

智慧探求

——从数学游戏步入科学殿堂

周开其 著

延边教育出版社

前 言

我从小就喜欢玩智力游戏,如七巧板、华容道,还有幻方的组合等等。凡是介绍七巧板、华容道、幻方的书籍,我都喜欢买,喜欢看。对于七巧板的摆放,只要自己有丰富的想象力,就可以拼摆各种各式的图象,因为在桌面上有足够的空间,只要七块不同规格的木板(或纸板)拼接在一起即可。华容道则难度要大许多,在一个长方形的框子里,放了十个不同规格的“棋子”,只留下一小块空间,作为移动之用。要在长方形的框子内,各式棋子来回移动,最后把当作曹操的大方块移出框子之外才算完事。当然,那时自己并不要求移动多少步,只要能移出框外,就已心满意足了。长大后,还兴趣不减,关心华容道游戏的有关报导。1985—1986年《中国少年报》五种刊物先后举办三次华容道游戏的有奖比赛,共列出八种布局,征求最少步法的答案。为了用最少的步数达到目的,显然必须最合理地运筹所有的棋子。由于形状不同的棋子互相阻塞,使得本游戏具有相当的难度。华容道基本布局的求解步数由85步、83步,最后减少到81步。81步的记录是由美国著名数学家马丁·加德纳得出的。

郭凯声等编著的《数学游戏》(下册)还介绍了在计算机上用HRDE程序的算法求解了多种华容道布局(详见该书P116—123)。

与华容道同样靡声世界的,是我国古代的“洛书”传入西方后被称为“幻方”,并成为数学智力游戏的另一佼佼者。有关幻方的数学及其神秘的特性,曾被无数的书籍、论文和一些小册子所记载。为纪念 2000 数学年出版的一套通俗数学名著译丛中有一本亨特和玛达其著的《数学娱乐问题》第三章,对神秘的幻方作了较详细的介绍,而在计算机的 BASIC 语言中,可以用该语言程序构成任意阶的幻方。不过这类幻方,大都是利用自然数的奇偶数原理来构成的,属于静态类型的数学幻方,只作为数学游戏来介绍给读者。

随着数学的发展和科学技术水平的提高,人们逐渐发现幻方同现代数学的一些分支,如群论、组合分析等有关,幻方已经成为组合数学研究的一个有趣课题。电子计算机出现之后,幻方已经在图论、程序设计、实验设计、人工智能等方面得到广泛的应用。

与华容道不同的是,华容道只是作为一种“思维体操”,而幻方却已进入了当代的科学殿堂了。据《世界大发现(数学·物理篇)》一书第 76 页介绍:1977 年,美国发射的寻求外星文明的宇宙飞船旅行者 1 号、2 号上,除了携带有向外星人致意的问候讯号外,还带有一些图片,其中有一张就是四阶幻方图。科学家设想,使用像幻方这样的图形,可能与外星高级智慧生物进行思想沟通。看来,对于幻方的进一步研究,具有多大的潜在意义。

目前,国内外对于幻方的研究,热情未减,但大多数还未摆脱静态幻方的范畴。几年前,笔者突然灵光一闪,

臆想把静态幻方演化成动态幻方,即用自然数中有特性的数码,如奇偶数,素数等在网格中当作一个“点”,构成图象文字,进行演化。引发这个思想有二个方面,一是受华容道的启发,二是学习《周易》后受到的启发。

华容道是动态的游戏。棋盘上有 20 个方格,上面有大小不等的 10 个棋子,其占去 18 个方格,留有二个空的方格作为活动的余地,但幻方结构不同,在各阶幻方中,用自然数摆放得满满的,一个空格也没有。要想演化变换图案,只能通过空中交换棋子,或者拆掉一部分重组。但是,它只需用算术中最简单的算法——加法。只要行、列、两对角线各自相加,成为一个定数即可。所以,只要有小学二三年级的水平,都可以参加游戏。

“洛书”是在“易经”之前的无字天书。“河出图、洛出书、圣人则之”。说明伏羲八卦出自河图、洛书。而易经则是八卦相重而成。易有三义:变易、不易、简易。既然幻方是由洛书演化而成,所以它也应该有变易,不易,简易的功用。在幻方中,“不易”容易理解,行、列、对角线各自相加是不变的常数。“简易”也容易理解,用加法是最简易的数学手段,唯独在幻方中缺少变化。如果在幻方结构中形成图象,进行动态变化,不但增加了游戏的兴趣,而且可以和当代科学紧密相结合,这是笔者创新“动态幻方”的初衷。

本书是笔者多年来对新幻方探索的初步成果。本书并不想写成严谨的论文形式,而是写成通俗的小品,以便与青少年学生互动交流。因为我对幻方的兴趣,是从青

少年时代开始的,所以读者对象以他们为主。但这并不等于说,书中的内容太简易了,太粗浅了,而是相反,书中某些章节,是可以与当代专业数学家进行讨论,请教。

本书的成书,不但写了些结果,更多写的是过程,有如读书随笔之类的文章风格。这样,笔者写时自由一些,与读者互动交流也方便一些。所以,把书名定位为《智慧探求》。

现在是知识时代,是信息时代。从信息论的角度来说,知识是信源,读者是信宿,信宿从信源中提取什么样的信息,不仅决定于信源输出的信息,还决定于读者的自身。因为,每个人都有他独特的个性的。所以,接受知识总是从自己特定的角度去接受。

笔者本身也是一个读者,从书本和生活中获得知识,在此整合成一本小册子奉献给读者,这里所指的读者,当然也包括笔者本身。因为本书,除了笔者所认同的一些认识之外,还有不少作为“问题”提出,以与广大有兴趣的读者交流。

本书分四个部分加以阐述,每个部分都有“认识”,也都有“问题”。

爱因斯坦认为,提出一个问题往往比解决一个问题更重要。但要提出问题,往往需要对事物的好奇心,要有探求智慧的兴趣。

诺贝尔奖金获得者丁肇中说:基础研究工作的原始动力是好奇心,而不是出自经济利益的考虑。陈省身教授为中国少年数学论坛的题词说得率真:数学好玩。谨以这些名句作为前言的结束语。

(通讯处:辽宁师范大学 26#信箱 邮编:116029)

目 录

一、幻方概要.....	(1)
二、幻方与混沌	(6)
1. 亚幻方型混沌	(11)
2. 标准幻方型混沌	(12)
3. 混沌产生有序	(13)
4. 有隐序的混沌	(14)
5. 用偶数组成图象文字	(15)
6. 用奇数组成图象文字	(16)
三、幻方与素数	(17)
1. 龙腾吉祥	(20)
2. 幸福吉祥	(24)
3. 修德吉祥	(27)
4. 长寿吉祥	(31)
5. 易数吉祥	(35)
6. 智慧吉祥	(38)
7. 北京奥运吉祥	(41)

8. 中华复兴吉祥	(43)
9. 科教兴国吉祥	(45)
四、问题与求索	(47)
1. 哈密顿线路直观解	(49)
2. 哥德巴赫猜想否定解	(55)
3. 几何代数化	(65)
4. 幻方与湍流	(69)
5. 再论混沌	(72)
6. 幻方与算法	(74)
7. 并行量子算法	(77)

一、幻方概要

幻方是数学中的一个珍品。

我国传统文化中的“洛书”，是全世界公认的第一个幻方。幻方最早是作为一种填数游戏而流传于世。

传统幻方的定义是：把从 1 到 n^2 的连续自然数不遗漏也不重复地排列成 n 行 n 列的数字方阵，使其每行、每列以及两条对角线上 n 个数字之和，都等于一个定数，我们就把这样的数字方阵叫做 n 阶幻方。阶数 n 是大于 2 的任何一个自然数。

出于数学上的考虑，也可以用 $0, 1, 2, \dots, n^2 - 1$ 等整数来建立一个 n 阶幻方，这个幻方，叫数学幻方。这两种幻方没有什么实质性的差别。如果你给数学幻方中每一项均加上 1，就得到一个传统幻方。反之，如果你从传统幻方的每一项减去 1，就得一个数学幻方。这种转换所造成的唯一变化是幻方的“幻常数”改变了——幻常数将增加 n 或减少 n 。

究竟用传统幻方好呢？还是用数学幻方好呢？这要看你要解决什么样的问题。一般说来，采用数学幻方比较方便一些。在后面笔者所演化的幻方中，除了冲击“哥

德巴赫猜想”用传统幻方外,绝大多数都是用数学幻方。

以上两种幻方都属于普通幻方,即行、列和两个对角线各自相加均得一个常数。

还有另一类幻方,是“泛对角”的——也就是说幻方所有的“断开对角线”上的数字之和必须也等于幻常数(所谓断开对角线,就是从幻方的一条边出发绕一圈到达对边的一条线)。这里,有一个条件上的限制,就是仅当一个幻方的阶数为二重偶数时——也就是为4的倍数时——它才可能是泛对角的。

这类幻方,习惯叫完全幻方,或者叫最完美幻方。最完美幻方所受到的限制还要多。除了必须是泛对角幻方以外,它们还必须具备这样一条性质:由相邻项组成的任意一个 2×2 子矩阵的所有各项之和相等。

上世纪末(1998年)两个英国业余数学家 Ollerenshaw 和 Bree 发表一部精彩著作“最完美的泛对角幻方的结构与数目”(英国滨海绍森德数学及其应用研究所出版)。该书对最完美幻方作了较详尽的介绍。其中介绍了用数学公式在可逆正方形和最完美幻方之间可建立对应的关系。但笔者在知道该书之前,在我国传统文化易学中,即已推演出4~64阶的最完美幻方。限于篇幅,在这里只介绍4~16阶三个最完美幻方(完全幻方),供读者欣赏。

在介绍的三个幻方中,以4阶幻方为基础(即以 2^2 为基础),可逐步演化成 2^3 、 2^4 ……

⑦	12	1	10
9	②	15	4
14	⑤	8	③
0	⑪	6	⑬

图1 4阶完全幻方

⑫	56	39	8	⑩	48	④	0
44	③	28	51	36	⑪	20	⑤
⑬	62	33	14	25	54	④	6
42	②	26	⑤	34	⑬	18	⑥
22	57	38	9	30	49	46	1
45	②	⑨	50	⑤	10	21	58
16	63	32	15	24	55	40	⑦
⑬	4	27	52	35	12	⑨	60

图2 8阶完全幻方

215	56	231	8	⑫	48	④	0	87	184	⑩	136	95	176	111	128
108	⑬	92	⑬	100	⑬	84	187	236	③	220	51	228	⑪	212	⑤
209	62	225	14	217	54	⑫	6	81	190	⑨	142	⑧	182	105	134
106	133	90	⑬	98	141	82	189	234	⑤	218	⑤	226	⑬	210	⑥
214	57	230	9	222	49	238	1	86	185	102	⑬	94	177	110	129
⑨	130	93	178	⑩	138	85	186	237	2	221	50	⑨	10	213	58
208	63	224	15	216	55	232	⑦	80	⑨	96	143	88	183	104	135
⑩	132	91	180	99	140	⑤	188	235	4	219	52	②	12	⑩	60
⑬	120	⑩	72	159	112	175	64	②	248	39	200	⑩	240	④	192
44	195	28	243	36	203	20	⑤	172	⑦	156	115	164	75	148	123
145	126	161	78	153	118	169	70	⑦	254	33	206	25	246	④	198
42	⑨	26	245	34	205	18	253	170	69	154	117	162	77	146	125
150	121	166	⑦	158	⑬	174	65	22	249	38	201	30	⑩	46	⑤
45	194	⑨	242	⑤	202	21	250	⑬	66	⑤	114	165	74	⑨	122
144	⑨	160	⑦	152	119	168	⑦	16	255	32	207	24	247	40	⑨
⑬	196	27	244	35	204	⑨	252	171	68	155	116	⑤	76	147	124

图3 16阶完全幻方

在前言中,笔者曾提出静态和动态幻方的区分。所谓静态幻方和动态幻方也只是相对而言。从哲学来看,运动是绝对的,静止是相对的。它们相互贯通,相互渗透,在相对静止中又有绝对运动,绝对运动是通过相对静止表现出来。对于幻方来说,每一幅幻方都是显示着一个图象,也可以演化为另一个图象。图象的变化即是幻方动态的轨迹。如果作为数学模型,可以说明事物的运动。因为在幻方中,各个数码代表着事物诸要素之间的相互联系,相互作用。它们的变化,代表着原有状态和性质发生或大或小的改变。所以,笔者认为,幻方不单可以作为数学智力游戏,更进一步,可以大摇大摆地步入科学的殿堂。

在作为科学理论未成熟之初,都有一个“唯象”的过渡过程。上世纪末(1998年)湖南科技出版社出版一套潜科学丛书,其中有一册名为“科学前沿集”。该书以科学技术活动为对象,研究创新性的科学技术思想胚胎从“潜”到“显”的内部孕育过程,以及新观点、新学说从提出、传播、鉴别和检验进入科学殿堂的外部成长过程的基本规律。该书试图提供一个窥视科学前沿现状的观察窗口,以帮助科技工作者跨越自己学科边界,培养全方位的科学感知能力。其中有关章节,如对称与对称破缺的疑难;有序与无序的疑难;用混沌理论解释湍流现象;关于光速的极限性;用代数方法解几何问题……在幻方的结构与演化过程中,都可以得到“唯象”的解释。这些问题说“大”了,还是慢慢结合下面有关章节,穿插游戏中表

述,在游戏中讨论。是否牵强附会,由读者自己决定取舍。数学中有悖论,也有猜想,有解,也有问题,这些都是客观存在,共同推动数学科学的进步。

二、幻方与混沌

在西方,二十世纪六十年代,新出一门新学科,叫“混沌学”。有人认为,这是继相对论和量子力学以来,对人类整个知识体系的又一次巨大冲击。

混沌是过程的科学而不是状态的科学,是演化的科学而不是存在的科学。它打破了各门学科的界限,是关于系统整个性质的科学。

对于混沌研究来说,数学已经变成了实验科学,计算机代替了充满试管和显微镜的实验室,图象显示是关键。

在显示屏上看到一个图象,并不保证它在定理和证明的语言中也存在。人们只认为,可以得到图象这件事本身就足以改变数学的进化,(美)詹姆斯·格莱克写了一本名叫《混沌:开创新科学》一书认为:自然界形成模式,有些模式在空间有序,但随时间无序,另一些对时间有序但在空间无序。某些模式是分形,表现出不同程度的自相似结构,另一些导致定态或振荡状态。但是数学是一样的,模式形成的规律是普适的。

曼德勃罗集是数学中最复杂的对象,它已成为混沌的一种国际标志,它出现在会议小册子和工程季刊的华

丽封面上,并成为1985和1986年在世界上巡回展览的计算机艺术品的中心,但掌握它对数学的意义要更难些。

数学的力量在于严格,所以,正如曼德勒罗集的作者所说,目前它只是描述世界,而不是解释世界。因为曼德勒罗集是根据一个简单的数学迭代公式,反复在计算机上形成的图象,所以,它在上世纪七十年代以来,混沌学的发展十分有限。虽然如此,混沌学却得到科学界应有的重视。

简单的因会导致复杂的果,是混沌理论的基本洞见。许多误以为随机事件,可以是简单定律的结果。二者间相互依存的关系是因为规律产生变化,而且变化也能产生规律。

混沌、有序无序都是大题目,能否大题小做,用幻方来表述这些疑难问题?下面我们还是边做游戏边讨论吧!世界著名的贝尔实验室,在它的成果未成熟公布之前,都是把它当做数学游戏来对待。

用幻方来讨论混沌、有序无序是比较方便的、原因是:

幻方在整体上是有序的,它构成“幻和”的定数,但在幻方的结构中,却可以随机摆放(演化)数码,只要符合“幻和”要求即可。

幻方内的图象是有序的,也可以是无序(混沌)的。即使是有序的,在其有序图象周边也必有无序的数码形成点、条、块。所以,总体来说,有序和无序总是互补而存在。

幻方内图象可以用奇数、偶数,或素数、合数等表示。用奇偶数组成的图象比较简便,但层次较低,因奇偶数是属有规则的连续数,且数量较多。而用素数,则属离散数,毫无规则,且数量较少,所以比用奇偶数难度要大得多。

下面结合几幅图来说明。

(1) 亚幻方型混沌

是属较低层次的混沌图。以 16 阶幻方为例,各横行各自相加是确定的常数,即 2040,而各竖列则为不确定的,需作统计处理。即全部相加后的平均数才为 2040。图中的奇数用斜体,偶数用正体,素数则用黑体表示。如图 4。

(2) 标准幻方型混沌

即在 $2^4 \times 2^4$ 方格网图中,16 行、16 列及两对角线(共 34 组)各自相加均为 2040。

仔细考察,本图 5 是由上图 4 演化而来。即由上图的三维圆柱体螺旋结构展开而成(斜行即其螺旋线)。本图则把螺旋体拧直即得。

(3) 在混沌的背景生成有序结构

这里以“序”字为代表,用奇数数码构成“序”字图象文字。

生成的步骤,如果用随机法,在方格中每个数码周边有 8 个数码可供交换(左右上下四方向,45°角也有四方向)。这是目前电子计算机的逐步试错法(穷举法)的算法。如果采用阴阳变换(即空间正反、时间虚实的变换)

的方法,则简便多多。由图 5 至图 6,即从无序中产生有序(以“序”字为代表),笔者用大脑计算机,只交换二十对数码即可完成。有关阴阳变换的问题,在后面有关章节再结合讨论。

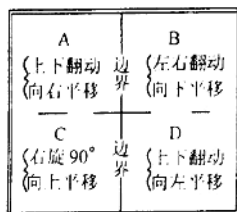
在这里“序”字只用奇数数码组成。在“序”字奇数码中有 13 个是素数码,还有 21 个是奇数合数。作为数学智力游戏,亲爱的读者,你能把“序”字全部换成素数构成的吗?在周边有不少素数码,已用黑体字标明,可供选用。为了降低难度,不用“五花大绑”的约束,即去除两条对角线“幻和”的要求,只要横行、竖列符合要求即算成功。(当然,如果两对角线也能达到“幻和”要求,更好了。)

(4) 有“隐序”的混沌

在幻方结构中,形成较齐整的“子集”,可以自由活动,可变性较大。形成这类的混沌可能性很小。笔者只是举个特例。在宇宙中能够形成生命的条件是非常苛刻的,有的只在人们的想象之中,如“龙”的图腾。例图 7。

(5) 从混沌中产生龙的生命。

由上图的混沌演化的步骤如下:



演化后如图 8。

(6) 龙的未来

图8“龙”字由偶数构成。升华为图9,由奇数构成。即由青龙跃变为美丽的赤龙。

图9的龙字中,尚有8个奇数素数,你能把它全部换奇数合数构成的吗?

为了降低难度,这里只要横行、竖列(共32组)达到“幻和”要求即可,而对难度较大的两对角线不作要求,有兴趣的读者,不妨试一试。