

《大学物理》丛书

DA XUE WU LI

硕士研究生考试(1985年)

物理试题和解答选编

《大学物理》编辑部编

中 国 物 理 学 会

《大学物理》编辑部编

硕士研究生考试(1985年)

物理试题和解答选编

内部发行 供教学与学习参考

北京工业学院印刷厂印装

印数:1—10000册 定价:3.60元

1985年11月第一次印刷

出版说明

为了帮助准备报考物理类硕士研究生的同志了解各校的试题情况，并给大家提供一本学习参考书，我们从全国近三十所高等院校的一百五十多份物理试题及解答中挑选了近七十份编印成此书。按科目分成六个部分：综合考试、普通物理、量子力学、电动力学、热力学和统计物理、固体物理。每份试题后面都有原命题人所提供的解答（个别试题缺解答），具有较大的可靠性。

本书对准备攻读硕士研究生的学生和有关教学人员及其他业务人员均有一定参考价值。

在编选过程中我们得到许多高校的热情支持，深表谢意。由于篇幅所限，所寄稿件不能全数选用，特此致歉。此外，因编印时间仓促，书中难免有差错，敬请读者指正。

《大学物理》编辑部

目 录

综合考试

北京大学试题(一)和解答	(1)
北京大学试题(二)和解答	(8)
南开大学试题和解答	(19)
广西大学试题和解答	(26)
清华大学试题和解答	(31)
南京工学院试题和解答	(39)
北京航空学院试题和解答	(45)
北京师范大学试题和解答	(56)
西南师范学院试题和解答	(64)
北京师范学院试题和解答	(69)

普通物理

南京大学试题和解答	(76)
武汉大学试题和解答	(82)
清华大学试题和解答	(88)
中国科技大学试题	(95)
天津大学试题和解答	(97)
北方交通大学试题和解答	(102)
西安交通大学试题和解答	(109)
南京工学院试题和解答	(114)
北京工业学院试题和解答	(120)
北京航空学院试题和解答	(127)
北京化工学院试题和解答	(133)
北京师范大学试题和解答	(138)
北京师范学院试题和解答	(141)

量子力学

复旦大学试题和解答	(148)
南开大学试题和解答	(154)
兰州大学试题和解答	(160)
吉林大学试题和解答	(164)

武汉大学试题和解答	(173)
内蒙古大学试题和解答	(182)
清华大学试题和解答	(186)
中国科技大学试题	(190)
天津大学试题和解答	(191)
华南工学院试题和解答	(195)
北京钢铁学院试题和解答	(202)
北京师范大学试题和解答	(209)
北京师范学院试题和解答	(222)

电动力学

复旦大学试题和解答	(228)
南京大学试题和解答	(234)
吉林大学试题和解答	(238)
山西大学试题和解答	(243)
清华大学试题和解答	(255)
中国科技大学试题	(262)
北京工业大学试题和解答	(263)
南京工学院试题和解答	(269)
山东海洋学院试题和解答	(275)
北京师范大学试题和解答	(281)
北京师范学院试题和解答	(287)

热力学与统计物理

复旦大学试题和解答	(292)
南京大学试题和解答	(296)
武汉大学试题和解答	(303)
山东大学试题和解答	(307)
山西大学试题和解答	(313)
安徽大学试题和解答	(318)
清华大学试题和解答	(323)
中国科技大学试题	(328)
华中工学院试题	(329)
北京师范大学试题和解答	(331)
西南师范学院试题和解答	(335)

固体物理

复旦大学试题和解答	(341)
南京大学试题和解答	(347)
兰州大学试题和解答	(352)
吉林大学试题和解答	(361)
武汉大学试题和解答	(367)
山东大学试题和解答	(372)
天津大学试题和解答	(378)
北京航空学院试题和解答	(384)
北京师范大学试题和解答	(389)

综合考试

北京大学(一)

(物理系各专业)

试 题

一、选择(共30小题,每小题1.33分,共40分)

1. 以初速率 v_0 竖直向上抛一质量为 m 的小球。小球运动时,除受重力外,还受一个大小为 amv^2 的粘滞阻力(这里 a 是常数, v 是小球的速率)。当小球回到出发点时,它的速率为

(1) $v_0 - \sqrt{g/a}$ (2) $\sqrt{v_0^2 - g/a}$

(3) $\frac{v_0 \sqrt{g}}{\sqrt{av_0^2 + g}}$ (4) $\frac{v_0 \sqrt{g}}{\sqrt{av_0^2 - g}}$

2. 金星的大小和质量都同地球很相近。金星表面的大气压强约为地球表面大气压强的90倍,金星大气的总质量的数量级为

(1) 10^5 kg (2) 10^{10} kg

(3) 10^{15} kg (4) 10^{20} kg

3. 假设地球是由分散在无穷远处的微粒由万有引力的作用渐逐凝聚而成。已知地球的质量为 $6 \times 10^{24} \text{ kg}$,半径为 6400 km ,则这些微粒凝聚成地球所放出的能量为

(1) $2 \times 10^{32} \text{ J}$ (2) $2 \times 10^{42} \text{ J}$

(3) $2 \times 10^{52} \text{ J}$ (4) $2 \times 10^{62} \text{ J}$

4. 1980年7月11日,丁肇中北京宣布他的实验结果,电子的半径小于 $1 \times 10^{-18} \text{ m}$ 。按照经典模型,可假定电子是一个质量均匀分布的球体,它的自旋就是绕它的一条直径自

转。已知电子自旋为 $\frac{1}{2} \hbar$,则电子赤道上的自转速度将大于

(1) $1 \times 10^{14} \text{ m/s}$ (2) $1 \times 10^{11} \text{ m/s}$

(3) $1 \times 10^8 \text{ m/s}$ (4) $1 \times 10^5 \text{ m/s}$

5. 氢原子的质量为 $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$,在标准状态下,氢气的密度为

(1) $8.9 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$ (2) $8.9 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$

(3) $8.9 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$ (4) $8.9 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3$

6. 两个容器内贮有相同的理想气体,其压强和分子数都相同,但容积和温度则不相

同, 分别为 V_1, T_1 和 V_2, T_2 . 现将这两个容器连通, 则熵的变化与

(1) $T_1 + T_2$ 成正比 (2) $T_1 T_2$ 成正比

(3) $\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}$ 成正比 (4) $\ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}$ 成正比

7. 经典转子的能量为 $E = \frac{1}{2I} p_\phi^2 + \frac{1}{2I \sin^2 \theta} p_\theta^2$,

其配分函数为

(1) $2\pi I k T$ (2) $4\pi I k T$

(3) $4\pi^2 I k T$ (4) $8\pi^2 I k T$

8. 费米气体模型把金属中的导电电子当作自由运动的电子气。根据这个模型, 以 E_f 代表费米能量, 则电子气中的电子平均能量为

(1) $\frac{1}{2} E_f$ (2) $\frac{3}{5} E_f$

(3) $\frac{5}{8} E_f$ (4) $\frac{7}{11} E_f$

9. 在室温和一个大气压下, 氮气中的一个分子平均两次碰撞之间的时间约为

(1) 10^{-5} s (2) 10^{-10} s

(3) 10^{-15} s (4) 10^{-20} s

10. 两条无穷长的平行直导线, 半径都是 r , 中心相距 $2a$, 它们之间单位长度的电容为

(1) $\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{a}{r}}$ (2) $\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{r}{a}}$

(3) $\frac{\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{a}{r} + \sqrt{\frac{a^2}{r^2} - 1}\right)}$ (4) $\frac{\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{r}{a} + \sqrt{\frac{r^2}{a^2} - 1}\right)}$

11. 一电缆由半径为 1.5 mm 的长直导线和套在它外面的共轴圆筒构成, 圆筒的半径为 10 mm , 圆筒和导线间是电导率为 $1 \times 10^{-12} \text{ S/m}$ 的介质, 这电缆 100 m 长的漏电电阻为

(1) $3 \times 10^6 \Omega$ (2) $3 \times 10^9 \Omega$

(3) $3 \times 10^{12} \Omega$ (4) $3 \times 10^{15} \Omega$

12. 国际单位制中, 电磁场矢位 $\vec{A}$ 的量纲为

(1) $\text{LMT}^{-2}\text{I}^{-2}$ (2) LMT^{-1}

(3) $L^{-1}MT^{-2}I^{-1}$ (4) $L^2MT^{-2}I^{-1}$

13. 一无穷长直圆筒, 半径为 R , 表面带有一层均匀电荷, 面密度为 σ , 在外力矩的作用下, 这圆筒从 $t=0$ 时刻开始以匀角加速度 α 绕轴转动. 在 t 时刻, 圆筒内离轴为 r 处的磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小为

(1) 0 (2) $\mu_0 \sigma R \alpha t$
 (3) $\mu_0 \sigma \left(\frac{R}{r}\right) \alpha t$ (4) $\mu_0 \sigma \left(\frac{r}{R}\right) \alpha t$

14. 矩型波导管内不可能传播

(1) TEM 型波 (2) TE 型波
 (3) TM 型波 (4) TE_{10} 型波

15. 用加速器把质子 p_1 加速, 打到静止的质子 p_2 上. 要想产生出反质子, 质子 p_1 的动能至少应为

(1) 0.938 GeV (2) 1.876 GeV
 (3) 3.752 GeV (4) 5.628 GeV

16. 一透镜组由两个共轴的薄透镜组成, 一凸一凹. 它们的焦距都是 20 cm, 中心相距 10 cm. 现在凸透镜外离凸透镜 30 cm 处放一物体, 这物体经透镜组所成的象是

(1) 正立实象 (2) 倒立实象
 (3) 倒立虚象 (4) 正立虚象

17. 虹霓是太阳光射在雨点上产生的, 它们的颜色次序是

(1) 虹: 红色在外, 紫色在内; 霓: 红色在内, 紫色在外.
 (2) 虹: 红色在外, 紫色在内; 霓: 红色在外, 紫色在内
 (3) 虹: 红色在内, 紫色在外; 霓: 红色在内, 紫色在外
 (4) 虹: 红色在内, 紫色在外; 霓: 红色在外, 紫色在内.

18. 下雨时, 汽车滴在马路上的汽油呈彩色时, 汽油的厚度约为

(1) $10^{-8}m$ (2) $10^{-6}m$
 (3) $10^{-7}m$ (4) $10^{-9}m$

19. 沿 x 轴传播的光, 其电矢量为 $E_y = E_0 \cos(\omega t - kx)$,

$$E_z = E_0 \cos\left(\omega t - kx - \frac{\pi}{2}\right), \text{ 这个光是}$$

(1) 线偏振光 (2) 左旋圆偏振光
 (3) 右旋圆偏振光 (4) 椭圆偏振光

20 麦克斯韦根据电磁理论计算过光压, 列别捷夫用实验测出光压的值与麦克斯韦算出的值符合. 整个地球受太阳光的的压力数量级为

- (1) 10^3N (2) 10^9N
 (1) 10^{15}N (4) 10^{20}N

21. 迈克尔逊、莫雷在 1887 年做的实验是很著名的，这个实验

- (1) 证明了以太不存在
 (2) 观察不到地球相对于以太的运动
 (3) 表明了以太过于稀薄，以至观察不出来
 (4) 证明了狭义相对论是正确的

22. 爱因斯坦在他 1905 年创立狭义相对论的论文中说：“一个在地球赤道上的钟，比起放在两极的一只在性能上完全一样的钟来，在其他的条件都相同的情况下，要走得慢一些”，根据各种观测结果，从地球形成到现在约 50 亿年。假定地球刚形成时，就有爱因斯坦所说的那样两个钟，它们指着相同的时刻，那么现在它们所指的时刻差便为

- (1) 两小时 (2) 两天
 (3) 两月 (4) 两年

23. 产生钠的两条黄谱线的跃迁是

- (1) ${}^2P_{\frac{1}{2}} \longrightarrow {}^2S_{\frac{1}{2}}$ ${}^2P_{\frac{3}{2}} \longrightarrow {}^2S_{\frac{1}{2}}$
 (2) ${}^2S_{\frac{1}{2}} \longrightarrow {}^2P_{\frac{1}{2}}$ ${}^2S_{\frac{1}{2}} \longrightarrow {}^2P_{\frac{3}{2}}$
 (3) ${}^2D_{\frac{3}{2}} \longrightarrow {}^2P_{\frac{1}{2}}$ ${}^2D_{\frac{3}{2}} \longrightarrow {}^2P_{\frac{3}{2}}$
 (4) ${}^2D_{\frac{5}{2}} \longrightarrow {}^2P_{\frac{1}{2}}$ ${}^2D_{\frac{5}{2}} \longrightarrow {}^2P_{\frac{3}{2}}$

24. 氢原子能级的公式为 $E = -A/n^2$ ，其中 A 是常数， n 只能是正整数。这个结果是解薛定谔方程时，由对波函数的要求得出的。这个要求为波函数应是

- (1) θ 的以 π 为周期的函数
 (2) ϕ 的以 2π 为周期的函数
 (3) r 的单值函数
 (4) r 的有界函数

25. 算符 $\hat{A}$ 和 $\hat{B}$ 的泊松括号定义为 $(\hat{A}, \hat{B}) = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ 。粒子的角动量算符在 z 方向上的分量 $\hat{L}_z$ 与它的坐标 x, y 的 $(\hat{L}_z, x + iy)$ 等于

- (1) 0 (2) $\hbar$
 (3) $\hbar(x + iy)$ (4) $i\hbar(x + iy)$

26. 要使氢原子核发生核反应时，所需要的温度的数量级至少应为

- (1) 10^3K (2) 10^5K

- (3) 10^7K (4) 10^8K

27. 太阳光发热的能量来源于热核反应, 这种反应还要射出中微子, 叫做太阳中微子。每秒钟穿过你的身体的太阳中微子数目约为

- (1) 10^0 (2) 10^5
(3) 10^{10} (4) 10^{15}

28. 有一种大统一理论预言, 质子衰变的平均寿命为 1×10^{31} 年。现在想用水来验证这种理论, 如果要求每昼夜能观测到一个质子衰变, 则要用水

- (1) $1 \times 10^2 \text{ T}$ (2) $1 \times 10^3 \text{ T}$
(3) $1 \times 10^4 \text{ T}$ (4) $1 \times 10^5 \text{ T}$

29. 用惠斯通电桥测电阻, 下列因素中哪个影响测量结果?

- (1) 接线电阻不能完全略去
(2) 电源电压不稳定
(3) 电源开关接触不好
(4) 检流计的零点没有调好

30. 用摄谱仪拍摄原子光谱时, 所得结果是一条条的谱线, 产生谱线的原因是

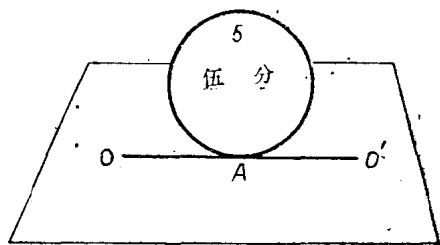
- (1) 原子所发出的光都是线偏振光
(2) 原子所发出的光都是不连续的脉冲
(3) 不同原子发出的光互相干涉
(4) 光谱仪前有一条狭缝

二、计算 (60 分, 每题 20 分)

1. 一半径为 R , 质量为 m 的硬币, 竖直地放在粗糙的水平桌面上。开始时处于静止状态, 硬币受扰动后绕平行于硬币平面的 oo' 轴线光滑倒下, 如右图所示, 求

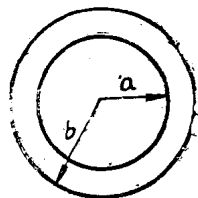
(1) 硬币平面落在水平位置 (与桌面碰撞前) 时质心的速度大小

(2) 在上述位置, 桌面通过 A 点对硬币的作用力大小



2. 长金属管的内、外半径分别为 a 和 b , 载有电流 I , 管材的电导率为 σ , 热导率为 κ . 内表面用不导电的冷却液维持在温度 T_0 上, 外表面是绝热的, 如图所示。在稳恒态下, 求:

- (1) 管壁内温度的径向分布
(2) 外表面的温度 T



3. 微波检测器安装在湖滨高出水面 0.5m 处, 当一颗发射 21cm 波长单色微波的射电星体徐徐自地平线升起时, 检测器指

示出一系列讯号强度的极大和极小

(1) 试作图解释此现象

(2) 当第一个极大出现时, 射电星体相对地平线的仰角 θ 为多少?

解 答

- 一、 1. (3) 2. (4) 3. (1) 4. (1) 5. (1) 6. (4)
7. (4) 8. (2) 9. (2) 10. (3) 11. (2) 12. (3)
13. (2) 14. (1) 15. (4) 16. (4) 17. (1) 18. (3)
19. (2) 20. (2) 21. (2) 22. (2) 23. (1) 24. (4)
25. (3) 26. (3) 27. (4) 28. (4) 29. (1) 30. (4)

二、1. 已知硬币对过其圆心且垂直于币面的轴转动时的转动惯量是 $\frac{1}{2}mR^2$. 由垂直轴定理和平行轴定理可求得硬币对以 oo' 轴的转动惯量是

$$I = \frac{1}{4}mR^2 + mR^2 = \frac{5}{4}mR^2$$

(1) 当硬币绕 oo' 轴无滑动地倒下时, 是重力 mg 做功, 由动能定理有

$$mgR = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{5}{8}m\omega^2 R^2$$

故
$$\omega = \sqrt{\frac{8g}{5R}}$$

则质心的速度是
$$v_c = \omega R = \sqrt{\frac{8Rg}{5}}$$

$\vec{v}_c$ 的方向垂直桌面, 且与 $\vec{g}$ 为同方向.

(2) 硬币在绕 oo' 轴滑倒即将接触到桌面时, 受到的力矩大小为 mgR , 由转动定理得

$$mgR = I\beta$$

故
$$\beta = \frac{4g}{5R}$$

从而求得硬币质心的法向加速度和切向加速度分别为

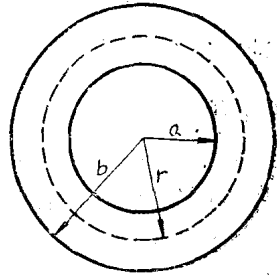
$$a_{cn} = \frac{v_c^2}{R} = \frac{8}{5}g$$

$$a_{ct} = \beta R = \frac{4}{5}g$$

沿法向硬币受的力为 $F_n = ma_{cn} = \frac{8}{5}mg$ 沿切向硬币受的力 F_t 满足: $F_t + mg = ma_{ct} = \frac{4}{5}mg$ 因而 $F_t = -\frac{1}{5}mg$. 那么桌面的 A 点对硬币的作用力为

$$F = \sqrt{F_n^2 + F_t^2} = \sqrt{65}mg/5$$

2. 在长金属管上任取单位长的一段, 并在其上取一半径 r 的圆柱截面, 如附图所示. 在热流达到稳定时应该有



$$-kA \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{j^2 V}{\sigma} = 0$$

其中 $A = 2\pi r$ 是单位长圆柱面的面积, $V = \pi(b^2 - r^2)$ 是 r 到 b 之间的体积, 故

$$-2\pi rk \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{(b^2 - r^2)}{\sigma} j^2 = 0$$

则
$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{j^2}{2k\sigma} \frac{(b^2 - r^2)}{r}$$

对上式从 a 到 r 求积分, 注意到边界条件为 $T_0 = T(a)$, 可得

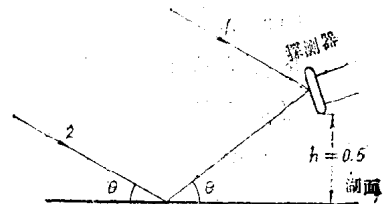
$$T(r) - T_0 = \frac{j^2}{2k\sigma} \left[b^2 \ln \frac{r}{a} - \frac{1}{2}(r^2 - a^2) \right]$$

此即 (2) 问所求答案.

$$T(b) = \frac{j^2}{2k\sigma} \left[b^2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) - \frac{1}{2}(b^2 - a^2) \right] + T_0$$

此即 (1) 问所求答案.

3. (1) 从星体发出的微波有的直接射到了探测器上, 如图中所示 1 的微波束; 有的射到湖面后再经水面反射后, 再射到探测器上, 如图中所示 2 的微波束. 这两束微波相干涉引起了强度随 θ 的变化.



(2) 当图中所示 1、2 两束微波的光程差为 $\Delta L = 2h \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$ 时, 出现第一个极大,

所以有

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{4h} = 0.105$$

则

$$\theta \approx 6^\circ$$

北 京 大 学 (二)

(物理系各专业)

试 题

(注意事项) 第一、二、三题各专业必做, 四、五、六固体物理专业各方向考生选做; 七、八、九光学专业、理论物理专业的基本粒子核理论量子光学理论选做; 十、十一、十二理论物理专业的统计与凝聚态和等离子体物理选做。

一、(18分)

1. 设质量 m 的粒子在三维各向同性的谐振子势场中运动, 受到微扰

$$H' = kxyz + \frac{k^2}{\hbar\omega} x^2 y^2 z^2, \text{ 其中 } k \text{ 是一个小参量, 计算到 } k^2 \text{ 级的基态能量修正}$$

2. 张量力可表示为

$$V_T = V(r) \left[3 \frac{(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \right] \equiv V(r) S_{12}$$

证明其中的算符 S_{12} 可改写为

$$S_{12} = 2 \left[\frac{3(\vec{S} \cdot \vec{r})^2}{r^2} - \vec{S}^2 \right]$$

其中

$$\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)$$

二、(18分)

1. 应用守恒定律, 讨论自旋为 1 的激发核 ${}^8_4\text{B}^*$ 能否衰变为两个 α 粒子。

2. 考虑进行 STERN-GERLACH 实验, 入射的是处于 S 态的氢原子, 它与外加磁场方向成 θ 角的方向上朝上极化, 求出通过磁场分裂后各束的相对强度 (核磁矩的效应可忽略不计)。

三、(14分) 电子偶素 (POSITRONIUM) 是一种短寿命的类原子结构, 它由电子与正电子 (质量与电子相同, 带正电荷 e) 组成, 求出:

1. 它的离解能

2. 从 $n=2$ 能级跃迁到 $n=1$ 能级, 出射的光的波长

3. 它的具有确定总自旋 (S 、 M_s) 的自波函数

(可能有用的数据: 氢原子基态能级 $-E_1 = \frac{\mu e^4}{2\hbar^2} \simeq 13.6\text{eV}$, 一电子伏特对应的波长

近似为 $12400 \text{ \AA}$)

四、(8分) 设有氯化钠结构晶体, 晶格常数为 a , 回答如下问题:

1. 它是简单晶格还是复式晶格?
2. 它的布拉伐格子是什么? 属于什么晶系?
3. 对应于一个波矢 $\vec{q}$, 有几个声学波? 又有几个光学波?
4. 说明它的简约布里渊区的形状 (不要图), 并求出其体积.

五、(15分) 根据统计理论推导出一个圆频率为 ω 的格波对晶体热容量的贡献. 论证在低温下晶体热容量主要由长声学波决定并符合德拜理论.

六、(25分) 一个能带的 Wannier 函数定义为

$$W(\vec{r} - \vec{R}_n) = N^{-\frac{1}{2}} \sum_{\vec{k}} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}_n} \varphi_{\vec{k}}(\vec{r})$$

$\varphi_{\vec{k}}(\vec{r})$ 是布洛赫函数 (已归一), $\vec{R}_n$ 是格矢量, N 是原胞数.

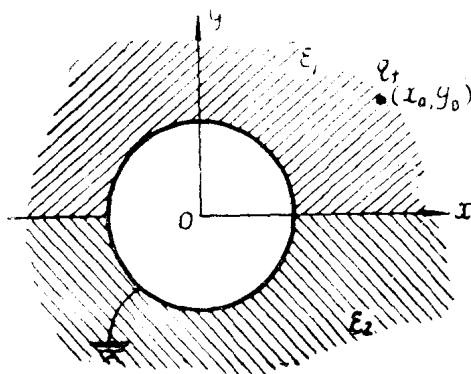
1. 证明: $\int w^*(\vec{r} - \vec{R}_m) w(\vec{r} - \vec{R}_n) d\vec{r} = \delta_{mn}$
2. 对于晶格常数为 a 的具有 N 个原子的一维晶格, 布洛赫函数

$$\varphi_k(x) = N^{-\frac{1}{2}} e^{ikx} U_0(x)$$

证明 Wannier 函数为

$$W(x - x_n) = U_0(x) \frac{\sin \frac{\pi}{a}(x - x_n)}{\frac{\pi}{a}(x - x_n)}$$

七、(18分) 设有一半径为 r_0 的接地导体球, 其中心与坐标原点重合. 球外 $y > 0$ 的空间充满绝缘介质 1, $y < 0$ 的空间充满绝缘介质 2. 今在介质 1 中 (x_0, y_0) 点上置一自由点电荷 q_f . 试求球外电势分布.



八、(17分) 试从李纳-维谢尔势求作等速圆周运动 (半径为 a) 电子的辐射场场强, 设 $\frac{v}{c} \ll 1$, 作近似处理时应给出理由. 又

若使该圆周在 $x-y$ 平面内, 圆心与坐标原点重合, 问 z 轴方向的偏振状态如何?

九、(15分) 一束可见光激光正入射于平面半导体表面. 在特定温度下半导体产生相当鲜明的绝缘半导体截然转变, 其电导率从 $\sigma \sim 10^{11} \text{ sec}^{-1}$ 变到 $\sigma \sim 10^{13} \text{ sec}^{-1}$ (CGSE单位), 通过计算反射光的强度和位相, 探索如何检测此电导率转变的方法. 位相和强度之中何者对

σ 的大小更敏感? (提示: 导电介质可用复介电常数 $\varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega}$ 描述)

十、(10分) 已知粒子满足经典麦-玻分布, 它的能量表达式是

$$E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} + ax^2 + bx$$

其中 a, b 是常数, 求粒子的平均能量是多少?

十一、(20分) 一个由 A 个核子 ($\frac{A}{2}$ 个中子、 $\frac{A}{2}$ 个质子) 组成的原子核, 核半径 R 的经验规律是 $R = (1.3 \times 10^{-13} \text{cm}) \times A^{\frac{1}{3}}$. 试用费米分布估算核子的平均能量 (已知 $\hbar \sim 1.05 \times 10^{-27} \text{erg}\cdot\text{s}$, $k \sim 1.3 \times 10^{-16} \text{erg}\cdot\text{K}^{-1}$, $m_p \sim m_n \sim 1.6 \times 10^{-24} \text{g}$).

十二、(20分) 设一个有机分子在磁场 B 中具有二能级如图所示.

$$1 \text{ ————— } E_1 = k\Delta - 2\mu_B B, \mu_1 = 2\mu_B B$$

$$0 \text{ ————— } E_0 = 0, \mu_0 = 0$$

其中 μ_B 是波尔磁子, k 是玻尔兹曼常数.

1. 求出在磁场 B 中, 平均磁矩 $\langle \mu \rangle$ 的表达式?
2. 证明在 $T \gg \Delta$ 时, 磁化率与 Δ 无关.
3. 在 $T_1 > T_2 \gg \Delta$ 时, 定性画出熵随磁场变化的曲线, 并简单说明理由.

解 答

1. H_0 的本征函数可取为

$$|n_x, n_y, n_z\rangle = |n_x\rangle |n_y\rangle |n_z\rangle$$

其中 n_x, n_y 和 n_z 分别标记 x, y, z 三个方向上的能量量子数. 体系基态的零级波函数则为

$$|0, 0, 0\rangle = |0\rangle |0\rangle |0\rangle$$

它是不简并的. 微扰 H' 可改写为

$$H' = H'_1 + H'_2 = kxyz + \frac{k^2}{\hbar\omega} x^2 y^2 z^2$$

由递推关系

$$\alpha x |n\rangle = \sqrt{\frac{n+1}{2}} |n+1\rangle + \sqrt{\frac{n}{2}} |n-1\rangle$$

及

$$\alpha = \left(\frac{m\omega}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}}$$

可以看出 H'_1 在能级一级修正时没有贡献, H'_2 在二级时不需要考虑, 而

$$\begin{aligned}
& \langle 0, 0, 0 | H'_2 | 0, 0, 0 \rangle \\
&= \frac{k^2}{\hbar \omega} \langle 0 | x^2 | 0 \rangle \langle 0 | y^2 | 0 \rangle \langle 0 | z^2 | 0 \rangle = \frac{k^2}{\hbar \omega} \langle 0 | x^2 | 0 \rangle^3 \\
& \frac{1}{2} K \langle 0 | x^2 | 0 \rangle = \frac{1}{4} \hbar \omega \quad K = m \omega^2 \\
& \overline{x^2} = \frac{1}{2} \frac{\hbar \omega}{K}
\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}
\langle 0, 0, 0 | H'_2 | 0, 0, 0 \rangle &= \frac{k^2}{\hbar \omega} \left(\frac{1}{2} \frac{\hbar \omega}{K} \right)^3 \\
&= \frac{k^2}{8} \frac{\hbar^2}{m^3 \omega^4}
\end{aligned}$$

到 k^2 项, 仅有的矩阵元是 $\langle 1, 1, 1 | H'_1 | 0, 0, 0 \rangle$

$$\begin{aligned}
\langle 1 | x | 0 \rangle &= \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{1}{2}} \\
|\langle 1, 1, 1 | H'_1 | 0, 0, 0 \rangle|^2 &= k^2 \left(\frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{1}{2}} \right)^6 = \frac{k^2}{8} \frac{1}{\alpha^6}
\end{aligned}$$

$|1, 1, 1\rangle$ 对应的量是 $\left(3 + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega = \frac{7}{2} \hbar \omega$, 相应的修正是 $-\frac{1}{3 \hbar \omega} \frac{k^2}{8} \frac{1}{\alpha^6}$

$$= -\frac{k^2}{24} \frac{\hbar^2}{m^3 \omega^4}, \text{ 总的修正则为}$$

$$\Delta E_{000} = \frac{1}{12} \frac{k^2 \hbar^2}{m^3 \omega^4}$$

2. 因为

$$\vec{s} \cdot \vec{r} = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{r} = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r} + \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})$$

$$\vec{s}^2 = \frac{1}{4} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)^2$$

注意到 $(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) = 0$, 则

$$\vec{s}^2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

又因为

$$\begin{aligned}
(\vec{s} \cdot \vec{r})^2 &= \frac{1}{4} [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})^2 + (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})^2 + 2(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})] \\
&= \frac{1}{2} [r^2 + (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})]
\end{aligned}$$