

中國科學社主編
中國科學史料叢書

13.12
5
古 代 之 部

中國古代數學史料

李 儼 著

13134/100/18
09



科學技術出版社

中國科學院出版
中國科學史科叢書

第三卷

中國古代數學史稿

李 儼 著

1957年10月



中國科學社主編
中國科學史料叢書
古 代 之 部

中國古代數學史料

李 儼 著

科學技術出版社

內 容 提 要

本書由中國科學社主編，爲中國科學史料叢書古代之部第一輯，專述我國古代至北宋爲止之數學文獻及各著作人之成就與史蹟，爲研究我國古代數學富有價值之參考文獻。本書可供大學數學系作爲教學及參考之用。

中國科學史料叢書(古代之部)

中國古代數學史料

編著者 李 儼

*

科學技術出版社出版

(上海建國西路 336 弄 1 號)

上海市書刊出版業營業許可證出 079 號

中科藝文聯合印刷廠印刷 新華書店上海發行所總經售

*

統一書號：13119·30

(原中科版印 6,000 冊)

開本 850×1168 耗 1/32·印張 5 15/16·字數 147,000

1956 年 8 月新 1 版

1957 年 4 月第 2 次印刷·印數 3,501—6,500

定價：(10)0.75 元

中國科學史料叢書總序

中國科學社三十周年時曾經約請許多專家學者寫記了三十年來各門科學在中國的進展史跡。這些文字陸續在「科學」發表，一直到中國科學社已經舉行過三十五周年社慶（1949），當增刊號（1951）出版時，還仍有登載。這些總結性的文字很得到各方面的重視，曾經想依照過去二十周年時的成例，收輯起來，合刊成書，題為「中國科學三十年」，作為本社對中國科學界的一個微薄貢獻。那時候，上海已經解放了兩年多，各人的思想上多少都有些進步。據幾位原撰稿人的意見，如果集輯成書，實有修訂改寫的必要。然而大家都忙於本崗位的業務，沒有時間容許重新改寫。那冊合集就始終無法編印出來。

去年全國高等學校課程改革，修訂教學計劃，學習蘇聯教學方案，首先就明確規定：在實施教學中必須結合愛國主義教育，每門科學就得有每門科學在中國的發展史。祖國是具有悠久而光輝的歷史的，在科學領域裏也有其燦爛輝煌的業績。正如毛主席所說：「在很早的時候，中國就有了指南針的發明；還在一千八百年前，已經發明了造紙法；在一千三百年前，已經發明了刻版印刷；在八百年前，更發明了活字印刷；火藥的應用，也在歐人之前。所以，中國是世界文明發達最早的國家之一，中國已有了將近四千年的有文字可考的歷史。」（毛澤東選集初版第二集第五九三頁）然而在浩如煙海的歷史文籍中却沒有一本全面性的

科學史著作，連一冊簡史也沒有；即使是近代的中國科學略史，也還不曾有人整理出來過。

科學在中國有其過去的光輝史跡，現在有其更好發展的社會條件，就必然有其達到更美好成就的將來。將來科學的發展是以已有的科學基礎爲其出發點的，要是沒有一冊融會貫通、專門述記科學在中國發展的史書，將來的發展上就可能要走些不必要的彎路。爲了適應這個迫切需要，重新鼓勵起我們的勇氣，再次要求朋友們在三十年來的總結性文字那個基礎上，重加修訂，來寫記科學在現代中國的發展史跡；如其可能，也希望能追叙幾千年來某一方面的整個史跡。因此，我們就着手編印「中國科學史料叢書」，並且分別爲現代的與古代的甲、乙兩編。

編印這套叢書仍然是個不容易的事情。第一，我們所邀約的專家學者們，在此大規模建設的開端，更忙碌於本崗位的工作；第二，解放後的科學工作突飛猛晉，有些部門工作所展開的局面，不但是規模空前，而且是面目全新，即就搜集資料而言，已經是個不容易的工作了；第三，我國的自然科學工作者雖然在各別專業上有其精通淹博的學識，但對於唯物辯證法與歷史唯物論的認識，大多數人還停留在初學階段，不能得心應手地運用新的觀點方法來處理所獲得的資料，所以很難作出執筆的決心來。——那末我們等待下去嗎？不，我們認爲不成熟的素材總比整個兒空白爲好。退一步而求其次，即使像現在我們所編印出來的「史料」，也是極可珍貴的科學史料，可以給將來編寫中國科學史的著作人提供了經過初步整理而現成可得的參攷文獻。

這些史料的蒐集和整理工作，主要是放在現代一段史跡上。

不僅因為是我們身處其境，比較可以說得親切明白，而且就科學在中國的發展來說，也祇是在現代纔成系統、有規模，而且用學會的集體力量來共同推進科學，尤其是使有地域性的科學更緊密地結合上祖國的實際情況。其次，正如上面所說，我們今後的科學發展一定得建立在當前已有的基礎上，因而這一段的史跡特別值得我們多加注意而予以詳細的記述。我們當然不會忘記科學在祖國的過去歷史裏也有其光輝的成就。祇是史籍浩繁，披沙揀金，倘使沒有相當的專門素養，這方面的工作實情是更難於在一時間內理出頭緒來。所以不能希望其百科具備，而只能做到量力而行的地步。

我們今天所做的，只是“筚路藍縷，以啓山林”的開路工作，借用郭璞的話是：“擁篲清道，企待塵躅”，是拿起掃把，做了第一步的清道工作。我們絕不以此為滿足。我們誠懇地希望大家更進一步的努力，就現在編印出來的史料基礎上，在不久的將來，能夠有全面性而理論完整的中國各門科學史編印出來！

一九五三年國慶節

目 次

緒言	1
1. 古代數字和數的發展	3
2. 規矩和古代幾何學	8
3. 黃帝隸首作數	12
4. 九九	13
5. 古九九表	14
(一)[敦煌漢簡]九九表	16
(二)[居延漢簡]九九表	17
6. 記數方法	18
7. 算學教育	20
8. 算術	21
9. 敦煌千佛洞算書和算表	22
(一)敦煌千佛洞[算書]	22
(二)敦煌千佛洞算表	26
(三)敦煌千佛洞[算經一卷並序]	28
(四)敦煌千佛洞立成算經	36
10. 九宮	40
11. 魏劉徽注九章	42
12. 中國古代數學家(一)	44
(一)張蒼 (二)耿壽昌 (三)許商 (四)杜忠 (五)尹咸	
(六)劉歆 (七)張衡 (八)劉洪 (九)馬續 (十)鄭玄	
(十一)蔡邕 (十二)徐岳 (十三)閼澤 (十四)趙爽 (十五)陸績	

(十六)王蕃	(十七)陳熾	(十八)王粲	(十九)劉徽	
13. 南宋祖冲之著綴術	56			
14. 梁祖暅之開立圓術	59			
15. 中國古代數學家(二)	63			
(一)孫子	(二)張丘建及夏侯陽	(三)趙敦	(四)何承天	
(五)皮延宗	(六)祖冲之	(七)祖暅之		
16. 後周甄鸞撰注算經	70			
17. 中國古代數學家(三)	73			
(一)庾曼倩	(二)張纘	(三)元延明	(四)殷紹,附成公興	
(五)高允	(六)信都芳	(七)甄鸞		
18. 古算解釋	77			
(一)隋,劉焯的招差術	77			
(二)唐,王孝通分析仰觀臺等體積	79			
19. 中國古代數學家(四)	82			
(一)劉焯	(二)劉炫	(三)劉祐	(四)韓延	(五)王孝通
(六)李淳風	(七)僧一行	(八)邊岡	(九)劉孝孫	
20. 唐李淳風注十部算經	88			
21. 宋刊算經十書	90			
22. 算經十書佚文	94			
23. 九章算術補註(一)	101			
24. 九章算術補註(二)	109			
25. 孫子算經補註	114			
26. 海島算經新註	128			
27. 緝古算術佚文校補	136			
28. 籌算制度	139			
29. 印度歷算與中國歷算發生關係	145			

30. 七曜名義·····	146
31. 九執名義·····	154
32. 三等數法·····	158
33. 天竺小數記法·····	168
34. 瞿曇氏歷·····	170
附：古代三角函數表·····	174
35. 中國古代數學家(五)·····	178
(一)陳從運 (二)江本 (三)龍受益 (四)後唐,宋延美 (五)南漢,薛崇譽	
36. 中國古代數學家之成就·····	180

緒 言

中國有悠久的歷史，不獨政治如此，即各項科學在中國也有久遠的歷史。以往雖有不少科學家和歷史家，有志研究科學歷史的進展，以歷史範圍過廣，分別深入鑽研，逐漸積累，綜合起來，工作十分繁重，此項資料又散見於各方面。關於中國數學史三十年來發展情況，雖曾於1947年介紹一次，題爲「三十年來之中國算學史」(註一)，但中國各項歷史研究的造就，至今尚未成熟，其中以古代爲特甚。

1953年十月中國科學社爲整理我國古代科學發明，發揚其悠久而豐富的寶藏，以供教學及研究工作參考起見，決定編輯中國科學史料叢書，暫分現代之部與古代之部兩編，而本書即爲古代之部首先出版的第一冊：中國古代數學史料。

中國原始文化爲黑陶文化，約在公曆前一千年左右。再經某一階段即爲殷文化。黑陶文化時期，陶器花紋已具有菱形、方形以及圓內容方各項幾何圖案。殷文化時期，甲骨文已有數字大小及十進數位概念，而數學專門著作，則始於漢代，後來代有作者。因其原作未必一一保存，收集史料，實爲必要；至歷代數學家的收穫，尚須各方集錄，而數學家事跡，正史未必都有專傳，亦須多方採集，以補遺缺。

至中國數學，在北宋以後另有創作。中國古代數學，則止於五代。因以五代周顯德已未之明年（公曆960年）禪位於宋以前之中國數學，稱爲中國古代數學。

1954年中國科學院決定擴充並加強歷史研究機構，除現有的近代史研究

(註一) 見李儼，1947，三十年來之中國算學史，科學，二十九卷四期，第101—108頁。

所外，增設二個歷史研究所，這樣共有三個歷史研究所。第一所研究從遠古到南北朝的歷史，第二所研究從隋唐到鴉片戰爭這段時期的歷史。現有的近代史研究所，改為第三所，仍研究中國近代史，宗旨亦與前相同（註二）。

[中國古代數學史料]既應上述需要而編輯，而工作又相當繁重，且有與前此疇人傳各書有相出入之處。查中算舊無專史，而中國數學家傳記，則有阮元疇人傳四十六卷（公曆 1799 年），羅士琳續疇人傳六卷（公曆 1840 年），華世芳近代疇人著述記一卷（公曆 1884 年），諸可寶疇人傳三編七卷（公曆 1886 年），黃鍾駿疇人傳四編十一卷（公曆 1898 年）。前後百年，集錄六十餘萬言，引用書籍四百餘種。就中續疇人傳以後所有補傳，多係清代算家。而疇人傳本身，又多部分傳錄各家著書序文作為本傳；而於各時代數學史事發展所需其他史料，則未加記錄。[中國科學史料叢書]即為適應上述需要而編輯。不過工作是屬創舉，即舉本書[中國古代數學史料]為例，因集錄係屬草創，徵引有時失之冗長，有時失之簡略。在中國古代數學史方面，尚可看到中國與亞洲各邦，即日本、朝鮮、越南、印度各國的交流。至分數論、句股弦定理、大衍求一術、方程論、幾何學、圓周率計算，在中國古代都有貢獻，因另有論文，此處亦未曾一一詳列。

此書雖經上海中國科學社編輯委員會和嚴敦傑同志提供意見，兩次多加校補；而全面修補，尚留待修訂本再行辦理。深望讀者隨時多加指教是幸。

一九五四年二月李儼序於蘭州

（註二）參看[中國科學院積極準備進一步加強歷史研究工作]，科學通報，1954年1月號第52頁。

1. 古代數字和數的發展

殷墟甲骨文 有二、三、五諸字，殷墟陶器文字有一、三、四、五、七諸字；（註1）殷墟甲骨文著錄數字始爲齊備。今知除一、二、三、四、五、六、七、八、九、諸單位數外，還包含有十一、十二、十三、十四、十五、二十、二十五、三十、三十三、三十七、四十、四十一、五十、五十六、六十等數，百以上的數字如：（註2）

- 一百 殷墟文字乙編 3024: [方登人百.]
- 二百 殷墟遺續編 62: [二百人王.]
- 三百 殷墟書契前編 3,31,2: [左右中人三百.]
- 四百 殷墟卜辭 1517: [四百.]
- 五百 殷墟書契前編 7,9,2: [殷貞五百宰。]
- 六百 殷墟書契後編下 43: [六百.]
- 八百 殷契粹編 1079: [呂方征……八百.]
- 九百 殷墟卜辭 832: [乎……九百人.]
- 一千 殷契佚存 324: [丁未卜……王登千人.]
- 三千 殷契粹編 1078: [……三千，乎伐呂.]
- 四千 鐵雲藏龜 258: [四千.]
- 五千 殷墟書契續編 1,13,5: [貞登人五千.]
- 八千 殷契粹編 119: [□人八千在馭.]

（註1）均爲前中央研究院歷史語言研究所發掘殷墟所得；見胡厚宣，五十年來甲骨文發現的總結 1951年，第73—74頁。

（註2）引見張政烺，古代中國的十進氏族組織，歷史教學月刊，1951年9月 第二卷第三期；並見朱芳圃，甲骨學文字編，1933年。

一萬 庫方藏甲骨卜辭 310: [登婦好三千, 登旅萬。]

三萬 殷契粹編 1171: [癸卯卜……其口三萬。]

甲骨文的數字記載, 三萬是最高的記錄, 又甲骨文三位以上複位數的記載, 如:

卜辭通纂 19: [允戈伐二千六百五十六人。]

又 24: [允卒三百又卅八。]

殷墟文字乙編 2908: [玃一百六十四, 兔一百五十七。]

又 764: [壬申允狩……獲……兔……一百卅九卅九。]

這些數字有的連寫, 如上所引 [二千六百五十六] 寫作 [𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎], 有的分寫, 如殷墟文字甲編 2491 的 [三十] 寫作 [三 |], 殷墟書契編 4, 23 的 [五十] 寫作 [𠄎 |], 卜辭通纂 34 的 [五千] 寫作 [𠄎 |], 又有的在數字中間加又或卅字, 如上面所舉兩例(註 3)。

金文內記載的複位數如: (註 4)

孟鼎銘: [自馭至於庶人六百又五十又九夫。]

齊侯鐘: [釐僕三百又五十家。]

子仲姜鐘: [二百又九十又九邑。]

小孟鼎: [……孚人萬三千八十一人。]

記數法和甲骨文相同, 如上 [六百又五十又九] 寫作 [𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎]。金文的 [五十] 和甲骨文的 [五十] 形體不同。

自然數產生後, 必然要運算, 運算離不了加減乘除, 減不了便產生負數, 除不盡便產生分數、正整數。分數、負數構成了有理數系, 在中國周、秦間已具備了這個數系的雛型, 其發展程序大概是先有正整數的運算, 其次產生了分數, 在後期產生了負數。上舉的甲骨文和金文, 祇是數字的記錄, 當然這些複位數的記錄, 也說明是通過運算得來的。

(註 3) 參見管燮初殷墟甲骨刻辭的語法研究, 中國科學院, 1953 年 10 月。

(註 4) 引見郭沫若兩周金文辭大系及郭沫若中國古代社會研究。

殷墟書契前編 3,23,6:

五十犬 五十羊 五十豚
 三十犬 三十羊 三十豚
 二十犬 二十羊 二十豚
 十五犬 十五羊 十五豚

這一片甲骨文內的數字都是五的倍數，並且

$$50 - 30 = 4 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$30 - 20 = 2 \times 5 = 2^1 \times 5$$

$$20 - 15 = 1 \times 5 = 2^0 \times 5$$

含有等比的概念。金文內召卣銘：「東宮迺曰：價召禾十秭，遺十秭爲廿秭。（如）來歲弗價則倍冊秭。」（郭沫若奴隸制時代卷首插圖及釋文。）這內有二個運算，一是加法，一是乘法。

$$10 + 10 = 20$$

$$20 \times 2 = 40$$

爲金文中很少見的記錄。

金文中已有分數記載，如商鞅量：（同註4）

「十八年齊遣卿夫二衆來聘，冬十二月乙酉大良造鞅爰，積十六尊五分尊（之）一爲升。」

尊卽爲寸字，此以

$$1 \text{ 升} = 16\frac{1}{5} \text{ (立方) 寸。}$$

運算的記載 見於周、秦諸子百家的書籍中，如：

魏李悝法經盡地力之教說：「今一夫挾五口，治田百畝，歲收畝一石半，爲粟百五十石，除十一之稅十五石，餘百三十五石；食：人月一石半，五人終歲爲粟九十石，餘有四十五石，石三十爲錢千三百五十，除社閭嘗新春秋之祠用錢三百，餘千五十；衣：人率錢三百，五人終歲用千五百，不足四百五十。」這一節內把加減乘除都敘述了。

墨子卷十五：「升食終歲三十六石，參食終歲二十四石，四食終歲十八石，五食終歲十四石（四）升，六食終歲十二石；升食食五升，參食食三升（少半），四食食二升半，五食食二升，六食食一升大半。」這說明了比例運算。

$$36:24:18:14.4:12 = 5:3\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}:2:1\frac{1}{2}$$

管子地員篇：「蓄殖果木，不若三土以十分之二，……以十分之三，……以十分之四，……以十分之五，……以十分之六，……以十分之七，……」又海王篇：「終月大男食鹽五升少半（ $5\frac{1}{3}$ ），大女食鹽三升少半（ $3\frac{1}{3}$ ），吾子食鹽二升少半（ $2\frac{1}{3}$ ），……今鹽之重，升加分彊（ $\frac{0.5}{10}$ ）釜五十也，升加一彊（ $\frac{1}{10}$ ）釜一百也，升加二彊（ $\frac{2}{10}$ ）釜二百也。」這說明分數運算。

這些都是很典型的例子，把運算過程敘在著作內，說明當時能運算也是一種藝術。居延漢簡有許多履歷簡內都有「能書會計」字樣，也說明了這一點。

古代音樂的三分損一，三分益一，都是分數運算。管子內有一則稱：「先主一，而三之四開，以合九九。」即是 $1 \times 3^4 = 9 \times 9 = 81$ ，却有了指數的初步概念。

負數的出現，大約在秦、漢間，九章算術已有正負術，可知在正負術前負數已存在。九章的正負術，在劉徽注九章（公歷 263 年）前一百年，劉洪（公歷 158—183 年時人）乾象曆亦有引稱，知必出於同源。

古代無理數的觀念，還未成立。 $\sqrt{2}$ 用方五斜七的分數來表示（ $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$ ）。漢張衡（公歷 78—139 年）算 $\sqrt{3}$ 用 $\frac{25}{16}$ 替代。九章內的加借算和不加借算，都是算無理數的近似值公式。

漢簡數字 敦煌漢簡有（見流沙墜簡二屯成叢殘考釋）

巨斧三

守御器簿長椎三

□□三

木三

居延漢簡有(見居延漢簡考釋)

— — = = =

≡ ≡ ≡ ≡ =

⊥ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥

四作三,五作≡,六作⊥,和孫子算經:「六不積,五不隻」,夏侯陽算經:「六不積聚,五不單張」都合。

又敦煌千佛洞卷子內數字:二十作卅,三十作卅,四十作卅,都是合書。(見敦煌千佛洞算書。)又敦煌千佛洞卷子內還有大寫數字。(註5)

(註5) 參看李儼 1938 年, 唐代算學史, 西北史地, 一卷一號第 63-95 頁。