江苏省五年制小学試用課本

初等数学

CHUDENG SHUXUE

第九册

江苏人民出版社

江苏省五年制小学試用課本
初等数学
第九册
江苏省教材編輯委員会編
*
江苏省书刊出版业营业許可証出001号
江苏人民出版社出版
南京湖南路11号
江苏省新华书店发行 上海市印刷五厂印刷
*
开本 787×1092 毫 1/32 印張 4 1/2
1960年6月第1版
1960年7月第2版南京第2次印刷
印数 2,001—75,000

統一书号：K7100·1229
定　价：(1) 0.23元

目　录

第八章　相似形 ……………………………………………… 1

§1.　相似形的认識……………………………………… 1

§2.　平行截割定理……………………………………… 6

§3.　相似三角形的判定定理…………………………… 9

§4.　相似三角形中的比例綫段…………………………23

§5.　三角形全等的判定定理……………………………30

§6.　相似原理的应用——比例規、放縮尺……………41

§7.　有关圓的知識………………………………………44

第九章　三角函数的初步知識 ……………………………55

一、銳角三角函数 ……………………………………………55

§1.　銳角三角函数的概念………………………………55

§2.　三角函数表…………………………………………58

二、解直角三角形 ……………………………………………61

§3.　直角三角形中各元素間的相互关系………………61

§4.　解直角三角形………………………………………63

三、簡单測量…………………………………………………72

§5.　簡单測量仪器介紹…………………………………73

§6. 测量二点間的距离……………………………………77
§7. 测量物体的高度……………………………………80

四、三角函数定义的推广……………………………………82

§8. 直角坐标的建立……………………………………82
§9. 角的定义的推广……………………………………87
§10. 任意角的三角函数的定义……………………………………92

第十章 一次函数……………………………………98

一、一次函数及其图象……………………………………98

§1. 一次函数……………………………………98
§2. 函数 $y=kx$ 的图象…………………………………… 101
§3. 函数 $y=kx+b$ 的图象…………………………………… 107

二、一元一次方程…………………………………… 110

§4. 一元一次方程及其图解法…………………………………… 110
§5. 方程的两个基本性质…………………………………… 112
§6. 一元一次方程的代数解法…………………………………… 117
§7. 利用方程解应用题…………………………………… 125

总复习题…………………………………… 132

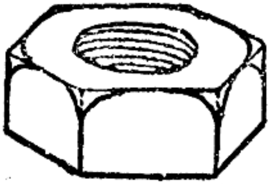
附表:三角函数表…………………………………… 142

第八章 相似形

§1. 相似形的認識

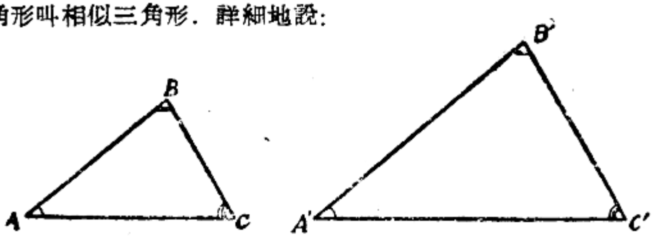
在生活和生产中，我們常常遇到大小不同而形状相同的图形.

例如，原来的照片和放大后的照片，墙上挂着的我国地图和課本上印着的我国地图，两个大小不同的六角形的螺絲帽等等. 这种大小不同而形状相同的图形通常叫做**相似形**.



（图 1）

最簡单、最常用的是两个三角形的相似. 怎样的两个三角形是相似三角形呢? 簡单地說，两个形状相同而大小不同的三角形叫相似三角形. 詳細地說:



（图 2）

如果两个三角形的对应角相等，对应边成比例，这两个三角形叫做相似三角形.

設有两个三角形 ABC 和 $A'B'C'$，$\angle A$ 的对应角是 $\angle A'$，$\angle B$ 的对应角是 $\angle B'$，$\angle C$ 的对应角是 $\angle C'$. 这时，AB 的对应边就是 $A'B'$，AC 的对应边就是 $A'C'$，BC 的对应边就是 $B'C'$.

如果有 $\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$，

并且 $$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'};$$

那末 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 相似.

$\triangle ABC$ 相似于 $\triangle A'B'C'$，記作：$\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$.

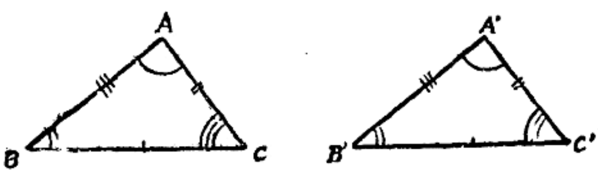
符号"$\sim$"讀作"相似于".

对应边的比值叫做相似系数.

当两个相似三角形 ABC 和 $A'B'C'$ 的相似系数是 1 时，容易看出，这时，$\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 不仅形状相同，而且大小也一样. **这样的两个三角形，它們的对应角相等，对应边相等，叫做全等三角形.**

"全等于"用符号"$\cong$"表示.

$\triangle ABC$ 全等于 $\triangle A'B'C'$，記作：$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$.

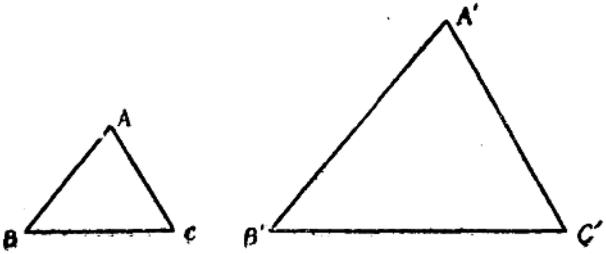


(图 3)

例：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，$\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，

$$AB=\frac{1}{2}A'B',AC=\frac{1}{2}A'C',BC=\frac{1}{2}B'C',$$

那末　$\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$



(图 4)

∵　三角形內角和等于180°

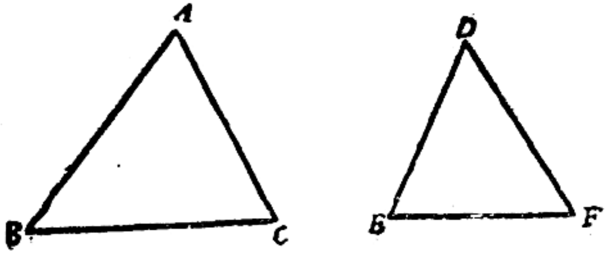
∴　由 $\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$,　可知$\angle C=\angle C'$.

也就是說，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，对应角相等.

其次，$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{1}{2}$,

∴　对应边成比例，即　$\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$.

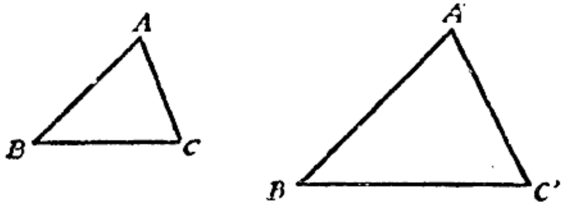
习　　题　　一



(第1题 图)

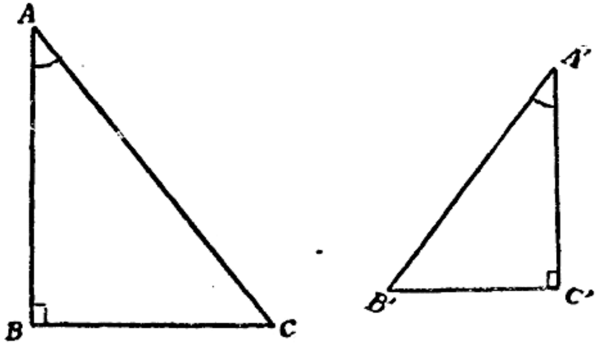
1. 在相似三角形 ABC 和 DEF 中，$\angle B=\angle E$，$\angle C=\angle F$，指出其他成对应关系的边和角.

2. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$，写出对应边和对应角的关系式来.



（第 2 题 图）

3. 下面两个直角三角形 ABC 和 $A'B'C'$ 是不是相似三角形?

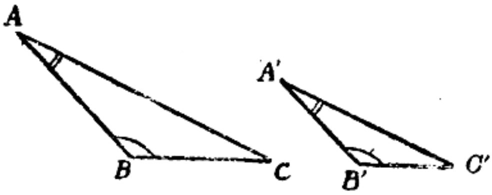


（第 3 题 图）

其中 $\angle A=\angle A'$，$AB=\frac{4}{3}A'C'$，$BC=\frac{4}{3}C'B'$，

$AC=\frac{4}{3}A'B'$.

4. 下面图中 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle ABC$ 是不是相似三角形?



（第 4 题 图）

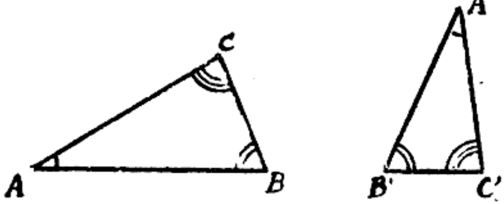
其中　$\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}，\frac{A'C'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}.$$

5．已知 $\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$，$AC=26$ 毫米，$BC=12$ 毫米，

$AB=30$ 毫米，$A'C'=13$ 毫米，$B'C'=6$ 毫米，

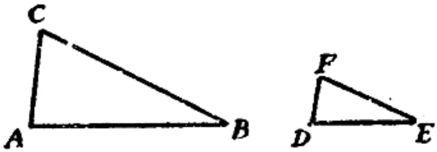
$A'B'=15$ 毫米．写出对应边的比例式，相似系数是多少？



（第 5 题 图）

6．已知 $\triangle ABC\sim\triangle DEF$，$AB=22$ 毫米，$BC=24$ 毫米，

$CA=10$ 毫米，相似系数是 $\frac{2}{1}$，求$\triangle DEF$ 各边的长度．



（第 6 题 图）

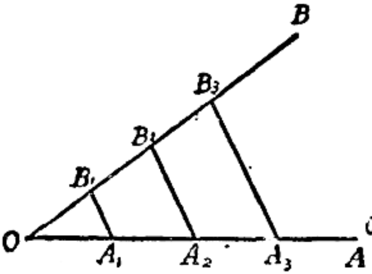
§2. 平行截割定理

在图 5 中，$\angle AOB$ 是任意的一个角，$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$，并且 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3$. 通过度量容易发現

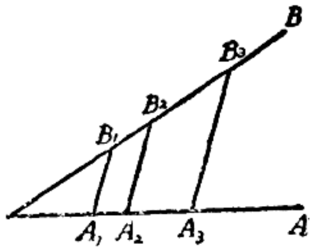
$$OB_1=B_1B_2=B_2B_3.$$

也就是說:

$$\frac{OB_1}{OA_1}=\frac{B_1B_2}{A_1A_2}=\frac{B_2B_3}{A_2A_3}.$$



(图 5)



(图 6)

在图 6 中，$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$，但 OA_1、A_1A_2、A_2A_3 不相等，通过度量也可发現:

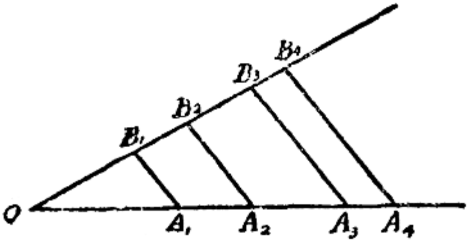
$$\frac{OB_1}{OA_1}=\frac{B_1B_2}{A_1A_2}=\frac{B_2B_3}{A_2A_3}.$$

這种現象可以写成下面的定理形式.

平行截割定理: 如果一个角的两边被一組平行綫所截，那末,这两边被这些平行綫分为成比例的綫段.

例如在图 7 中，$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$,

那末，$\frac{OB_1}{OA_1}=\frac{B_1B_2}{A_1A_2}=\frac{B_2B_3}{A_2A_3}=\frac{B_3B_4}{A_3A_4}$.



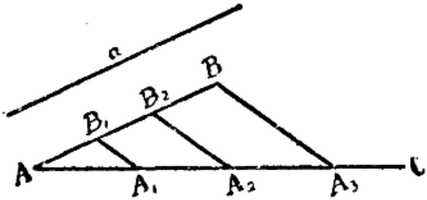
(图 7)

（在数学上，我們把証明了的事实叫做定理）

利用平行截割定理，我們就可解决很多問題.

例1. 将綫段 a 分成 3 等份.

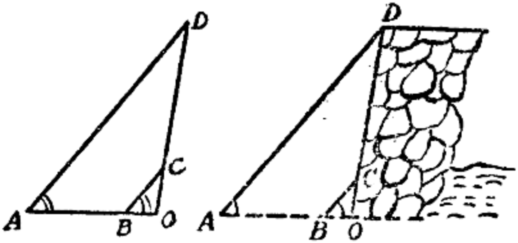
解: 作綫段



(图 8)

$AB=a$，过 A 任作 $\angle ABC$，在 AC 上任截 $AA_1=A_1A_2=A_2A_3$，联 A_3B，过 A_2 作 $A_2B_2 \parallel A_3B$ 交 AB 于 B_2，过 A_1 作 $A_1B_1 \parallel A_3B$ 交 AB 于 B_1，由平行截割定理知道：$AB_1=B_1B_2=B_2B$，就是 B_1 和 B_2 把长为 a 的綫段 AB 分为 3 等份.

例2. 有一个水坝（图 9），量得 $AB=16$ 米，$OB=4$ 米，$OC=6$ 米，$\angle DAO=\angle CBO$，求水坝斜面长 OD 是多少米？



（图 9）

解：　$\because \angle DAO=\angle CBO$，$\therefore$　$AD \parallel BC$.

設水坝斜面长为 x 米，由平行截割定理知道：

$$\frac{OB}{BA}=\frac{OC}{CD}，\text{即}\frac{4}{16}=\frac{6}{x-6}$$

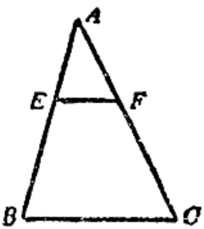
内項积等于外項积，所以 $4(x-6)=96$，就是 $x-6=24$，

$\therefore$　$x=30$（米）.

答：　水坝斜面长为 30 米.

习　題　二

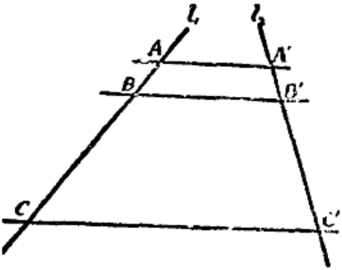
1．图中，如果 $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$，能不能判定 EF 平行于 BC，这样可以得到什么結論？



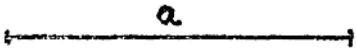
（第 1 題 图）

2．直綫 l_1、l_2 被三条相互平行的直綫所截，截得的綫段是 AB、BC、$A'B'$、$B'C'$，如果知道 $AB=3$ 厘米，$BC=12$ 厘米，$B'C'=10$ 厘米，求 $A'C'$ 是多少厘米？

3．在上題的图里，如果知道 AB 和 BC 的比是 $3:5$，并且 $A'C'=24$ 厘米，$A'B'$、



（第 2 题 图）



（第 4 题 图）

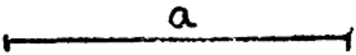
BC' 各是多少厘米？

4. 将綫段 a 分为 5 等份.

5. 四綫段 a、b、c、d 成比例，$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$.

已知：$a=15$ 厘米，$b=25$ 厘米，$c=10$ 厘米，求 d 是多少厘米？并用平行截割定理画出长为 d 的綫段来驗証.

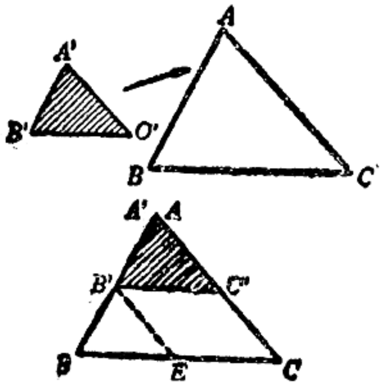
6. 将綫段 a 分为四段，使它們的比为 $2:1:1:3$，如果 $a=7$ 厘米，求各段的长为多少厘米？



（第 6 題 图）

§3. 相似三角形的判定定理

前面我們已經讲过，两个三角形如果它們的角都对应相等，三对对应边成比例，那末，这两个三角形就叫相似三角形，实际上，判定两个三角形是不是相似，不必根据各对应角都相等和各对应边成比例的条件，只要知道其中某些条件就够了.



（图 10）

例如，知道了 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle ABC$ 的两对对应角相等．$\angle B'A'C'=\angle BAC$，$\angle A'B'C'=\angle ABC$，这两个三角形就相似．

我們把$\triangle A'B'C'$ 搬到$\triangle ABC$ 上面去（图 10），使 A' 和A 重合，$A'B'$ 和 AB 合在一起，因为 $\angle B'A'C'=\angle BAC$，所以 $A'C'$ 和 AC 也合在一起；又因为已經知道 $\angle A'B'C'=\angle ABC$，所以 $B'C'$ 平行BC，因而，$\angle A'C'B'=\angle ACB$，并且根据平行截割定理得：

$$\frac{B'B}{AB'}=\frac{C'C}{AC'}.$$

那末，根据和比性质，我們有：

$$\frac{B'B+AB'}{AB'}=\frac{C'C+AC'}{AC},\qquad \therefore\quad \frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}.$$

$\because\quad AB'=A'B',\ AC'=A'C',$

$$\therefore \quad \frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}.$$

过B'作$B'E \parallel AC$交BC于E,那末,

$$\frac{B'B}{AB'}=\frac{EB}{CE},$$

同样用和比性质得:

$$\frac{AB}{AB'}=\frac{CB}{CE}.$$

$\therefore$ $B'ECC'$为平行四边形, $\therefore$ $CE=C'B'$,

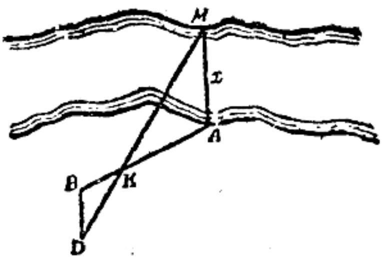
$$\therefore \quad \frac{AB}{A'B'}=\frac{CB}{C'B'}, \text{ 即 } \frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'},$$

$$\therefore \quad \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}, \quad \therefore \quad \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC.$$

这样,我們得到了三角形相似的判定定理1:

在两个三角形里,如果一个三角形的两个角和另一个三角形的两个角对应相等,那末,这两个三角形就相似.

例1: 在图11里,AM表示河寬,$BK:KA=1:2$,$\angle A=\angle B$,量得BD的长是6.5米,河寬是几米?



(图 11)

解： 我們看到 $\angle AKM$ 和 $\angle BKD$ 有同一頂点 K，并且夹这两角的边 BK 和 KA，DK 和 KM 都在同一直綫上，象这样的角叫做对頂角。

$$\because \quad \angle AKM = 180° - \angle DKA$$

$$\angle BKD = 180° - \angle DKA$$

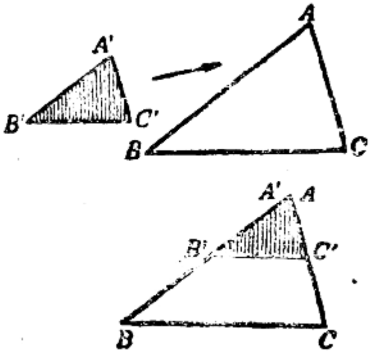
$$\therefore \quad \angle AKM = \angle BKD$$

这就是說对頂角是相等的。

因为 $\angle A = \angle B$，从判定定理1，我們知道 $\triangle BDK$ 和 $\triangle AMK$ 是相似的。設 $MA = X$，則 $\dfrac{BD}{X} = \dfrac{1}{2}$。

就是 $\dfrac{6.5}{X} = \dfrac{1}{2}$，$\therefore \quad X = 2 \times 6.5 = 13$（米）

答： 河寬是 13 米。



（图 12）

如果知道 $\triangle A'B'C'$ 的 $\angle B'A'C'$ 和 $\triangle ABC$ 的 $\angle BAC$ 相等（图 12），那末和前面一样，可以把 $\triangle A'B'C'$ 搬到 $\triangle ABC$ 上，使 A' 和 A，$A'B'$ 和 AB 合在一起。因为 $\angle B'A'C' = \angle BAC$，所

以 $A'C'$ 和 AC 也合在一起. 如果再知道

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}\text{，这时}$$

$B'C'$ 平行 BC,

那末，$\angle A'B'C'=\angle ABC$，$\angle A'C'B'=ACB$.

从第一个判定定理 1 得出

$$\triangle A'B'C'\sim\triangle ABC.$$

因此，得到了三角形相似的判定定理 2：**在两个三角形里，如果它們有一个角对应相等，并且夹这角的两边对应成比例，那末，这两个三角形相似.**

例2. 在图 13 里，点 A、M 的中間有一个土墩，并且量得 $KM=20$ 米，$KC=8$ 米，$KA=30$ 米，$KB=12$ 米，$BC=15$ 米. A、M 两点間的距离是多少米？

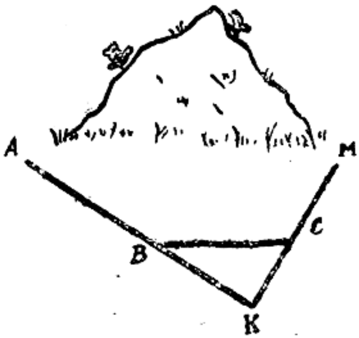
因为 $KC:KM=KB:KA=2:5$，而且 $\angle BKC=\angle AKM$，根据三角形相似的判定定理 2，可以知道三角形 BKC 和三角形 AKM 是相似的.

设 A、M 两点的距离是 X 米，那末

$$\frac{BC}{X}=\frac{2}{5}$$

就是

$$X=\frac{5}{2}\times 15=37.5\text{（米）}$$



（第 13 题 图）