $\mathbf{n}_l$ 完全由分布密度 $p(\mathbf{n}_l)$ 所决定，这种分布密度表征对于 $k = 1, \dots, K$ 的 n_{kl} 值的各种可能出现的联合分布。它既取决于 n_{kl} 值，也取决于某些称之为分布参数的或者称之为矢量 $\mathbf{n}_l$ 的统计特征数。这些统计特征数，如平均值 $\bar{n}_{kl}$ ，它们的方差及协方差系数等；后者指示出在各观测点上 n_{kl} 值之间的线性统计关系。往后我们就把 $\mathbf{n}_l$ 值看作是正态分布的，这样它就由分布密度解析式 $p(\mathbf{n}_l)$ 唯一的确定。同时，正态分布律完全由平均值 $\bar{n}_{kl}$ 和协方差矩阵所表述，后者由方差和协方差系数组成⁽¹¹⁾。我们规定矢量 $\mathbf{n}_l$ 是中心化了的（即在所有 k, l 时 $\bar{n}_{kl} = 0$ ），只沿 x 轴相关的（即假定只在数值 n_{kl} 和 $n_{k'l}$ 之间有相关关系）和平稳的（即在每一剖面上 $R_{l, k k'}$ 方差与 k 无关，且等于 σ_l^2 ，而 $R_{l, k k'}$ 协方差系数对任意的 l 和 $k = k'$ 等于 $R_l |k - k'|$ ）。

较仔细地研究一下对矢量 $\mathbf{n}_l$ 叠加条件的物理意义。上面已经