# 抽样检查技术

马　瑞　王春成　编著

哈尔滨工业大学出版社

# 抽 样 检 查 技 术

哈尔滨工业大学出版社

(黑)新登字第4号

## 内容简介

本书系统地阐述了计数抽样检查和计量抽样检查原理、方法和有关国内外标准，其中包括著名的国外标准和最新国际标准。这些内容是对产品、过程和服务进行质量检查，质量考核和可靠性评审工作不可缺少的环节，也是制订产品标准的重要组成部分。本书共八章，第一章介绍概率论，第二章介绍有关抽样检查的名词和术语，第三至五章介绍计数抽样检查原理、方法和标准，第六至七章介绍计量抽样检查原理及标准，第八章介绍序贯抽样检查原理及有关标准的使用。

本书取材新颖，深度适宜，可做为标准化，质量管理，采购推销，外贸等专业工程技术人员的培训教材和自学用书，也可做机电产品设计，工艺人员扩大知识领域的自学用书，亦可做大专院校有关专业教学参考书。

抽样检查技术
马 瑞 王春成 编著
*
哈尔滨工业大学出版社出版发行
哈尔滨工业大学节能印刷厂印刷
*
开本 787×1092 1/32 印张 11 插页 1 字数 250 千字
1993 年 5 月第 1 版 1993 年 5 月第 1 次印刷
印数 1—2000
ISBN 7-5603-0547-4/F·117 定价 6.50 元

# 前　言

1991年我院受商业部商办工业管理司和商机标准化技术委员会(CSBS/TC111)的委托，对本行业技术人员进行了“抽样检查技术”的培训。为此作者编写了《抽样检查原理与应用》讲义，收到了较好的效果。尔后，商机标准化技术委员会组织有关人员对我行业产品标准和正在制订的国家标准以此进行了审查和修改，目前这项工作仍在进行中，商机标准化技术委员会彭振起秘书长、我院唐林德副院长建议把上述讲义完善成书，遂使作者鼓起勇气完成书稿。

近几年来，我国的产品质量、工程质量和服务质量(以后统称质量)，以及质量管理水平有很大提高，但是与发达国家和地区相比仍有较大差距，况且也不适应国民经济发展的要求。目前，我国的企业无一例外地面临着国内外市场激烈竞争的严峻考验，优胜劣汰，为此，进一步提高质量及其管理水平十分必要。科学地抽样检查对质量和质量管理提供可靠的信息、数据和资料，可以说没有抽样检查就谈不上质量管理，抽样检查是质量管理的耳目。

抽样检查的特点是从被检查的对象总体中随机地抽出一部分为样本，通过对样本的检查来判断总体的质量水平。抽样检查是数理统计学的一种具体应用，要求读者具备概率论的基础知识，本书第一章介绍了有关概率论的一些内容，因此不

熟悉概率论的读者读起来也不会感到困难。

在编写过程中力求把抽样原理与具体实践统一起来，并介绍了有关国际标准。本书既适合初学者，也适合质量管理和标准化方面的工程技术人员。

在编写本书过程中参考了马毅林，刘光庭，于善奇，刘婉如诸先生的著作，并引用了一些图表，作者在此向他们致谢。

李良骏教授审阅了书稿，并提出许多宝贵意见，在此表示感谢。

作者水平有限，错误难免，恳请读者指正。

编　者

1992年12月

# 目　　录

# 第一章　数　学　基　础

## 1.1　随机事件及其概率

从直观的角度，我们认为在某种条件下(这个条件用字母 $S$ 表示)可能发生，也可能不发生的事件叫随机事件。概率论就是研究随机事件的规律性的。通常用大写英文字母 $A$、$B$、$C$ 等表示某种随机事件。

上文所说的"在某种条件 $S$ 下"也可以理解为在同一条件下进行某种试验，若仅试验一次时，其结果如何，具有偶然性，但是在同一试验条件下，把某种试验进行多次，就可以断定试验结果的必然性，从而也就能够找出被试验内容的规律性。例如，抛掷一枚分币，落下后它的正面朝上，这是一个随机事件，带有偶然性，记作 $A=$"正面朝上"，用同样条件试验，落下后它的正面朝下，也是一个随机事件，当然也带有偶然性，记作 $B=$"正面朝下"。当我们用同一试验条件重复试验，事件 $A$ 发生的次数(也叫频数)，呈现出一定的规律性，它约占总试验次数的一半，也就是

$$A\text{ 发生的频率}\left(=\frac{\text{频　　数}}{\text{试验次数}}\right)\text{接近于 }1/2$$

事实上，试验次数越多，$A$ 发生的频率越接近 1/2。由此引出概率的定义：在同样试验条件下(叫条件组 $S$)，重复做 $n$ 次试

验，观察 $n$ 次试验中事件 $A$ 发生的次数为 $\mu$，当试验次数 $n$ 很大时，如果频率 $\mu/n$ 稳定地在某一数值 $P$ 的附近摆动，并且一般说来，摆动的幅度随着试验次数的增多而越来越小，则称 $A$ 为随机事件，称数值 $P$ 为随机事件 $A$ 在条件 $S$ 下发生的概率，记作

$$P(A)=p$$

显然，数值 $p$ 是从数量上刻画了在条件组 $S$ 下随机事件 $A$ 发生的可能性的大小。

换言之，上述定义可以简述为"频率具有稳定性的事件叫做随机事件，频率的稳定值叫该随机事件的概率"。

人类在生活、生产和科学研究中遇到的事件，一般说来都是随机事件，也就是说它们都有确定的概率。为叙述上的方便，以后我们常称"随机事件"为"事件"

最简单的概率定义也可以说成"某个事件的概率，是指一系列试验中发生此事件的频率"。

由于频率 $\mu/n$ 总是介于 0 与 1 之间，因而由概率的定义可知，对任何事件 $A$ 都有

$$0\leqslant P(A)\leqslant 1$$

必然事件记作 $U$，它的概率 $P(U)=1$

不可能事件记作 $V$，它的概率 $P(V)=0$

## 1.2 排列与组合

### 1.2.1 非重复排列

从 $n$ 个不同的事物 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 中，无放回地任取 $m(1\leqslant m\leqslant n)$ 个排成一列，问这样的排列共有多少种？

我们称这个问题为非重复的排列问题，简称排列问题，排

列总数计为 $P_n^m$，$P_n^m$ 的计算公式为

$$P_n^m = n(n-1)\cdots\cdots(n-m+1)$$

注意，一共有 $m$ 个因子相乘，特别地，当 $m=n$ 时，称为全排列，计算公式为

$$P_n^n = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots\cdot 2\cdot 1$$

这个乘积叫做 $n$ 的阶乘，记作 $n!$，即

$$P_n^n = n!$$

以后为了方便，规定 $0!=1$，则

$$P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \qquad (1\leqslant m\leqslant n) \tag{1-1}$$

**例 1.1** 计算从 8 本不同的书中任取 3 册的排列种数。

**解** 所求的排列数为

$$P_n^m = P_8^3 = \frac{8}{(8-3)!} = 8\times 7\times 6 = 336$$

### 1.2.2 可重复排列

从 $n$ 个不同的事物 $a_1,a_2\cdots\cdots,a_n$ 中，有放回的任取 $m$ 个事物（$1\leqslant m\leqslant n$）排成一列，问这样的排列共有多少种？显然，$m$ 次有放回的抽取组成的可重复排列共有

$$n\times n\times\cdots\cdots\times n = n^m \tag{1-2}$$

这就是可重复排列的计算公式，通常电话号码就是允许数字可重复的。例如，考虑数字可以重复，0～9 这 10 个数字可组成的三位数字是 9×10×10=900 个。可组成的七位数字是 9000000 个。

### 1.2.3 组合

从 $n$ 个不同的事物里，任取出 $m$ 个（不管顺序），问共有

多少种取法?每种取法称为一个组合,不同的组合总数通常用符号$\binom{n}{m}$表示,以前出版的书籍曾用符号 $C_n^m$ 表示。

注意,排列与组合的不同之处在于,从 $n$ 个事物里取出 $m$ 个后,排列是要考虑 $m$ 个事物的顺序,而组合不考虑 $m$ 个事物的次序。

组合的计算公式为

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}(1 \leqslant m \leqslant n) \tag{1-3}$$

数学中规定$\binom{n}{0}=1$,因此上式当 $m=0$ 时也成立。

组合有以下性质

$$\binom{n}{m} = \binom{n}{n-m}$$

因为

$$\binom{n}{n-m} = \frac{n!}{(n-m)!(n-n+m)!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$
$$= \binom{n}{m}$$

**例 1.2** 从 4 本书中任取 3 本给甲有几种方法? 从 4 本书中任取 1 本给乙有几种方法?

**解** 给甲的方法数可用组合公式(1-3)计算

$$\binom{n}{m} = \binom{4}{3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$$

给乙的方法数也可用组合公式(1-3)计算

$$\binom{n}{m} = \binom{4}{1} = \frac{4!}{1!(4-1)!} = 4$$

下面用组合的性质证明给甲的方法数与给乙的方法数相

等。按题意，给甲的方法数是$\binom{n}{m}$，给乙的方法数是$\binom{n}{n-m}$，根据组合性质二者相等，证毕。

## 1.3 古典概型

有一个事件组为 $A_1,A_2\cdots\cdots,A_n$，若它有以下三条性质：

(1) $A_1,A_2,\cdots\cdots,A_n$ 发生的机会相同，即等可能性；

(2) 在任一次试验中，$A_1,A_2,\cdots\cdots,A_n$ 至少有一个发生（除此之外，不可能再有别的结果），即完全性；

(3) 在任一次试验中，$A_1,A_2,\cdots\cdots,A_n$ 至多有一个发生（它们是互相排斥的），即互不相容性。

我们叫这个事件组为等可能完备事件组或等概基本事件组。其中任一事件 $A_i=(i=1,2,\cdots\cdots,n)$ 为基本事件。

抛掷一枚分币试验，等概基本事件组中 $n=2$，它的两个基本事件为"正面朝上"与"正面朝下"。

若 $A_1,A_2,\cdots\cdots,A_n$ 是一个等概基本事件组，事件 $B$ 是由其中的某 $m$ 个基本事件所构成，大量的实践经验表明，事件 $B$ 的概率应由以下公式计算

$$P(B)=m/n \tag{1-4}$$

利用(1-4)式讨论事件的概率模型称为古典概型。

**例 1.3** 从 5 个球中（其中两个黑球，三个白球）任取两个，问取到两个全是白球的概率是多少？

**解** 按题意从 5 球中任取两球（不难看出每种取法出现的机会都是相等的，切具有完全性和不相容性），取法数 $n$ 为

$$n=\binom{5}{2}=\frac{5\times 4}{1\times 2}=10$$

即等概基本事件组共有 $n=10$ 个基本事件，每种取法对应一个基本事件。任取两球均为白球时，只有从三个白球中取，取法数目 $m$ 共有

$$m=\binom{3}{2}=\frac{3\times 2}{2\times 1}=3$$

种取法，这由三个基本事件构成，由(1-4)式知，完全取到白球的概率 $P(B)$ 为

$$P(B)=\frac{m}{n}=\frac{3}{10}$$

**例 1.4** 设有 100 件产品，其中有 5 件不合格品，从中任取 50 件为样本，问样本中无不合格品的概率是多少？

**解** 已知从 100 件产品中任取 50 件共有 $\binom{100}{50}$ 种取法，每种取法就是一个事件，容易证明这些事件发生具有等可能性、完全性和互不相容性(等概基本事件组条件)。

设 $B=$任取 50 件，其中无不合格品，那么这 50 件产品只有从 95 件合格品中取出，其取法共有 $\binom{95}{50}$ 种，即事件 $B$ 中含有 $\binom{95}{50}$ 个基本事件，由(1-4)式

$$P(B)=\frac{\binom{95}{50}}{\binom{100}{50}}=\frac{95!/(50!\cdot 45!)}{100!/(50!\cdot 50!)}=\frac{95!\cdot 50!}{100!\cdot 45!}$$

$$=\frac{50\times 49\times 48\times 47\times 46}{100\times 99\times 98\times 97\times 96}=\frac{1081}{38412}=2.8\%$$

这就是说任取 50 件，没有不合格品样本的概率为 2.8%，我们容易体会到，样本数越大，或不合格品率越高，取

到完全合格品的概率越小。

**例 1.5** 有 100 件产品，其中有 5 件不合格品，现从中任取 50 件，问恰有两件不合格品的概率是多少？

**解** 等概基本事件组 $n=\binom{100}{50}$，设 $A$= 任取 50 件恰有两件不合格品。按题意取出的 50 件中有 48 件合格品应从 95 件合格品中取出，共有 $\binom{95}{48}$ 种取法，2 件不合格品只有从 5 件不合格品中取出，共有 $\binom{5}{2}$ 种取法，因此事件 $A$ 共有 $\binom{95}{48}\binom{5}{2}$ 个基本事件，根据(1-4)式

$$P(A)=\frac{\binom{95}{48}\binom{5}{2}}{\binom{100}{50}}$$

$$=\frac{\frac{95!}{48!\cdot 47!}\cdot\frac{5!}{2!\cdot 3!}}{\frac{100!}{50!50!}}$$

$$=32\%$$

这就是说，任取 50 件恰有两件不合格品的概率是 32%。

## 1.4 事件的性质与概率加法公式

### 1.4.1 事件的包含与相等

设有两个事件 $A$ 与 $B$，如果 $A$ 发生，那么 $B$ 必发生，则称事件 $B$ 包含事件 $A$，并记作

$$A\subset B,\quad 或\quad B\supset A$$

如抛掷两枚匀称的分币，令事件 $A$＝“正好一个正面朝上”，事件 $B$＝“至少一个正面朝上”，显然 $A\subset B$。

定义　如果事件 $A$ 包含事件 $B$，同时事件 $B$ 也包含事件 $A$，那么称事件 $A$、$B$ 相等（或称等价），并记作

$$A=B$$

### 1.4.2　事件的和与积

定义　事件“$A$ 或 $B$”称为事件 $A$ 与事件 $B$ 的和，记作 $A+B$；请注意理解，某次试验中 $A+B$ 发生，即是“$A$ 或 $B$”发生，它意味着 $A$、$B$ 中至少有一个发生，这一点与代数加法含意不同，不可混淆。

定义　事件 $A$ 且 $B$ 称为事件 $A$ 与 $B$ 的积，记作 $A\cdot B$ 或 $AB$；请注意理解，$A\cdot B$ 发生，即 $A$ 且 $B$ 发生，它意味着 $A$、$B$ 都发生，这一点与代数乘法含意不同，不可混淆。

以打靶为例，见图 1.1，若 $A$ 表示命中左边的圆（图 1.1$a$），$B$ 表示命中右边的圆（图 1.1$b$），则 $A+B$ 表示命中图 1.1$c$ 的剖线部分，$A\cdot B$ 则表示命中图 1.1$d$ 的剖线部分〔1〕。

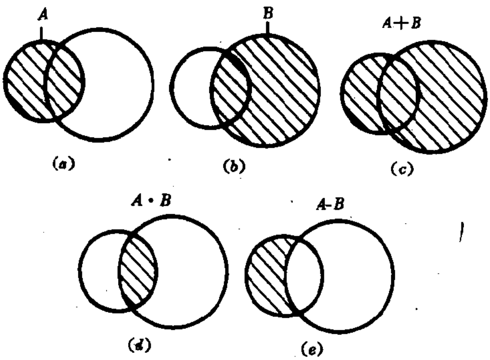


图 1.1

### 1.4.3 对立事件与事件的差

定义　称事件"非 $A$"为 $A$ 的对立事件，记作 $\overline{A}$。

由定义可推出$(\overline{\overline{A}})=A$，即 $A$ 也是 $\overline{A}$ 的对立事件。在一次试验中，$A$ 和 $\overline{A}$ 不会同时发生(即它们互相排斥)，而且 $A,\overline{A}$ 至少有一个发生，也就是 $A$ 和 $\overline{A}$ 满足

$$A\cdot\overline{A}=V,\quad A+\overline{A}=U$$

定义　事件 $A$ 同 $B$ 的差表示 $A$ 发生而 $B$ 不发生的事件，记作 $A-B$

由定义可知

$$A-B=A\overline{B}$$

如前面所说的打靶，$A-B$ 表示命中图 1·1e 的剖线部分。

### 1.4.4 事件的互不相容性

在一次试验中，如果事件 $A$ 与事件 $B$ 不能同时发生，即

$$A\cdot B=V(\text{不可能事件})$$

那么称 $A$ 与 $B$ 是不相容的事件。

事件 $A$ 与 $\overline{A}$ 是不相容的。如果有 $n$ 个事件 $A_1,A_2,\cdots\cdots,A_n$ 是不相容的，这个定义与等概基本事件组中的"互相排斥"是一致的。

### 1.4.5 概率的加法公式

若事件 $A,B$ 互不相容，则

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \tag{1-5}$$

它表示了概率的基本特性—可加性，它是概率的基础与出发点。

概率加法公式(1-5)是经验的总结，不能做严格证明，在古典概型下的证明为：设某试验有 $n$ 个机会均等的试验结果，